



Серия  
**РЕШЕБНИК**

# Решение экзаменационных задач по алгебре

«АЛГЕБРА:  
СБОРНИК ЗАДАНИЙ  
для подготовки к итоговой  
аттестации в 9 классе»

Л.В. Кузнецова и др.

**9**



**И.Н. Громова**

# **Решение ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ задач по алгебре за 9 класс**

**к учебному изданию «Алгебра: сб. заданий  
для подготовки к итоговой аттестации в 9 кл. /  
[Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова,  
Е.А. Бунимович и др.]. — М.: Просвещение, 2007»**

***Учебно-методическое  
пособие***

*Издание четвертое, стереотипное*

**Издательство  
«ЭКЗАМЕН»**

**МОСКВА  
2008**

УДК 372.8:512  
ББК 74.262.21я72  
Г87

*Имена авторов и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 19 п. 2 Закона РФ «Об авторском праве и смежных правах» от 9 июня 1993 г.).*

*Изображение учебного издания «Алгебра: сб. заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 кл. / [Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др.] — М.: Просвещение, 2007» приведено на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 19 п. 2 Закона РФ «Об авторском праве и смежных правах» от 9 июня 1993 г.).*

**Громова, И.Н.**  
Г87 Решение экзаменационных задач по алгебре за 9 класс к учебному изданию Л.В. Кузнецовой и др. «Алгебра: сб. заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 кл.»: учебно-методическое пособие / И.Н. Громова — 4-е изд., стереотип. — М.: Издательство «Экзамен», 2008. — 224 с. (Серия «Решбник»)

ISBN 978-5-377-01769-1

Предлагаемое учебное пособие содержит подробное решение всех задач из учебного издания «Алгебра: сб. заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 кл. / [Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др.] — М.: Просвещение, 2007».

Пособие адресовано родителям для проверки уровня готовности ученика к экзамену.

УДК 372.8:512  
ББК 74.262.21я72

*Учебно-методическое издание*

**Громова Ирина Николаевна**

**Решение экзаменационных задач по алгебре за 9 класс**

**Издательство «ЭКЗАМЕН»**

Гигиенический сертификат № 77.99.60.953.Д.013269.11.07 от 13.11.2007 г

Подписано в печать 14.02.2008. Формат 84х108/32.

Гарнитура «Таймс». Бумага типографская. Уч. изд. л. 3,57.

Усл. печ. л. 11,76. Тираж 30 000 экз. Заказ № 4381(4)

Редактор *И.М. Бокова*

Дизайн обложки *Л.В. Демьянова*

Компьютерная верстка *И.Ю. Иванова, О.В. Попова*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1; [www.examen.biz](http://www.examen.biz)

E-mail: по общим вопросам: [info@examen.biz](mailto:info@examen.biz);

по вопросам реализации: [sale@examen.biz](mailto:sale@examen.biz)

тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93, том 2;

953005 — книги, брошюры, литература учебная

Текст отпечатан с диапозитивов в ОАО «Владимирская книжная типография»

600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7

Качество печати соответствует качеству предоставленных диапозитивов

ISBN 978-5-377-01769-1

© Громова И.Н., 2008

© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2008

# СОДЕРЖАНИЕ

## Раздел I. Первая часть экзаменационной работы.

Тренировочные варианты .....	4
Работа № 1 .....	4
Работа № 2 .....	7
Работа № 3 .....	11
Работа № 4 .....	15
Работа № 5 .....	18
Работа № 6 .....	21
Работа № 7 .....	23
Работа № 8 .....	27
Работа № 9 .....	29
Работа № 10 .....	34
Работа № 11 .....	37

## Раздел II. Задания для второй части

экзаменационной работы .....	40
1. Выражения и их преобразования .....	40
2. Уравнения и системы уравнений .....	67
3. Неравенства .....	101
4. Функции .....	123
5. Координаты и графики .....	146
6. Арифметическая и геометрическая прогрессии .....	167
7. Текстовые задачи .....	183

## Приложение. Примеры экзаменационной работы .....

Работа № 1 .....	214
Работа № 2 .....	219

# Раздел I. Первая часть экзаменационной работы

## Тренировочные варианты

### Работа № 1

#### Вариант I

$$1. x = -\frac{4}{9}; \sqrt{2\left(-\frac{4}{9}\right)+1} = \sqrt{-\frac{8}{9}+1} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: В.

$$2. N = \frac{A}{t}; A = Nt.$$

Ответ: Г.

3.  $0 < a < 1$ , сравните  $a^2$  и  $a^3$ .

Составим разность  $a^2 - a^3 = a^2(1-a) > 0$ ,  $a^2 > a^3$ .

Ответ: Б.

$$4. 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 10 \text{ мм} = 2,5 \cdot 10^{-4} = 25 \cdot 10^{-5} = 0,00025 \text{ мм}$$

Ответ: В.

5. Пусть в каждой библиотеке было  $x$  книг. Через год в I библиотеке стало  $x + 0,5x = 1,5x$  (книг). Через год во II библиотеке стало  $2x$  (книг).  $2x > 1,5x$

Ответ: Б.

$$6. (a-4)^2 - 2a(3a-4) = a^2 - 8a + 16 - 6a^2 + 8a = 16 - 5a^2.$$

Ответ: А.

$$7. \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{16}\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{5}{48}}; \quad \frac{\sqrt{15}}{12} = \sqrt{\frac{15}{144}} = \sqrt{\frac{5}{48}};$$

$$\frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{48}} = \sqrt{\frac{5}{48}}; \quad \frac{\sqrt{5}}{8} \neq \sqrt{\frac{5}{48}}$$

Ответ: Г.

$$8. \frac{a^2 + 3a}{9 - a^2} = \frac{a(a+3)}{(3-a)(3+a)} = \frac{a}{3-a}$$

Ответ:  $\frac{a}{3-a}$ .

$$9. 3x^2 + x = 0, x(3x+1) = 0, x_1 = 0, x_2 = -\frac{1}{3}.$$

Ответ:  $x_1 = 0, x_2 = -\frac{1}{3}$ .

10.

$$\begin{cases} 2x+3y=-12 \\ 4x-6y=0 \end{cases} \cdot 2; \begin{cases} 4x+6y=-24 \\ 4x-6y=0 \end{cases}; \begin{cases} 8x=-24 \\ 4x-6y=0 \end{cases}; \begin{cases} x=3 \\ -12=6y \end{cases}; \begin{cases} x=- \\ v=- \end{cases}$$

Ответ: (-3; -2).

$$11^1. \begin{cases} v_1 = 15 \text{ км/ч} \\ v_2 = 10 \text{ км/ч} \end{cases} \begin{cases} t_1 = x \text{ ч} \\ t_2 = (1-x) \text{ ч} \end{cases} \begin{cases} S_1 = 15x \text{ (км)} \\ S_2 = 10(1-x) \text{ (км)} \end{cases};$$

$$S_1 = S_2; 15x = 10(1-x).$$

Ответ: А.

$$12. \begin{cases} 3x+6 \geq 0 \\ 10-2x \geq 0 \end{cases} \begin{cases} 3x \geq 6 \\ -2x \geq -10 \end{cases} \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 5 \end{cases} \quad 2 \leq x \leq 5$$

Ответ: Б.

$$13. y = x^2 - x - 6; x^2 - x - 6 > 0; x < -2; x > 3.$$

Ответ:  $x < -2; x > 3$ .

$$14. (b_n) - \text{геометрическая прогрессия; } b_1 = 64; q = -\frac{1}{2}; b_2 = -32;$$

$$b_3 = 16; b_4 = -8; b_5 = 4; b_6 = -2; b_7 = 1.$$

-32 < 16 верно; -8 > -2 неверно; 16 > -8 верно; 4 > 1 верно.

Ответ: В.

$$15. 1) y = -x + 1$$

x	0	1
y	1	0

График проходит через точки (1; 0) и (0; 1)  
(рис. б). 1) → б)

$$2) y = x - 1$$

x	0	1
y	-1	0

График проходит через точки (0; -1) и (1; 0)  
(рис. а). 2) → а)

$$3) y = x^2 - 1. 3) \rightarrow \text{в) график функции параболы.}$$

Ответ: 1) → б; 2) → а; 3) → в.

$$16. v = \frac{S}{t}$$

S км	t ч	v км/ч
AB = 4	1	4
BC = 3	1,5	2
CD = 2	2	1
DE = 3	1,5	2

Ответ: А.

<sup>1</sup> В данном пособии мы не записываем в текстах решений ограничения на значения переменных, следующие из условий задачи.

## Вариант 2

1.  $\sqrt{1+3 \cdot (-0,17)} = \sqrt{1-0,51} = \sqrt{0,49} = 0,7$ .

Ответ: Б.

2.  $c = \frac{C}{M}$ ;  $M = \frac{C}{c}$

Ответ: В.

3.  $0 < a < 1$ . Составим разность  $a - a^2 = a(1-a) > 0$ ,  $a > a^2$ .

Ответ: А.

4.  $2 \cdot 10^{-4} \text{ см} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ мм} = 2 \cdot 0,001 \text{ мм} = 0,002 \text{ мм}$

Ответ: Б.

5. Пусть в каждой библиотеке было по  $x$  книг. Через год в 1-й библиотеке стало  $x + \frac{x}{2} = 1,5x$  книг, а во 2-й стало  $1,5x$  книг.

Книг стало поровну.

Ответ: В.

6.  $(c+5)^2 - c(10-3c) = c^2 + 10c + 25 - 10c + 3c^2 = 4c^2 + 25$ .

Ответ: Г.

7.  $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{4}{45}}$ ;  $\frac{2}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{4}{45}}$ ;  $\frac{4}{3\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{16}{45}} \neq \sqrt{\frac{4}{45}}$ ;  
 $\frac{2\sqrt{15}}{15} = \frac{\sqrt{4 \cdot 15}}{\sqrt{15^2}} = \sqrt{\frac{4}{15}} \neq \sqrt{\frac{4}{45}}$ .

Ответ: В и Г.

8.  $\frac{3a^2 - 6a}{a^2 - 4} = \frac{3a(a-2)}{(a-2)(a+2)} = \frac{3a}{a+2}$ .

Ответ:  $\frac{3a}{a+2}$ .

9.  $3x - x^2 = 0$ ,  $x(3-x) = 0$ ,  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3$ .

Ответ:  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = 3$ .

10.  $\begin{cases} 4x - 10y = 0 \\ 3x + 5y = 25 \end{cases} \cdot 2 \quad \begin{cases} 4x - 10y = 0 \\ 6x + 10y = 50 \end{cases} \quad \begin{cases} 10x = 50 \\ 4x - 10y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$

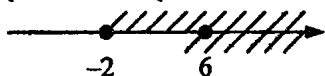
Ответ: (5; 2).

11.  $\begin{array}{l} v_1 = 15 \text{ км/ч} \\ v_2 = 12 \text{ км/ч} \end{array} \left| \begin{array}{l} t_1 = (3-x) \text{ ч} \\ t_2 = x \text{ ч} \end{array} \right| \begin{array}{l} S_1 = 15(3-x) \text{ (км)} \\ S_2 = 12x \text{ (км)} \end{array} \quad S_1 = S_2$

$15(3-x) = 12x$ .

Ответ: А.

$$12. \begin{cases} 3x+1 \geq -5 \\ 12-2x \leq 0 \end{cases} \begin{cases} 3x \geq -6 \\ -2x \leq -12 \end{cases} \begin{cases} x \geq -2 \\ x \geq 6 \end{cases} \quad x \geq 6.$$



Ответ: Г.

$$13. y = x^2 + x - 6; x^2 + x - 6 < 0; -3 < x < 2.$$

Ответ:  $-3 < x < 2$ .

$$14. b_1 = 81; q = -\frac{1}{3}$$

$$b_2 = -27; b_3 = 9; b_4 = -3; b_5 = 1; b_6 = -\frac{1}{3}; b_7 = \frac{1}{9}$$

А.  $-27 < 9$  верно

В.  $9 > -3$  верно

Б.  $-3 > -\frac{1}{3}$  неверно

Г.  $1 > \frac{1}{9}$  верно

Ответ: Б.

15. 1)  $y = -x^2 + 2$ . График – парабола, ветви вниз (рис. б).

2)  $y = x - 2$ . График – прямая (рис. а).

3)  $y = x^2 - 2$ . График – парабола, ветви вверх (рис. в).

Ответ: 1) → б)      2) → а)      3) → в).

16.

$S$ км	$t$ ч	$v$ км/ч
$AB = 3$	2	1,5
$BC = 3$	0,5	6
$CD = 2$	1	2
$DE = 4$	1	4

Ответ: А.

## Работа № 2

### Вариант 1

$$1. \frac{\sqrt{0,04} - 1}{\sqrt{0,25}} = \frac{0,2 - 1}{0,5} = -\frac{0,8}{0,5} = -\frac{8}{5} = -1,6$$

Ответ:  $-1,6$ .

$$2. Q = cm(t_2 - t_1); t_2 - t_1 = \frac{Q}{cm}; t_2 = \frac{Q}{cm} + t_1$$

Ответ:  $t_1 + \frac{Q}{cm}$ .

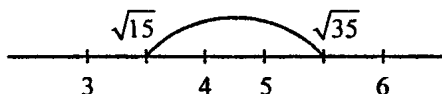


3. Б.  $-x > -y$  (верно)

Ответ: Б.

4.

1)  $\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$ ;  $3 < \sqrt{15} < 4$     2)  $\sqrt{25} < \sqrt{35} < \sqrt{36}$ ;  $5 < \sqrt{35} < 6$



Ответ: Г.

5. 6500 р. – стоимость машины. 5% от 6500 составляет 6500:100·5 = 325 р. 6500–325 = 6175 р.

Ответ: В.

6.  $4x^2 - 6xy = -2x(-2x + 3y)$

Ответ: В.

7.  $(m^{-6})^{-2} \cdot m^{-14} = m^{12} \cdot m^{-14} = m^{-2}$ ;  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 4^2 = 16$ .

Ответ: Г.

8.  $\frac{15a^2}{3a-2} - 5a = \frac{15a^2 - 15a^2 + 10a}{3a-2} = \frac{10a}{3a-2}$

Ответ:  $\frac{10a}{3a-2}$ .

9.  $3(2+1,5x) = 0,5x+24$ ;  $6+4,5x-0,5x = 24$ ;  $4x = 18$ ;  $x = 4,5$ .

Ответ: Г.

10. Нет решений.  $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$

Ответ: А.

11.

$$\begin{array}{l} v_1 = x \text{ км/ч} \\ v_2 = (x-3) \text{ км/ч} \end{array} \left| \begin{array}{l} S_1 = 20 \text{ км} \\ S_2 = 20 \text{ км} \end{array} \right. \begin{array}{l} t_1 = \frac{20}{x} \text{ ч} \\ t_2 = \frac{20}{x-3} \text{ ч} \end{array} \quad t_2 > t_1 \text{ на } \frac{1}{3} \text{ ч. } \frac{20}{x-3} - \frac{20}{x} = \frac{1}{3}$$

Ответ: Б.

12.

1) $xy > 200$ верно при $x > 10$ ; $y > 20$	2) $xy > 100$ верно при $x > 10$ ; $y > 20$	3) $xy > 400$ неверно при $x > 10$ ; $y > 20$
--	--	--

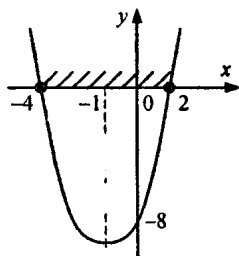
Ответ: А.

13.

$$x^2 + 2x - 8 \leq 0;$$

$$x_1 = -4; x_2 = 2.$$

Ответ:  $-4 \leq x \leq 2$



14. 3; 6; 9; 12 ...

$$d = a_2 - a_1; d = 3; a_n = a_1 + d(n-1)$$

A.  $3 + 3(n-1) = 83; 3(n-1) = 80$       Б.  $3 + 3(n-1) = 95; 3(n-1) = 92$

$$n-1 = \frac{80}{3}; n = 1 + \frac{80}{3}$$

$$n-1 = \frac{92}{3}; n = \frac{92}{3} + 1$$

В.  $3 + 3(n-1) = 100; 3(n-1) = 97$       Г.  $3 + 3(n-1) = 102$

$$n-1 = \frac{97}{3}; n = \frac{97}{3} + 1$$

$$3(n-1) = 99; n-1 = 33; n = 34.$$

$$34 \in N$$

Ответ: Г.

$$15. y = kx + b$$

а)  $k > 0, b > 0$ ; прямая образует острый угол с положительным направлением оси  $OX$ . Прямая пересекает  $OY$  в точке  $(0, b)$ . Рис. 3

б)  $k > 0, b < 0$

в)  $k < 0, b > 0$ ; прямая образует тупой угол с положительным направлением оси  $OX$ .

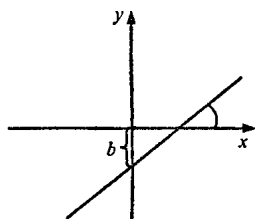


Рис. 1.

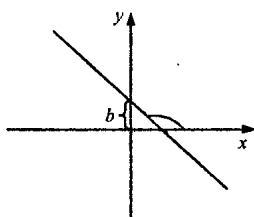


Рис. 2

Ответ: а)  $\rightarrow 3)$

б)  $\rightarrow 1)$

в)  $\rightarrow 2).$

16. Первому условию задачи соответствует на графике горизонтальный отрезок длиной 2. В совокупности туристы прошли двойное расстояние от базы до озера.

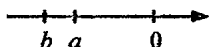
Ответ: В.

Вариант 2

$$1. \frac{1}{\sqrt{0,16}} - \sqrt{0,81} = \frac{1}{0,4} - 0,9 = \frac{1-0,36}{0,4} = \frac{0,64}{0,4} = \frac{6,4}{4} = 1,6$$

Ответ: 1,6.

$$2. Q = cm(t_2 - t_1); t_2 - t_1 = \frac{Q}{cm}; t_1 = t_2 - \frac{Q}{cm}. \quad \text{Ответ: } t_1 = t_2 - \frac{Q}{cm}.$$



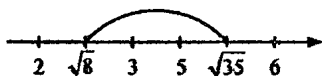
3.

$a > b$  (1), умножим обе части неравенства (1) на  $-1$ ;  $-a < -b$ .

Ответ: А.

$$4. 1) \sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}; 2 < \sqrt{8} < 3;$$

$$2) \sqrt{25} < \sqrt{35} < \sqrt{36}; 5 < \sqrt{35} < 6$$



Ответ: Б.

5. 800 р. — плата за коммунальные услуги. 6% от 800 р. составляет  $800:100 \cdot 6 = 48$  (р).  $800 + 48 = 848$  (р) — плата за коммунальные услуги после подорожания.

Ответ: Г.

$$6. 9xy - 6y^2 = -3y(-3x + 2y).$$

Ответ: Б.

$$7. \frac{x^{-15}}{(x^3)^{-4}} = \frac{x^{-15}}{x^{-12}} = x^{-15+12} = x^{-3}; \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 3^3 = 27.$$

Ответ: Б.

$$8. \frac{2x^2}{x-8} - 2x = \frac{2x^2 - 2x^2 + 16x}{x-8} = \frac{16x}{x-8}. \quad \text{Ответ: } \frac{16x}{x-8}.$$

$$9. 2x - 5,5 = 3(2x - 1,5); 2x - 5,5 = 6x - 4,5; 6x - 2x = -5,5 + 4,5; 4x = -1; x = -\frac{1}{4}.$$

Ответ: В.

10. Две точки пересечения имеют парабола  $y = 1 - x^2$  и прямая

$$y + 10 = 0. \quad \begin{cases} y = 1 - x^2 \\ y + 10 = 0 \end{cases}$$

Ответ: В.

$$11. \begin{matrix} v_1 = x \text{ км/ч} \\ v_2 = (x-1) \text{ км/ч} \end{matrix} \left| \begin{matrix} S_1 = 5 \text{ км} \\ S_2 = 5 \text{ км} \end{matrix} \right| \begin{matrix} t_1 = \frac{5}{x} \text{ ч} \\ t_2 = \frac{5}{x-1} \text{ ч} \end{matrix} \left| t_2 > t_1 \text{ на } \frac{1}{4} \text{ ч.} \right.$$

$$\frac{5}{x-1} - \frac{5}{x} = \frac{1}{4}.$$

Ответ: А.

12. 1)  $x+y < 25$  неверно при любых значениях  $x$  и  $y$ , удовлетворяющих условию  $x < 10, y < 20$ . 2)  $x+y < 30$  верно при  $x < 10, y < 20$

2)  $x+y < 40$  верно при  $x < 10, y < 20$

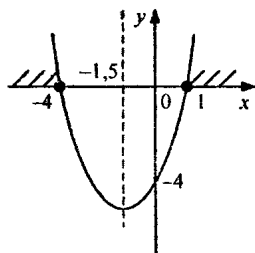
Ответ: В.

13.  $x^2 + 3x - 4 \geq 0$

$$\begin{cases} x_1 x_2 = -4 \\ x_1 + x_2 = -3 \end{cases}$$

$x_1 = -4; x_2 = 1$

Ответ:  $x \leq -4; x \geq 1$ .



14.  $d = 12 - 6 = 6; a_n = a_1 + d(n-1)$

А.  $6 + 6(n-1) = 303; 6(n-1) = 297; n-1 = \frac{297}{6}; n = \frac{297}{6} + 1$ .

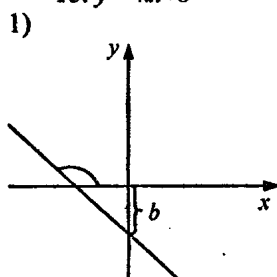
Б.  $6 + 6(n-1) = 109; 6(n-1) = 103; n-1 = \frac{103}{6}; n = \frac{103}{6} + 1$ .

В.  $6 + 6(n-1) = 106; 6(n-1) = 100; n-1 = \frac{100}{6}; n = \frac{100}{6} + 1$ .

Г.  $6 + 6(n-1) = 96; 1 + n - 1 = 16; n = 16; 16 \in N$ .

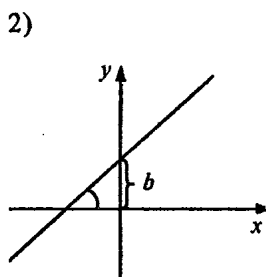
Ответ: Г.

15.  $y = kx + b$



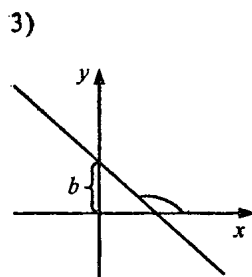
$k < 0, b < 0$ ; соотв. в)

Ответ: а) → 2)



$k > 0, b > 0$ ; соотв. а)

б) → 3)



$k < 0, b > 0$ ; соотв. б)

в) → 1)

16. Путь, пройденный от турбазы до озера равен обратному пути. В середине была остановка (горизонтальный участок графика).

Ответ: Б.

### Работа № 3

#### Вариант 1

1.  $1 \text{ т} = 1000 \text{ кг} = 10^3 \text{ кг}$ ;  $1 \text{ млн.} = 10^6$ .  $7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг} = 7,35 \cdot 10^{22} : (10^3 \cdot 10^6) (\text{млн. т}) = 7,35 \cdot 10^{22} : 10^9 (\text{млн. т}) = 7,35 \cdot 10^{13} (\text{млн. т})$ .

Ответ: Б.

2.  $180 : 100 \cdot 120 = 18 \cdot 12 = 216$

Ответ: В.

3.

$$\sqrt{25} < \sqrt{27} < \sqrt{36} \quad \sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16} \quad \sqrt{36} < \sqrt{39} < \sqrt{49}$$

$$5 < \sqrt{27} < 6; P(\sqrt{27}) \quad 3 < \sqrt{12} < 4; M(\sqrt{12}) \quad 6 < \sqrt{39} < 7; Q(\sqrt{39})$$

Ответ:  $P(\sqrt{27})$ ,  $M(\sqrt{12})$ ,  $Q(\sqrt{39})$ .

$$4. S = vt + 5t^2; t = 3 \text{ с}; v = 7 \text{ м/с}$$

$$1) S_1 = 7 \cdot 3 + 5 \cdot 9 = 66 \text{ (м)}$$

$$2) S_2 = 80 - 66 = 14 \text{ (м)}$$

Ответ: 14 м.

5. При  $x = 2$  и  $x = 3$  не имеет смысла выражение  $\frac{3}{(x-2)(x-3)}$ .

Ответ: В.

$$6. \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2\right) \cdot \frac{1}{a-b} = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{ab} \cdot \frac{1}{a-b} = \frac{(a-b)^2}{ab(a-b)} = \frac{a-b}{ab}$$

Ответ:  $\frac{a-b}{ab}$ .

$$7. \frac{4^{-12}}{4^{-8} \cdot 4^{-2}} = \frac{4^{-12}}{4^{-10}} = 4^{-12+10} = 4^{-2} = \frac{1}{16}.$$

Ответ: А.

$$8. (\sqrt{3} - 1)^2 = 3 + 1 - 2\sqrt{3} = 4 - 2\sqrt{3}.$$

Ответ: А.

$$9. \frac{x}{3} + \frac{x}{12} = -5; \frac{5x}{12} = -5; \frac{x}{12} = -1; x = -12.$$

Ответ:  $x = -12$ .

$$10. \begin{cases} y = x^2 - 10 \\ y = 4x + 11 \end{cases} \cdot 1) x^2 - 10 = 4x + 11; x^2 - 4x - 21 = 0; \begin{cases} x_1 x_2 = -21 \\ x_1 + x_2 = 4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x_1 = 7 \\ y_1 = 39 \end{cases}; \begin{cases} x_2 = -3 \\ y_2 = -1 \end{cases} \cdot x_1 = 7; x_2 = -3; (7; 39); (-3; -1) - \text{координаты}$$

точек пересечения параболы и прямой.

Ответ: Г.

11.  $x$  км/ч – собственная скорость лодки; 1 км/ч – скорость течения реки;  $(x+1)$  км/ч – скорость лодки по течению;  $(x-1)$  км/ч – скорость лодки против течения;

$$\frac{2}{x+1} \text{ ч} - \text{время движения лодки по течению}; \frac{2}{x-1} \text{ ч} - \text{время}$$

$$\text{движения лодки против течения. } \frac{2}{x+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{11}{30}.$$

Ответ: Б.

$$12. 5x - 2(x - 4) \leq 9x + 20; 5x - 2x + 8 \leq 9x + 20; 3x - 9x \leq 20 - 8 - 6x \leq 12; x \geq -2.$$

Ответ: Г.

$$13. А. a - b > 0, \text{ т.к. } a > b$$

$$В. a - c > 0, \text{ т.к. } a > c$$

$$Б. b - c > 0, \text{ т.к. } b > c$$

$$Г. c - b < 0, \text{ т.к. } c < b$$

Ответ: Г.

$$14. 1) 2; 4; 8; 16, \dots; a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2. 2) 7; 14; 21, \dots;$$

$$14 - 7 = 21 - 14 = 7 = d \text{ (разность арифметической прогрессии)}$$

$$3) 1, 4, 9, 16, \dots; 4 - 1 \neq 9 - 4. 4) 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}, \dots; \frac{1}{2} - 1 \neq \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

Ответ: Б.

$$15. 1) a > 0. \text{ Ветви параболы направлены вверх.}$$

$$2) \text{ Квадратный трехчлен имеет 2 корня.}$$

$$\text{График пересекает } OX \text{ в 2-х точках.}$$

$$3) x_1 > 0; x_2 > 0.$$

Ответ: Г.

$$16. s = 3 \text{ (км)}; t = 110 - 70 = 40 \text{ (мин)} = \frac{2}{3} \text{ (ч)}.$$

$$v = \frac{s}{t}; v = 3 : \frac{2}{3} = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ (км/ч)}.$$

Ответ: 4,5 км/ч.

**Вариант 2**

$$1. 1 \text{ т} = 1000 \text{ кг} = 10^3 \text{ кг}; 1 \text{ млн.} = 10^6. 3,3 \cdot 10^{23} \text{ кг} = 3,3 \cdot 10^{23} : (10^3 \cdot 10^6) \text{ (млн. т)} = 3,3 \cdot 10^{23} : 10^9 \text{ (млн. т)} = 3,3 \cdot 10^{14} \text{ млн. т}$$

Ответ: Г.

$$2. 5500 : 100 \cdot 130 = 55 \cdot 130 = 7150 \text{ (р)}$$

Ответ: Б.

3.

$$\sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49} \quad \sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16} \quad \sqrt{16} < \sqrt{23} < \sqrt{25}$$

$$6 < \sqrt{40} < 7; Q(40) \quad 3 < \sqrt{15} < 4; M(\sqrt{15}) \quad 4 < \sqrt{23} < 5; N(\sqrt{23})$$

Ответ:  $Q(40)$ ,  $M(\sqrt{15})$ ,  $N(\sqrt{23})$ .

$$4. h = vt - 5t^2. \left. \begin{array}{l} v_1 = 18 \text{ км/ч} \\ v_2 = 14 \text{ км/ч} \end{array} \right| t_1 = t_2 = 1 \text{ с} \left| \begin{array}{l} h_1 = 18 - 5 = 13 \text{ (м)} \\ h_2 = 14 - 5 = 9 \text{ (м)} \\ h_1 - h_2 = 13 - 9 = 4 \text{ м} \end{array} \right.$$

Ответ: на 4 м.

5. При  $x = 1$  и  $x = 5$  выражение  $\frac{x}{(x-1)(x-5)}$  не имеет смысла.

Ответ: А.

$$6. \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right) \cdot \frac{ab}{a+b} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 b^2} \cdot \frac{ab}{a+b} = \frac{a-b}{ab}. \quad \text{Ответ: } \frac{a-b}{ab}.$$

$$7. \frac{6^{-4} \cdot 6^{-9}}{6^{-12}} = \frac{6^{-13}}{6^{-12}} = 6^{-13+12} = 6^{-1} = \frac{1}{6}.$$

Ответ: Б.

$$8. S = (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1) = (\sqrt{5})^2 - 1 = 4.$$

Ответ: В.

$$9. \frac{x}{5} - \frac{x}{2} = -3; 2x - 5x = -30; -3x = -30; x = 10.$$

Ответ:  $x = 10$ .

$$10. \begin{cases} y = x^2 - 15 \\ y = 2x + 9 \end{cases}; 1) x^2 - 15 = 2x + 9; x^2 - 2x - 24 = 0; \begin{cases} x_1 x_2 = -24 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 = 6 \\ y_1 = 21 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -4 \\ y_2 = 1 \end{cases} \quad 3) (6; 21); (-4; 1) - \text{координаты то-}$$

чек пересечения параболы и прямой.

Ответ: Г.

11.  $x$  км/ч – скорость течения реки;  $(18+x)$  км/ч – скорость лодки по течению;  $(18-x)$  км/ч – скорость лодки против течения.

$$\frac{4}{18-x} - \frac{4}{18+x} = \frac{1}{20}.$$

Ответ: А.

$$12. 2x - 3(x+4) < x+12; 2x - 3x - 12 < x+12; -x - x < 24; -2x < 24; x > -12.$$

Ответ: А.

$$13. \text{А. } y - z < 0, \text{ т.к. } y < z$$

$$\text{В. } x - y < 0, \text{ т.к. } x < y$$

$$\text{Б. } x - z < 0, \text{ т.к. } x < z$$

$$\text{Г. } z - x > 0, \text{ т.к. } z > x$$

Ответ: Г.

$$14. 1) 3, 6, 9, \dots; \frac{6}{3} \neq \frac{9}{6}$$

$$3) 3, 9, 27, \dots; \frac{9}{3} = \frac{27}{9} = 3 \quad (q = 3).$$

$$2) 1, 8, 27, \dots; \frac{8}{1} \neq \frac{27}{8};$$

$$4) 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \dots; \frac{1}{2} : 1 \neq \frac{1}{3} : \frac{1}{2}.$$

Ответ: В.

15. 1)  $a < 0$ . Ветви параболы направлены вниз.

2) Имеет 2 корня: пересекает  $OX$  в 2-х точках. 3)  $x_1 < 0$ ;  $x_2 > 0$ .

Ответ: В.

16. За 15 мин. велосипедист проехал 5 км; скорость в час  
 $5 \cdot 4 = 20$  км/ч.

Ответ: 20 км/ч.

### Работа № 4

#### Вариант 1

$$1. \frac{-(-1)^3}{3} + \frac{(-1)^2}{2} - 1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{5}{6} - 1 = -\frac{1}{6}.$$

Ответ:  $-\frac{1}{6}$ .

$$2. v = v_0 + at; at = v - v_0; t = \frac{v - v_0}{a}.$$

Ответ: А.

$$3. 0,00018 = 1,8 \cdot 0,0001 = 1,8 \cdot 10^{-4}.$$

Ответ: В.

$$4. \sqrt{81} < \sqrt{85} < \sqrt{100}; 9 < \sqrt{85} < 10; N(\sqrt{85}).$$

Ответ: Б.

5. 2,4 м – уровень воды в реке.  $2,4 \cdot 0,05$  (м) = 0,12 м. На 0,12 м  
повысился уровень воды в реке.  $2,4 + 0,12 = 2,52$  м.

Ответ: Б.

$$6. А. -\frac{y-x}{2x-y} = \frac{x-y}{2x-y}.$$

Ответ: А.

$$7. 3(a-1)^2 + 6a = 3(a^2 - 2a + 1) + 6a = 3a^2 - 6a + 3 + 6a = 3a^2 + 3.$$

Ответ: Г.

$$8. 2\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 10\sqrt{6^2} = 60.$$

Ответ: А.

$$9. 2x^2 + 8x = 0; x^2 + 4x = 0; x(x+4) = 0; x_1 = 0; x_2 = -4.$$

Ответ:  $x_1 = 0; x_2 = -4$ .

10. Точка (4; 0) является точкой пересечения прямых  $x - 2y = 4$  и  
 $x + y = 4$ .

Ответ: В.

11.  $x$  девочек посадили  $2x$  деревьев.  $y$  мальчиков посадили  
 $3y$  деревьев.  $2x + 3y = 63$ . В классе  $x + y$  учащихся;  $x + y = 25$ .

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 2x + 3y = 63 \end{cases}. \text{ Эта система уравнений соответствует условию задачи.}$$

Ответ: Г.

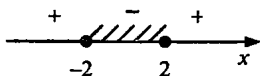


12. А.  $a+5 > b+5$ ; верно, т.к.  $a > b$ . Б.  $-5a < -5b$ ; верно, т.к.  $a > b$ ;  $-a < -b$

В.  $a-5 < b-5$ ; неверно, т.к.  $a > b$ . Г.  $\frac{a}{2} > \frac{b}{2}$ ; верно, т.к.  $a > b$ .

Ответ: В.

13.  $x^2 \leq 4$ ;  $x^2 - 4 \leq 0$ ;  $(x-2)(x+2) \leq 0$ .



Ответ:  $-2 \leq x \leq 2$ .

14.  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия

$a_1 = 30$ ;  $d = 4$ ;  $a_n = a_1 + d(n-1)$ ;  $a_n = 30 + 4(n-1)$ ;  $a_n = 26 + 4n$ .

Ответ: Б.

15. а)  $y = \frac{2}{x}$ . График – гипербола; рис. 3.

б)  $y = 2x$ . График – прямая, проходящая через  $(0; 0)$ ; (рис. 1).

в)  $y = 2 - x^2$ . График – парабола, ветви вниз; рис. 4.

г)  $y = 2x + 2$ . График – прямая  $b = 2$ , пересекает  $OY$  в точке  $(0; 2)$ .  
рис. 2.

Ответ: а)  $\rightarrow 3$ ; б)  $\rightarrow 1$ ; в)  $\rightarrow 4$ ; г)  $\rightarrow 2$ .

16. А. Неверно, т.к.  $f(-1) = 0$ ;  $f(3) = 2$ ;

Б. Функция убывает на  $[1; \infty)$  верно, т.к. график на этом участке идет вниз.

В. Неверно,  $f(2) > 0$ .

Г. Неверно,  $y_{\text{наиб.}} = 3$ .

Ответ: Б.

### Вариант 2

$$1. \frac{(-1)^3}{3} - \frac{(-1)^2}{2} + 1 = -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1 = -\frac{5}{6} + 1 = \frac{1}{6}.$$

Ответ:  $\frac{1}{6}$ .

$$2. s = s_0 + vt; vt = s - s_0; t = \frac{s - s_0}{v}.$$

Ответ: Б.

$$3. 3,6 \cdot 10^{-5} = 3,6 \cdot 0,00001 = 0,000036.$$

Ответ: Б.

$$4. \sqrt{64} < \sqrt{68} < \sqrt{81}; 8 < \sqrt{68} < 9; M(\sqrt{68}).$$

Ответ: А.

5. 5 млн. р. – первоначальный вклад.  $5 \cdot 0,08 = 0,4$  (млн. р.) составляет 8% годовых.  $5 + 0,4 = 5,4$  (млн. р.).

Ответ: В.

$$6. \text{ А. } -\frac{m-n}{m-2n} = \frac{n-m}{m-2n};$$

$$\text{В. } \frac{n-m}{m-2n} = \frac{m-n}{2n-m};$$

$$\text{Б. } \frac{m-n}{2n-m} = \frac{n-m}{m-2n};$$

$$\text{Г. } \frac{n-m}{2n-m} = \frac{m-n}{m-2n}$$

Ответ: Г.

$$7. 8x+4(1-x)^2 = 8x+4(1-2x+x^2) = 8x+4-8x+4x^2 = 4x^2+4.$$

Ответ: А.

$$8. 3\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{10} \cdot \sqrt{5} = 12\sqrt{100} = 120.$$

Ответ: В

$$9. 5x^2 = 25x; 5x^2 - 25x = 0; x^2 - 5x = 0; x(x-5) = 0; x_1 = 0; x_2 = 5.$$

Ответ:  $x_1 = 0; x_2 = 5$ .

10. Решение системы – координаты точек пересечения прямых  $x+y=4$  и  $7x-5y=-8$ . Это точка (1; 3).

Ответ: (1; 3).

11.  $x$  девочек принесли  $2x$  ведер воды.  $y$  мальчиков принесли  $5y$  ведер воды. Всего принесено  $2x + 5y$  ведер воды;  $2x + 5y = 57$   
Всего учащихся 18:  $x + y = 18$ .

Ответ: А.

$$12. \text{ А. } x-3 > y-3; x > y$$

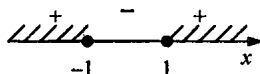
$$\text{В. } x+3 > y+3; x > y$$

$$\text{Б. } -x < -y; x > y$$

$$\text{Г. } \frac{x}{3} < \frac{y}{3}; x < y \text{ (по условию } x > y)$$

Ответ: Г.

$$13. x^2 \geq 1 \quad x^2 - 1 \geq 0; x \leq -1; x \geq 1.$$



Ответ:  $x \leq -1; x \geq 1$ .

14.  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия

$$1) a_1 = 200 \text{ руб}; d = 10 \text{ руб}$$

$$3) a_n = 200 + 10(n-1)$$

$$2) a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$4) a_n = 190 + 10n$$

Ответ: А.

$$15. \text{ а) } y = -\frac{1}{x}. \text{ График – гипербола; рис. 3.}$$

$$\text{б) } y = x^2 - 1. \text{ График – парабола, ветви вверх; рис. 4.}$$

$$\text{в) } y = -x. \text{ График – прямая, проходящая через начало координат (рис. 1).}$$

$$\text{г) } y = 1 - x. \text{ График – прямая } b = 1; k = -1, \text{ рис. 2.}$$

Ответ: а)  $\rightarrow$  3)      б)  $\rightarrow$  4)      в)  $\rightarrow$  1)      г)  $\rightarrow$  2).

$$16. \text{ А. Неверно, т.к. } f(-1) = 3; f(2) = -1;$$

Б. Функция убывает на  $(-\infty; 1]$ . Верно; график на этом промежутке идет вниз.

В. Неверно,  $f(0) = -1$ .

Г. Неверно. Наименьшее значение функция принимает при  $x = 1$ .

Ответ: Б.

## Работа № 5

### Вариант 1

1. Сравнить дроби  $\frac{2}{7}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}, \frac{11}{20}$ . Приведем дроби к одному числителю.  $\frac{2}{7} = \frac{44}{154}; \frac{4}{5} = \frac{44}{55}; \frac{1}{2} = \frac{44}{88}; \frac{11}{20} = \frac{44}{80}$ . Наибольшее число  $\frac{4}{5}$ .

Ответ: Б.

2.  $x$  (р) – цена телевизора до уценки.  $0,8x$  (р) – новая цена телевизора.  $0,8$  составляет  $80\%$ , т.к.  $0,8 \cdot 100\% = 80\%$ .

Ответ: Г.

$$3. 2\left(-\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} + 3 = 2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} + 3 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + 3 = -\frac{1}{8} + 3 = 2\frac{7}{8}.$$

Ответ:  $2\frac{7}{8}$ .

$$4. v_M = \frac{a}{3} \text{ км/ч}; v_B = \frac{a}{6} \text{ км/ч}. s = \frac{5a}{6} \text{ км. (путь велосипедиста за 5 ч.)}$$

Ответ: А.

5.  $a$  – четное число;  $b$  – нечетное число.

А.  $ab$  – четное число;

Б.  $2(a+b)$  – четное число;

В.  $a+b$  – нечетное число;

Г.  $a+b+1$  – четное число.

Ответ: В.

$$6. \frac{2x-2y}{y} \cdot \frac{3y^2}{x^2-y^2} = \frac{2(x-y) \cdot 3y^2}{y(x-y)(x+y)} = \frac{6y}{x+y}. \quad \text{Ответ: } \frac{6y}{x+y}$$

$$7. (1,2 \cdot 10^{-3}) \cdot (3 \cdot 10^{-1}) = 3,6 \cdot 10^{-4} = 3,6 \cdot 0,0001 = 0,00036.$$

Ответ: Б.

$$8. 2\sqrt{3} = \sqrt{12}; 3 = \sqrt{9}; \sqrt{9}; \sqrt{10}; \sqrt{12}; 3; \sqrt{10}; 2\sqrt{3}$$

Ответ: А.

$$\begin{array}{l} 9. \quad \left. \begin{array}{l} 1) x^2 = x \\ x^2 - x = 0 \\ x(x-1) = 0 \\ x_1 = 0; x_2 = 1 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 2) x^2 = -x \\ x^2 + x = 0 \\ x(x+1) = 0 \\ x_1 = 0; x_2 = -1 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 3) x^2 = -1 \\ \text{уравнение не} \\ \text{имеет корней} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 4) x^2 = 1 \\ x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{array} \right\} \end{array}$$

1) → б)

2) → в)

4) → а)

Ответ: 1) → б)

2) → в)

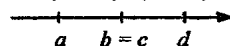
4) → а).

10.  $x$  лет Борису;  $1,5x$  лет Олегу;  $(1,5x+4)$  лет Андрею  
 $x+1,5x+1,5x+4 = 36$ ;  $4x+4 = 36$ ;  $4x = 32$ ;  $x = 8$ .

Ответ: В.

11. Решение системы уравнений – координаты точек пересечения изображенных графиков функций. Их точки пересечения  $(-2; 5)$ ;  $(2; -3)$ .

Ответ:  $(-2; 5)$ ;  $(2; -3)$ .

12.   $a < d$

Ответ: В.

13.  $3x+5 \leq 7x-3$ ;  $3x-7x \leq -3-5$ ;  $-4x \leq -8$ ;  $x \geq 2$ .

Ответ: А.

14.  $d = 12-6 = 6$ ;  $a_1 = 6$ .  $a_n = a_1 + d(n-1)$ ;  $6+6(n-1) = 63$ ;  $6(n-1) = 57$ .

$n-1 = \frac{57}{6}$ ;  $n = \frac{57}{6} + 1$ ;  $n = \frac{19}{2} + 1 = \frac{21}{2}$ .  $\frac{21}{2} \notin N$ . Ответ: Б.

15. Изображен график функции  $y = 2x^2 + 1$ . На рисунке парабола; ее вершина  $(0; 1)$ . Вместо 1 по оси  $OY$  должно быть 2, тогда ответ Г.

Ответ: Г.

16. Мяч подбросили с высоты 1 м;  $t = 3$  с,  $s = 8 - 1 + 2 = 9$  (м).

Ответ: В.

## Вариант 2

1. Сравнить дроби  $\frac{4}{5}$ ;  $\frac{5}{4}$ ;  $\frac{67}{100}$ ;  $\frac{7}{10}$ . Приведем дроби к одному

знаменателю:  $\frac{4}{5} = \frac{80}{100}$ ;  $\frac{7}{10} = \frac{70}{100}$ ;  $\frac{5}{4} = \frac{125}{100}$ .

Наименьшее из чисел  $\frac{67}{100}$ ;  $\frac{70}{100}$ ;  $\frac{80}{100}$  и  $\frac{125}{100}$  есть  $\frac{67}{100}$ .

Ответ: В.

2.  $x$  – число дорожно-транспортных происшествий зимой.  $0,7x$  – число дорожно-транспортных происшествий летом.  $x - 0,7x = 0,3x$ ;  $0,3$  составляет 30%. Ответ: Б.

3.  $2(-\frac{1}{4})^2 - \frac{1}{4} + 1 = 2 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} + 1 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + 1 = -\frac{1}{8} + 1 = \frac{7}{8}$ .

Ответ:  $\frac{7}{8}$ .

4.  $v_a = \frac{17}{a}$  км/ч;  $v_b = \frac{17}{a} \cdot 3 = \frac{51}{a}$  км/ч;  $s_b = \frac{51b}{a}$  км (путь велосипедиста за  $b$  ч.)

Ответ: А.

5.  $a$  – четное число;  $b$  – нечетное число.

А.  $a+b$  – нечетное число;

В.  $(a+1)b$  – нечетное число;

Б.  $3(a+b)$  – нечетное число;

Г.  $ab$  – четное число.

Ответ: Г.

6.  $\frac{x^2 - y^2}{2xy} \cdot \frac{2y}{3x - 3y} = \frac{(x-y)(x+y)2y}{2xy \cdot 3(x-y)} = \frac{x+y}{3x}$ .      Ответ:  $\frac{x+y}{3x}$ .

7.  $(2,4 \cdot 10^{-3}) \cdot (2 \cdot 10^{-2}) = 4,8 \cdot 10^{-5} = 4,8 \cdot 0,00001 = 0,000048$ .

Ответ: Б.

8.  $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ ;  $4 = \sqrt{16}$ ;  $\sqrt{15}$ ;  $\sqrt{16}$ ;  $\sqrt{18}$ ;  $\sqrt{15}$ ;  $4$ ;  $3\sqrt{2}$ .

Ответ: Г.

9.

1) $x^2 - 1 = 0$ $x^2 = 1$ $x_1 = 1$ ; $x_2 = -1$	2) $x^2 + 1 = 0$ уравнение не имеет реше- ний	3) $x = x^2$ $x - x^2 = 0$ $x(1-x) = 0$ $x_1 = 0$ ; $x_2 = 1$	4) $x^2 = -x$ $x^2 + x = 0$ $x(x+1) = 0$ $x_1 = 0$ ; $x_2 = -1$
---	--	--	--

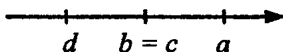
Ответ: 1)  $\rightarrow$  в)      3)  $\rightarrow$  б)      4)  $\rightarrow$  а)

10.  $x$  лет дочери;  $5x$  лет маме;  $(5x+20)$  лет бабушке  
 $x+5x+5x+20 = 86$ ;  $11x = 66$ ;  $x = 6$ .

Ответ: Г.

11. Решением системы уравнений являются координаты точек пересечения изображенных графиков функций. Графики пересекаются в точках:  $(-2; -5)$ ;  $(2; 3)$ .

Ответ:  $(-2; -5)$ ;  $(2; 3)$ .



$a > d$

12.

Ответ: Б.

13.  $x+4 \geq 4x-5$ ;  $x-4x \geq -5-4$ ;  $-3x \geq -9$ ;  $x \leq 3$ .

Ответ: Г.

14. 4; 8; 12; 16 ... – арифметическая прогрессия.

$a_1 = 4$ ;  $d = 8-4 = 4$ ;  $a_n = a_1 + d(n-1)$ ;  $4+4(n-1) = 66$ ;  $4(n-1) = 62$

$n-1 = \frac{62}{4}$ ;  $n = \frac{31}{2} + 1$ ;  $n = \frac{33}{2}$ ;  $16,5 \notin N$ .

Ответ: В.

15. На рисунке график  $y = 2x+2$ ; прямая проходит через точки  $(0; 2)$  и  $(-1; 0)$ .

$x$	0	-1
$y$	2	0

Ответ: Б.

16. Мяч бросали с высоты 1 м:  $t = 2$  с,  $s = 7 - 1 + 1 = 7$  м.

Ответ: Б.

## Работа № 6

### Вариант 1

1.  $\sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13.$

Ответ: 13.

2.  $F = 1,8C + 32; 1,8C = F - 32; C = \frac{F - 32}{1,8}.$

Ответ: А.

3.  $a > 0, b > 0; a > b; \frac{1}{a} < \frac{1}{b}.$

Ответ: Б.

4. 1) Голоса распределились между кандидатами в количестве  $2x$  и  $7x$ . 2)  $2x + 7x = 252; 9x = 252; x = 28.$

3) Проигравший кандидат получил 56 голосов.

Ответ: В.

5.  $\frac{3}{4} \cdot 100\% = 75\%; \frac{1}{2} \cdot 100\% = 50\%; 0,08 \cdot 100\% = 8\%$

$0,8 \cdot 100\% = 80\%$

Ответ: а) → 3)      б) → 1)      в) → 4)      г) → 2).

6.  $4x^2 - 6xy = -2x(-2x + 3y)$

Ответ: Б.

7.  $\frac{15a^2}{3a-2} - 5a = \frac{15a^2 - 15a^2 + 10a}{3a-2} = \frac{10a}{3a-2}$

Ответ:  $\frac{10a}{3a-2}.$

8.  $(a^{-6})^{-2} \cdot a^{-14} = a^{+12} \cdot a^{-14} = a^{-2}$

Ответ:  $a^{-2}.$

9.  $\frac{x+9}{3} - \frac{x-1}{5} = 2; 5x+45-3x+3 = 30; 2x+48 = 30; 2x = -18; x = -9.$

Ответ: Г.

10.  $\begin{cases} y = 2x^2 - 5 \\ y = 4x - 5 \end{cases}$  1)  $2x^2 - 5 = 4x - 5; 2x^2 = 4x; x^2 - 2x = 0; x(x-2) = 0;$

$x_1 = 0; x_2 = 2.$  (0; -5); (2; 3) – координаты точек пересечения параболы и прямой.

Ответ: Г.

11. 1-й принтер за 10 мин печатает  $10x$  страниц; 2-й принтер за 15 мин печатает  $15(x - 4)$  стр. Вместе они напечатали  $10x + 15(x-4) = 340$  стр.

Ответ: В.

12.  $3(3x-1) > 10x-14$ ;  $9x-3 > 10x-14$ ;  $9x-10x > -14+3$ ;  $-x > -11$ ;  $x < 11$ .

Ответ: А.

13. Решением этого неравенства будут значения  $x$ , при которых  $y \leq 0$ .  $y < 0$  при  $-2 \leq x \leq 0$ .

Ответ:  $-2 \leq x \leq 0$ .

14. Дана арифметическая прогрессия.  $a_1 = 1$ ;  $d = 2$ ;  $a_{20} = a_1 + 19d$   
 $a_{20} = 1 + 38 = 39$ .

Ответ: Б.

15. График этой функции прямая, в уравнении которой  $k > 0$  и  $b = 4$ . Функция задана аналитически:  $y = 2x + 4$ .

Ответ: А.

16. А. Неверно, т.к.  $f(2) = -1$ .

Б. Неверно, на этом промежутке функция убывает.

В.  $f(x) < 0$  при  $-0,5 < x < 3$  верно.

Г. Неверно,  $f(-1) > 0$ .

Ответ: В.

### Вариант 2

1.  $\sqrt{10^2 - (-6)^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ .

Ответ: 8.

2.  $v = 20 - 2,5t$ ;  $2,5t = 20 - v$ ;  $t = \frac{20 - v}{2,5}$ .

Ответ: В.

3.  $a < 0$ ;  $b < 0$ ;  $a > b$ . Так как  $a > b$ , то  $-a < -b$ .

Ответ: Б.

4. 1) Голоса распределились между кандидатами:  $8x$  и  $3x$ .

2)  $8x + 3x = 198$ ;  $11x = 198$ ;  $x = 18$ .

3) Победитель получил  $18 \cdot 8 = 144$  (голоса).

Ответ: Б.

5.  $\frac{1}{4} \cdot 100\% = 25\%$ ;  $\frac{4}{5} \cdot 100\% = 80\%$ ;  $0,4 \cdot 100\% = 40\%$ ;  $0,04 \cdot 100\% = 4\%$ .

Ответ: а)  $\rightarrow 2)$

б)  $\rightarrow 3)$

в)  $\rightarrow 1)$

г)  $\rightarrow 4)$

6.  $10ab - 6b^2 = -2b(-5a + 3b)$

Ответ: Г.

7.  $\frac{6c^2}{3+2c} - 3c = \frac{6c^2 - 9c - 6c^2}{3+2c} = -\frac{9c}{3+2c}$ .

Ответ:  $-\frac{9c}{3+2c}$ .

$$8. \frac{a^{-9}}{(a^2)^{-3}} = \frac{a^{-9}}{a^{-6}} = a^{-9+6} = a^{-3}$$

Ответ:  $a^{-3}$ .

$$9. \frac{x-4}{2} - \frac{x-2}{5} = 2; 5x-20-2x+4 = 20; 3x-16 = 20; 3x = 36; x = 12.$$

Ответ: Г.

$$10. \begin{cases} y = 3x^2 + 2 \\ y = -6x + 2 \end{cases}$$

$$1) 3x^2 + 2 = -6x + 2; 3x^2 = -6x; x^2 + 2x = 0; x(x+2) = 0; x_1 = 0; x_2 = -2.$$

$$2) \begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 2 \end{cases} \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = 14 \end{cases} \cdot (0; 2); (-2; 14) - \text{координаты точек пересечения параболы и прямой.}$$

Ответ: Б.

11. За 10 мин 1-й автомат упаковал  $10x$  пачек. За 20 мин 2-й автомат упаковал  $20(x-2)$  пачек; вместе  $10x + 20(x-2) = 320$ .

Ответ: А.

$$12. 5x+20 < 2(4x-5); 5x+20 < 8x-10; 5x-8x < -10-20; -3x < -30; x > 10.$$

Ответ: В.

$$13. y = x^2 - 3x; x^2 - 3x \geq 0; x \leq 0; x \geq 3. \quad \text{Ответ: } x \leq 0; x \geq 3.$$

$$14. \text{Дана арифметическая прогрессия } a_1 = 3; d = 2; a_{15} = a_1 + 14d; a_{15} = 3 + 28 = 31.$$

Ответ: В.

$$15. \text{Так как ветви параболы направлены вниз, то } y = -x^2 + 4.$$

Ответ: Г.

$$16. \text{А. } f(-1) < f(2) \text{ верно: } f(-1) = 0; f(2) > 0.$$

Б. Неверно, на этом промежутке функция убывает.

$$\text{В. Неверно, } f(0) = 2.$$

Г.  $y = f(x)$  принимает наибольшее значение при  $x = 1$ . Да.

Ответ: Г и А.

## Работа № 7

### Вариант I

1. I результат – 24,3; II результат – 27,3; III результат – 27,8.

Ответ: Б.

2. 48 кг составляет 100%;  $x$  кг составляет 120%;  $x$  кг – вес Сергея.

$$\frac{48}{x} = \frac{100}{120}; \frac{48}{x} = \frac{5}{6} \quad x = \frac{48 \cdot 6}{5} = 57,6.$$

Ответ: Б.



3.  $s = 5t^2$ ;  $s = 80$  м;  $5t^2 = 80$ ;  $t^2 = 16$ ;  $t_1 = -4$ ;  $t_2 = 4$ ;  $t_1$  не удовлетворяет условию задачи. **Ответ:** 4 с.

4.  $2,8^2 = 7,84$ ;  $8 - 7,84 = 0,16$ ;  $2,7^2 = 7,29$ ;  $8 - 7,29 = 0,71$ .

Лучшим приближением числа  $\sqrt{8}$  является 2,8. **Ответ:** В.

5. В область определения выражения  $\sqrt{4-x}$  не входит число 8. **Ответ:** Г.

6.  $4c(c-2)-(c-4)^2 = 4c^2 - 8c - c^2 + 8c - 16 = 3c^2 - 16$ .

**Ответ:**  $3c^2 - 16$ .

7.  $(1,6 \cdot 10^{-5}) \cdot (4 \cdot 10^2) = 6,4 \cdot 10^{-3} = 6,4 \cdot 0,001 = 0,0064$ . **Ответ:** В.

8.  $\frac{x}{x^2 - y^2} (xy - y^2) = \frac{xy}{x^2 - y^2} (x - y) = \frac{xy(x - y)}{(x - y)(x + y)} = \frac{xy}{x + y}$ .

**Ответ:**  $\frac{xy}{x + y}$ .

9.  $4x - 4,5 = 5x - 3(2x - 1,5)$ ;  $4x - 4,5 = 5x - 6x + 4,5$ ;  $4x + x = 9$ ;  $5x = 9$ ;  $x = 1,8$

**Ответ:** Г.

10.  $x$  км – расстояние от города до поселка;  $t_1 = 3$  ч – время движения автомобиля от города до поселка;  $t_2 = 2$  ч – время движения автомобиля с увеличенной скоростью на 25 км/ч.

$$v = \frac{s}{t}; v_1 = \frac{x}{3} \text{ км/ч}; v_2 = \frac{x}{2} \text{ км/ч}. \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 25$$

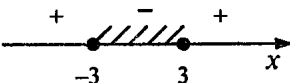
**Ответ:** А.

11.  $\begin{cases} x^2 - 3y = -9 \\ x + y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 3y = -9 & (1) \\ 3x + 3y = 9 & (2) \end{cases}$ . Сложим почленно (1) и (2)

1)  $x^2 + 3x = 0$ ;  $x(x+3) = 0$ ;  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = -3$ . 2)  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x = -3 \\ y = 6 \end{cases}$

3) Решения системы:  $(0; 3)$ ;  $(-3; 6)$ .

**Ответ:** В.

12.  $x^2 - 9 \leq 0$ ;  $(x-3)(x+3) \leq 0$  

$-3 \leq x \leq 3$

**Ответ:** А.

13.  $(b_n)$  – геометрическая прогрессия.  $b_1 = 3$ ;  $b_{n+1} = b_n \cdot 2$ ;  $q = 2$ ;  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ ;  $b_n = 3 \cdot 2^{n-1}$ .

**Ответ:** В.

14.  $f(-1,5) > 0$ ;  $f(1,5) < 0$ .

**Ответ:** Б.

15.

А.  $y = 2x + 3; k = 2$

$x$	0	-1,5
$y$	3	0

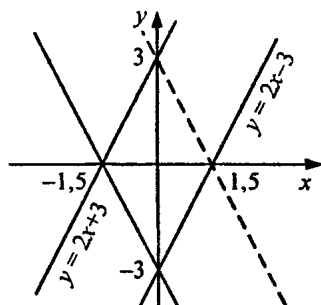
Б.  $y = 2x - 3; k_2 = 2$

В.  $y = -2x + 3$

$x$	0	1,5
$y$	3	0

Нет на рисунке.

Ответ: В.



16.  $a = \frac{S}{b}; S = ab; b$  – независимая переменная  $S$  – const.

Зависимость длины стороны прямоугольника от длины другой стороны при постоянной площади обратно пропорциональная; графиком этой зависимости является гипербола.

Ответ: В.

**Вариант 2**

1. Худший результат – 90,30 с. (максимальное время).

Ответ: Г.

2. 36 кг составляют 100%;  $x$  кг составляют 110%;

36:100:110 = 39,6 (кг) (вес Маши).

Ответ: Б.

3.  $s = 5t^2; s = 45$  м;  $5t^2 = 45; t^2 = 9; t_1 = 3; t_2 = -3; t_2$  не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 3 с.

4.  $3,4^2 = 11,56; 12 - 11,56 = 0,44; 3,6^2 = 12,96; 12,96 - 12 = 0,96$ .

Лучшим приближением числа  $\sqrt{12}$  является 3, 4.

Ответ: Б.

5. Число -4 обращает подкоренное выражение в отрицательное.

Ответ: В.

6.  $3a(a+2) - (a+3)^2 = 3a^2 + 6a - a^2 - 6a - 9 = 2a^2 - 9$ .

Ответ:  $2a^2 - 9$ .

7.  $(6 \cdot 10^3) \cdot (1,4 \cdot 10^{-6}) = 8,4 \cdot 10^{-3} = 8,4 \cdot 0,001 = 0,0084$ .

Ответ: В.

8.  $\frac{x^2 - y^2}{y} : (xy - y^2) = \frac{x^2 - y^2}{y} : y(x - y) = \frac{x^2 - y^2}{y^2(x - y)} = \frac{x + y}{y^2}$ .

Ответ:  $\frac{x + y}{y^2}$ .

$$9. 3(2+1,5x) = 0,5x+24; 6+4,5x = 0,5x+24; 4,5x-0,5x = 24-6; 4x = 18; x = 4,5.$$

Ответ: Г.

10.  $x$  км – расстояние от дома до школы

$$v = 10 \text{ км/ч}, v_2 = 12 \text{ км/ч}; t_1 = \frac{x}{10} \text{ ч}; t_2 = \frac{x}{12} \text{ ч}; \frac{x}{10} - \frac{x}{12} = \frac{1}{4}.$$

Ответ: А.

$$11. \begin{cases} x^2 - 3y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases} \quad -3 \quad \begin{cases} x^2 - 3y = 9 \\ -3x + 3y = -9 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

Сложим почленно равенства (1) и (2)

$$1) x^2 - 3x = 0; x(x-3) = 0; x_1 = 0, x_2 = 3$$

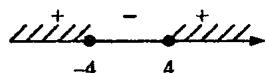
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases} \quad (0; -3); (3; 0) - \text{решения данного неравенства.}$$

Ответ: В.

$$12. x^2 - 16 \geq 0; x - 4)(x + 4) \geq 0.$$

$$x \leq -4; x \geq 4$$

Ответ: Г.



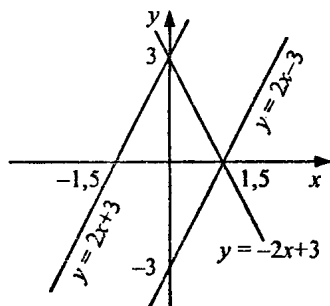
$$13. (b_n) - \text{геометрическая прогрессия. } b_1 = 2; b_{n+1} = b_n \cdot \frac{1}{3}; q = \frac{1}{3}$$

$$b_n = b_1 q^{n-1}; b_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}; b_n = 2 \cdot \frac{1}{3^{n-1}} = \frac{2}{3^{n-1}}.$$

Ответ: В.

$$14. f(-1) < 0; f(1,5) > 0.$$

Ответ: А.



15.

$$A. y = 2x + 3; k = 2; b = 3$$

$x$	0	-1,5
$y$	3	0

$$B. y = 2x - 3; k = 2; b = -3$$

$$B. y = -2x + 3$$

$x$	0	1,5
$y$	3	0

$$Г. y = -2x - 3. \text{ Нет на рисунке.}$$

Ответ: Г.

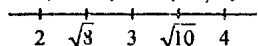
16.  $y = v \cdot x$ ;  $y$  – расстояние,  $x$  – независимая переменная (время),  $v = \text{const.}$  (скорость). Зависимость между временем движения и пройденным расстоянием при постоянной скорости – прямая пропорциональная.

Ответ: А.

## Работа № 8

### Вариант 1

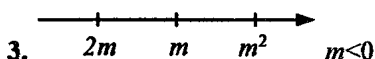
1.  $\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$ ;  $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ ;  $2 < \sqrt{8} < 3$ ;  $3 < \sqrt{10} < 4$ .



Ответ: Б.

2. 60 р. – первоначальная цена товара. 10% от 60 р. составляют 6 р. Через 1 неделю товар стал стоить 54 р. На 12-й день товар стоил 54 р (12 дней меньше двух недель).

Ответ: Г.



На этом рисунке точки с координатами  $m$ ,  $2m$ ,  $m^2$  расположены на координатной прямой в правильном порядке.

Ответ: А.

4.  $s = \frac{40v + v^2}{200} = \frac{v(40 + v)}{200}$ ;  $v_1 = 100$  км/ч;  $v_2 = 80$  км/ч

$s_1 = \frac{100 \cdot 140}{200} = 70$  (м);  $s_2 = \frac{80 \cdot 120}{200} = 48$  (м);  $s_1 - s_2 = 70 - 48 = 22$  (м).

Ответ: Б.

5. при  $x = 0$  выражения  $\frac{x-5}{x}$  и  $\frac{x-\frac{1}{x}}{5}$  не имеют смысла, так как содержат  $x$  в знаменателе дробей.

Ответ: В.

6.  $\frac{a^2 - b^2}{a^2} \cdot \frac{a}{ab + b^2} = \frac{a(a-b)(a+b)}{a^2b(a+b)} = \frac{a-b}{ab}$

Ответ:  $\frac{a-b}{ab}$ .

7.  $\frac{a^{-9}}{a^{-2}a^5} = \frac{a^{-9}}{a^{-7}} = a^{-9+7} = a^{-2}$ ;  $(\frac{1}{2})^{-2} = 2^2 = 4$

Ответ: Г.

8.  $\sqrt{15 \cdot 32 \cdot 30} = \sqrt{15 \cdot 32 \cdot 2 \cdot 15} = 8 \cdot 15 = 120$ . **Ответ:** 120.

9.  $2x^2 - 8 = 0$ ;  $x^2 - 4 = 0$ ;  $x^2 = 4$ ;  $x_1 = -2$ ;  $x_2 = 2$ . **Ответ:**  $x_1 = -2$ ;  $x_2 = 2$ .

10. 
$$\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$$

Графики этих функций – параллельные прямые. Они образуют с положительным направлением оси  $Ox$  острый угол ( $k = 2$ ).

**Ответ:** А.

11. Стороны прямоугольника:  $a = 4 + 2x$  (м);  $b = 5 + 2x$  (м).

$S = ab$ ;  $S = (4 + 2x)(5 + 2x)$  (м<sup>2</sup>);  $(4 + 2x)(5 + 2x) = 56$ .

**Ответ:** Г.

12.  $6 - 3x < 19 - (x - 7)$ ;  $6 - 3x < 19 - x + 7$ ;  $-2x < 20$ ;  $x > -10$ . **Ответ:** А.

13.  $x > 0$ ,  $y < 0$ ; А.  $xy < 0$ ; Б.  $(x - y)x > 0$ ; В.  $(x - y)y < 0$ ; Г.  $(y - x)x < 0$ .

**Ответ:** Б.

14.  $c_n = n^2 - 1$ ;  $c_1 = 0$ ;  $c_2 = 3$ ;  $c_3 = 8$ . **Ответ:** В.

15. График функции – парабола. Ветви параболы направлены вниз, а вершина находится в т. (0; 4), следовательно, коэффициент при  $x^2$  отрицателен, а свободный член положителен и равен 4.

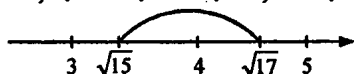
**Ответ:** Г.

16. 1 мин. 40 с. = 100 с. За 100 с пловец проплыл  $2 \cdot 50 + 30 = 130$  м.

**Ответ:** В.

### Вариант 2

1.  $\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$ ;  $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$ ;  $3 < \sqrt{15} < 4$ ;  $4 < \sqrt{17} < 5$ .



**Ответ:** Б.

2. 800 р. – начальная цена; 10% составляют 80 р. Через месяц товар стал стоить  $800 - 80 = 720$  р. На 50-й день товар будет стоить 720 р.

**Ответ:** А.

3. 
$$\begin{array}{c} | \quad | \quad | \\ m \quad \frac{m}{2} \quad m^2 \end{array}$$

$m < 0$ ,  $m < \frac{m}{2} < m^2$

**Ответ:** Б.

4.  $s = \frac{40v + v^2}{200} = \frac{v(40 + v)}{200}$ ;  $v_1 = 120$  км/ч;  $v_2 = 100$  км/ч

$s_1 = \frac{120 \cdot 160}{200} = 6 \cdot 16 = 96$  (м);  $s_2 = \frac{100 \cdot 140}{200} = 70$  (м);  $s_1 - s_2 = 26$  (м).

**Ответ:** В.

5. При  $x = 1$  имеем  $x - 1 = 0$  и, следовательно, не имеют смысла выражения 1) и 3), т.к. они содержат ноль в знаменателе.

Ответ: Б.

$$6. \frac{x^2 - y^2}{2x} \cdot \frac{2xy}{xy - y^2} = \frac{(x - y)(x + y)2xy}{2xy(x - y)} = x + y.$$

Ответ:  $x + y$

$$7. \frac{a^{-4}a^{-3}}{a^{-5}} = \frac{a^{-7}}{a^{-5}} = a^{-7+5} = a^{-2}; \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9$$

Ответ: Г.

$$8. \sqrt{27 \cdot 6 \cdot 50} = \sqrt{3 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 2} = 9 \cdot 2 \cdot 5 = 90$$

Ответ: 90.

$$9. 3x^2 - 27 = 0; x^2 - 9 = 0; x^2 = 9; x_1 = -3; x_2 = 3.$$

Ответ:  $-3; 3$ .

$$10. \begin{cases} y = -2x + 4 \\ y = 2x + 4 \end{cases} \text{ . График каждой из функций проходит через}$$

точку  $(0; 4)$ .

Ответ: Б.

11. Стороны песочницы, соответственно равны  $(12 - 2x)$  м и  $(13 - 2x)$  м. Площадь песочницы равна  $(12 - 2x)(13 - 2x)$  м<sup>2</sup>.

$S = 12 \cdot 13 = 156$  (м<sup>2</sup>) площадь всей детской площадки. Получаем уравнение  $156 - (12 - 2x)(13 - 2x) = 130$ .

Ответ: В

$$12. 3(1 - x) - (2 - x) < 5; 3 - 3x - 2 + x - 5 < 0; -2x < 4; x > -2.$$

Ответ: А.

$$13. x < 0, y > 0. \text{ А. } (x - y)x > 0; \text{ Б. } xy < 0; \text{ В. } (x - y)y < 0; \text{ Г. } (y - x)x < 0$$

Ответ: А.

$$14. c_n = n^2 + 1; c_1 = 2; c_2 = 5; c_3 = 10.$$

Ответ: В.

15. График функции – парабола, проходящая через точку  $(0; -4)$ .

Ответ: В.

$$16. 2 \text{ мин. } 20 \text{ с.} = 140 \text{ с. } s = 3 \cdot 50 + 25 = 175 \text{ м.}$$

Ответ: Г.

## Работа № 9

### Вариант 1

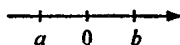
$$1. 1,49 \cdot 10^8 \text{ км} = 1,49 \cdot 10^8 : 10^6 \text{ млн. км} = 1,49 \cdot 10^2 \text{ млн. км} = 149 \text{ млн. км.}$$

Ответ: В.

$$2. 123 : 70 \text{ делится на } 6. \text{ т.к. } 123 : 3; 70 : 2.$$

Ответ: Б.

3.



А.  $a + b > b$  неверно

В.  $ab > b$  неверно

Б.  $a + b > a$  верно

Г.  $a - b > b$  неверно

Ответ: Б.

$$4. \frac{a^3 \sqrt{2}}{4}; a = -\sqrt{2}. \frac{(-\sqrt{2})^3 \sqrt{2}}{4} = -\frac{(\sqrt{2})^3 \sqrt{2}}{4} = -\frac{(\sqrt{2})^4}{4} = -1.$$

5.  $x$  р. – цена товара до уценки.

$\frac{x}{4}$  р. составляет 25% от  $x$  р.  $(x - \frac{x}{4})$  р. – новая цена.

Ответ: В.

$$6. \frac{1}{x^{-1}} \cdot \frac{1}{x^{-4}} = \frac{1}{x^{-5}} = x^5; (-2)^5 = -32.$$

Ответ: А.

7. Найдем корни квадратного трехчлена  $2x^2 + 5x - 3$ :

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{-5 \pm 7}{4}. \quad x_1 = -3; \quad x_2 = \frac{1}{2}. \quad \text{Следовательно,}$$

$$2x^2 + 5x - 3 = 2(x+3)(x - \frac{1}{2}).$$

Ответ:  $x - \frac{1}{2}$ .

$$8. (\frac{1}{2a} + \frac{1}{6a}) \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{4a^2}{6a \cdot 4} = \frac{a}{6}.$$

Ответ:  $\frac{a}{6}$ .

$$9. \frac{5}{1-x} = \frac{4}{3-x} \quad 1) \quad x \neq 1; 3$$

$$2) \quad 5(3-x) = 4(1-x); \quad 15-5x = 4-4x; \quad -5x+4x = 4-15; \quad -x = -11; \quad x = 11.$$

Ответ: 11.

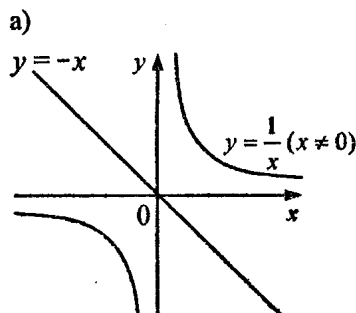
10. Пусть  $a = x$  (м) – ширина участка;  $b = (x+4)$  (м) – длина уча-

$$\text{стка. } x(x+4) = 165; \quad x^2 + 4x - 165 = 0. \quad \begin{cases} x_1 x_2 = -165 \\ x_1 + x_2 = -4 \end{cases} \quad x_1 = -15; \quad x_2 = 11$$

11 м – ширина участка, 15 м – длина участка.

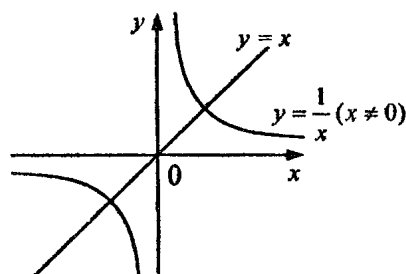
Ответ: 15 м.

11.



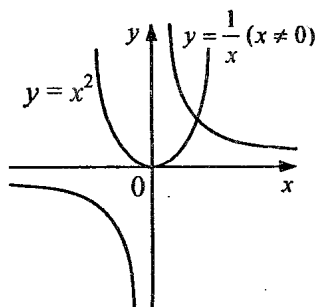
Решений нет.

б)



Два решения.

в)



Одно решение.

Ответ: Б.

$$12. \begin{cases} 2x+6 > 0 \\ 3-x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x < 2; -2 \in (-3; 2).$$

Ответ: Б.

13. Известно, что  $x > y - z$ А.  $x - y > z$ ;  $x > y + z$ В.  $z - x > y$ ;  $-x > y - z$ ;  $x < z - y$ Б.  $y > x + z$ ;  $x < -z + y$ Г.  $z > y - x$ ;  $x > y - z$ 

Ответ: Г.

14.  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия;  $a_n = -10$ А.  $2n+10 = -10$ ;  $2n = -20$ ;  $n = -10$ ;  $-10 \notin N$ Б.  $-3n = -10$ ;  $n = \frac{10}{3}$ ;  $\frac{10}{3} \notin N$ В.  $2-3n = -10$ ;  $n = 4$ ;  $4 \in N$     Г.  $-4n-8 = -10$ ;  $n = \frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{2} \notin N$ 

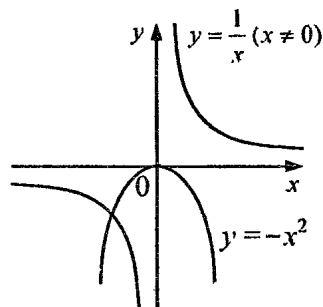
Ответ: В.

15. а)  $y = x$ . График – прямая, проходящая через  $(0; 0)$ . Рис. 3.б)  $x = 2$ . Графиком уравнения является прямая, параллельная прямой  $OY$  и проходящая через точку  $(2; 0)$ . Рис. 4.в)  $y = 2$ . Графиком функции является прямая, параллельная прямой  $OX$  и проходящая через точку  $(0; 2)$ . Рис. 2.г)  $y = -2$ . Графиком функции является прямая, параллельная прямой  $OX$  и проходящая через точку  $(0; -2)$ . Рис. 1.Ответ: а)  $\rightarrow 3$ )    б)  $\rightarrow 4$ )    в)  $\rightarrow 2$ )    г)  $\rightarrow 1$ ).

16. А и Б не могут быть ответом (0 кг не стоят 20 р.). Г не может быть ответом; по условию сахар продавали по разным ценам. График В, т.к.: за 30 кг получили 600 р. и дальше за 40 кг – 400 р. (по стоимости 10р/кг).

Ответ: В.

г)



Одно решение.



## Вариант 2

$$1. 2,27 \cdot 10^8 \text{ км} = 2,27 \cdot 10^8 : 10^6 \text{ млн. км} = 2,27 \cdot 10^2 \text{ млн. км} = 227 \text{ млн. км.}$$

Ответ: В.

2. А.  $122 \cdot 85$  не делится на 4, т.к. 122 не делится на 4 и 85 нечетное число.

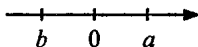
Б.  $122 \cdot 85$  не делится на 25, т.к. 85 не делится на 25, а 122 не делится на 5.

В.  $122 \cdot 85$  не делится на 9, т.к. по признаку делимости на 3 ни один из сомножителей не делится на 3, а  $9 = 3 \cdot 3$ .

Г.  $122 \cdot 85$  делится на 10, т.к.  $122 = 61 \cdot 2$ , а  $85 = 17 \cdot 5$ .

Ответ: Г.

3.



А.  $a+b < b$  неверно

В.  $ab > a$  неверно

Б.  $a+b > a$  неверно

Г.  $a-b > b$  верно

Ответ: Г.

$$4. -\frac{4\sqrt{2}}{(-\sqrt{2})^3} = -\frac{4\sqrt{2}}{(-1)^3(\sqrt{2})^3} = \frac{4}{(\sqrt{2})^2} = 2$$

Ответ: 2.

5.  $x$  (р.) – цена бензина в начале года

20% от  $x$  р. –  $\frac{x}{5}$  р.  $(x + \frac{x}{5})$  р. – новая цена бензина.

Ответ: Б.

$$6. \frac{1}{x^{-1}} : \frac{1}{x^{-4}} = \frac{x^{-4}}{x^{-1}} = x^{-4+1} = x^{-3}; 2^{-3} = \frac{1}{8}$$

Ответ: В.

7. Разложим на множители  $3x^2+5x-2$ . Найдем корни этого квадратного трехчлена:  $x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25+24}}{6} = \frac{-5 \pm 7}{6}$ ,  $x_1 = -2$ ;  $x_2 = \frac{1}{3}$ . Тогда  $3x^2+5x-2 = 3(x+2)(x-\frac{1}{3})$ .

Ответ:  $x - \frac{1}{3}$ .

$$8. (\frac{1}{5c} - \frac{1}{10c}) \cdot \frac{2c^2}{3} = \frac{1}{10c} \cdot \frac{2c^2}{3} = \frac{c}{15}.$$

Ответ:  $\frac{c}{15}$ .

$$9. \frac{5}{x+2} = \frac{3}{x-4} \quad 1) x \neq -2; 4$$

$$2) 5(x-4) = 3(x+2); 5x-20 = 3x+6; 2x = 26; x = 13.$$

Ответ: 13.

10.  $x$  м – длина участка;  $(x-10)$  м – ширина участка;  
 $S = x(x-10) \text{ м}^2$ ;  $x(x-10) = 875$ ;  $x^2 - 10x - 875 = 0$ ;

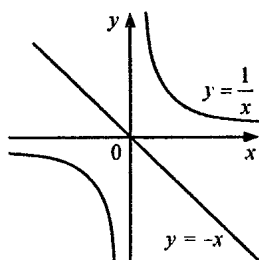
$$x = 5 \pm \sqrt{25 + 875} = 5 \pm 30; x_1 = 35; x_2 = -25; 35 \text{ м} - \text{длина участка.}$$

Ответ: 35 м.

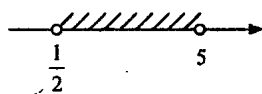
11.

$$\begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ y = -x \end{cases} \text{ система не имеет решений.}$$

Ответ: А.



$$12. \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 15-3x > 0 \end{cases} \begin{cases} 2x > 1 \\ -3x > -15 \end{cases} \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < 5 \end{cases}$$



4 – наибольшее целое решение системы неравенств.

Ответ: В.

13.  $x-y > z$ . А.  $z-x+y < 0$ ;  $z < x-y$ ; верно    Б.  $y > x-z$ ;  $z > x-y$ ; неверно  
 В.  $z+y > x$ ;  $z > x-y$ ; неверно    Г.  $x-y-z < 0$ ;  $-z < -x+y$ ;  $z > x-y$ ; неверно

Ответ: А.

14.  $(a_n)$  – геометрическая прогрессия;  $a_n = 9$

А.  $a_n = -3^n$ ; все члены этой прогрессии отрицательные числа.

Б.  $a_n = 3^n$ ;  $a_1 = 3$ ;  $q = 3$  имеем;  $a_2 = 9$ ,  $n = 2$ .

В. Пусть  $3 \cdot 2^{n-1} = 9$ , тогда  $3 \cdot 2^n = 18$ ,  $2^n = 6$ ,  $n \notin \mathbb{N}$ .

Г. Пусть  $2 \cdot 3^{n-1} = 9n$ , все члены прогрессии – четные числа.

Ответ: Б.

15. а)  $y = -x$ . График функции прямая, является биссектрисой 2-й и 4-й координатных четвертей. Ответ: Рис. 2.

б)  $x = -2$ . График уравнения прямая, параллельная  $OY$  и проходящая через точку  $(-2; 0)$ . Рис. 4.

в)  $y = x$ . График функции – прямая, являющаяся биссектрисой 1-й и 3-й координатных четвертей. Рис. 3.

г)  $y = -2$ . Графиком функции является прямая, параллельная  $OX$  и проходящая через точку  $(0; -2)$ . Рис. 1

Ответ: а)  $\rightarrow 2)$     б)  $\rightarrow 4)$     в)  $\rightarrow 3)$     г)  $\rightarrow 1)$ .

16. Решением не могут быть А и Б (т.к. наполнялся пустой бассейн). Решением не может быть Г (при 2-х открытых кранах ( по истечении восьми минут), количество поступающей в бассейн воды в 1 мин уменьшилось по сравнению с первыми 8 минутами при открытом 1-м кране).

Ответ: В.

## Работа № 10

### Вариант 1

1. А.  $5,6 \cdot 10^{-3} = 5,6 \cdot 0,001 = 0,0056$ ; Б.  $5,6 \cdot 10^{-4} = 5,6 \cdot 0,0001 = 0,00056$

Ответ: Б.

2.  $6x$  – количество девочек;  $5x$  – число мальчиков.  $6x + 5x = 66$ ;  $11x = 66$ ;  $x = 6$ . Было 36 девочек и 30 мальчиков. Из этого количества детей можно составить 30 пар.

Ответ: В.

3.  $\sqrt{30}$ ;  $\sqrt{27}$ ;  $\sqrt{30,25}$  – данные числа;  $\sqrt{27} < \sqrt{30} < \sqrt{30,25}$ ;  $3\sqrt{3} < \sqrt{30} < 5,5$ .

Ответ: Г.

4.  $1 - 7(-0,1) + 30(-1)^2 = 1 + 0,7 + 30 \cdot 0,01 = 1,7 + 0,3 = 2$ . Ответ: 2.

5.  $a$  (р) – первоначальный счет в банке; 20% от  $a$  (р) составляет  $0,2a$  (р);  $(a + 0,2a)$  р – сумма на счету через 1 год. Ответ: А.

6.  $2x^2 + 4x - 6 = 2(x^2 + 2x - 3)$ . 1) разложим на множители;  $x^2 + 2x - 3$ .

$$2) \begin{cases} x_1 x_2 = -3 \\ x_1 + x_2 = -2 \end{cases} \quad x_1 = -3; x_2 = 1.$$

Ответ: Б.

$$7. \frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} = \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2}{x^2 - y^2} = \frac{4xy}{x^2 - y^2}.$$

Ответ:  $\frac{4xy}{x^2 - y^2}$ .

$$8. 4 \cdot 2^n = 2^2 \cdot 2^n = 2^{2+n}$$

Ответ: Г.

$$9. \frac{(x-2)(x+3)}{x-3} = 0 \quad \begin{cases} (x-2)(x+3) = 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \quad x_1 = 2; x_2 = -3. \text{ Ответ: В.}$$

10.  $x$  – количество марок на спортивную тему.  $x - 20$  – количество марок на тему «Фауна».  $3x$  – количество марок на тему «Автомобили»;  $x + (x - 20) + 3x = 85$ .

Ответ: Г.

$$11. \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 5x + 2y = 0 \end{cases} \xrightarrow{(-2)} \begin{cases} -4x - 2y = -2 \\ 5x + 2y = 0 \end{cases} \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Ответ:  $(-2; 5)$ .

12. При любом значении  $x$  верно неравенство  $x^2 + 1 > 0$ .

Ответ: Б.

13.  $a > 0; b > 0; a > b$ . А.  $-a < -b$ ; верно В.  $a^2 > b^2$ ; верно

Б.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ; неверно Г.  $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ ; верно

Ответ: Б.

14. Дана арифметическая прогрессия;  $a_1 = 4; d = 2$ ;

$$a_n = a_1 + d(n-1); a_{100} = a_1 + 99d; a_{100} = 4 + 2 \cdot 99 = 202.$$

Ответ: В.

15.  $y = ax^2 + c$ ; при  $x = 0, y = c$ ; при  $a > 0$  ветви параболы направлены вверх, при  $a < 0$  ветви параболы направлены вниз.

Рис. 1.  $a < 0; c < 0$ ; соответств. в);

Рис. 2.  $a > 0; c < 0$ ; соответств. б);

Рис. 3.  $a < 0; c > 0$ ; соответств. а).

Ответ: а)  $\rightarrow 3$  б)  $\rightarrow 2$  в)  $\rightarrow 1$ .

16. 5 л. воды вытекло в 1 мин; 5х л. воды вытекло за х мин. Остаток  $y = 100 - 5x$ ;  $y$  – количество воды, остающейся в баке.

Ответ: А.

### Вариант 2

1. В.  $1,9 \cdot 10^{-5} = 1,9 \cdot 0,00001 = 0,000019$ . Ответ: В.

2.  $2x$  – число девочек;  $5x$  – число мальчиков;  $2x + 5x = 28$ ;  $7x = 28$ ;  $x = 4$ . Было 8 девочек и 20 мальчиков. Могут одновременно выступать 8 девочек и 16 мальчиков, т.е. 8 троек.

Ответ: Б.

$$3. \sqrt{49}; \sqrt{50}; \sqrt{48}; \sqrt{48} < \sqrt{49} < \sqrt{50}; 4\sqrt{3} < \sqrt{49} < 5\sqrt{2}.$$

Ответ: Г.

$$4. 1 - 10(-0,2) + 5(-0,2)^2 = 1 + 2 + 5 \cdot 0,04 = 3 + 0,2 = 3,2. \quad \text{Ответ: } 3,2.$$

5.  $a$  р – получает клиент через банкомат; 3% от  $a$  р составляет 0,03а (р);  $(a + 0,03a)$  р будет снято со счета клиента.

Ответ: Б.

$$6. 3x^2 + 9x - 30 = 3(x^2 + 3x - 10); \text{ разложим на множители } x^2 + 3x - 10.$$

$$\begin{cases} x_1 x_2 = -10 \\ x_1 + x_2 = -3 \end{cases} \quad x_1 = -5; x_2 = 2.$$

Ответ: В.

$$7. \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} - \frac{x - y}{x + y} = \frac{x^2 + y^2}{(x - y)(x + y)} - \frac{x - y}{x + y} = \frac{x^2 + y^2 - (x - y)^2}{(x - y)(x + y)} =$$

$$= \frac{x^2 + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2)}{(x - y)(x + y)} = \frac{x^2 + y^2 - x^2 + 2xy - y^2}{x^2 - y^2} = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$$

Ответ:  $\frac{2xy}{x^2 - y^2}$ .

8.  $9 \cdot 3^k = 3^2 \cdot 3^k = 3^{2+k}$ .

Ответ: А.

9.  $\frac{(x-3)(x+2)}{x-2} = 0 \quad \begin{cases} (x-3)(x+2) = 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \quad x_1 = 3; x_2 = -2.$

Ответ: В.

10.  $x$  – количество страниц, прочитанных в 1-й день;  $2x$  – количество страниц, прочитанных во 2-й день;  $2x-4$  – количество страниц, прочитанных в 3-й день;  $x+2x+(2x-4) = 84$ .

Ответ: В.

11.  $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases} \xrightarrow{-2} \begin{cases} -4x - 2y = -2 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$

Ответ: (2; -3).

12.  $x^2 + 1 < 0$ . Это неравенство не имеет решений

Ответ: Г.

13.  $x > 0; y > 0; x < y$     А.  $-x > -y$ ; верно    В.  $x^2 < y^2$ ; верно

Б.  $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ ; верно    Г.  $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ ; неверно

Ответ: Г.

14. Дана арифметическая прогрессия;  $a_1 = 5$ ;  $d = 2$ ;  $a_{100} = a_1 + 99d$ ;  
 $a_{100} = 5 + 2 \cdot 99 = 203$ .

Ответ: Г.

15. Рис. 1.  $a > 0$ ;  $c < 0$ ; соответств. в); Рис. 2.  $a > 0$ ;  $c > 0$ ; соответств. а); Рис. 3.  $a < 0$ ;  $c > 0$ ; соответств. б)

Ответ: а)  $\rightarrow$  2)    б)  $\rightarrow$  3)    в)  $\rightarrow$  1).

16. 40 л. бензина было в баке. На 10 км. пути расход 1 л. бензина;  
 на:  $\frac{x}{10}$  – расход бензина за  $x$  км; остаток  $40 - \frac{x}{10}$  л.

Ответ: А.

## Работа № 11

### Вариант 1

1. Найдем наименьшее из чисел  $\frac{7}{10}; \frac{7}{9}; \frac{4}{5}$ . Приведем дроби к одному числителю.

$$\frac{7}{10} = \frac{28}{40}; \frac{7}{9} = \frac{28}{36}; \frac{4}{5} = \frac{28}{35}. \text{ Наименьшее число } \frac{28}{40} = \frac{7}{10}.$$

Ответ: А.

2. 80% составляет 680 р.  $680:80 \cdot 100 = 850$  (р.); 850 р. – цена товара до распродажи.

Ответ: Г.

$$3. \frac{-0,7-0,3}{-0,7+0,3} = \frac{-1}{-0,4} = \frac{10}{4} = 2,5$$

Ответ: 2,5.

$$4. \frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}; \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{a}; \frac{1}{b} = \frac{a-c}{ac}; b = \frac{ac}{a-c}$$

Ответ: Г.

5. Выражение  $\sqrt{-2x}$  имеет смысл, если  $-2x \geq 0 \quad x \leq 0$ .

Ответ: Б.

$$6. (c+2)(c-3)-(c-1)^2 = c^2+2c-3c-6-c^2+2c-1 = c-7$$

Ответ: А.

$$7. 2^{k-3} = \frac{2^k}{2^3}$$

Ответ: Б.

$$8. \frac{1}{3}x^2 - 12 = 0; x^2 - 36 = 0; (x-6)(x+6) = 0; x_1 = 6; x_2 = -6.$$

Ответ: В.

9.  $x$  карандашей в маленькой коробке;  $y$  карандашей в большой коробке. 
$$\begin{cases} 2y+3x=38 & (1) \\ 3y+2x=42 & (2) \end{cases}$$
 Сложим почленно (1) и (2);  $5y+5x=80$ ;  
 $x+y=16$ .

Ответ: 16.

10. Графики функций  $y = x^3$  и  $y = 2x+4$  пересекаются в точке (2; 8). Решением уравнения  $x^3-2x-4=0$  является абсцисса точки пересечения. 2 – решение этого уравнения

Ответ:  $x=2$ .

11.  $10x+1>8x-2$ ;  $10x-8x>-2-1$ ;  $2x>-3$ ;  $x>-1,5$  (1).

Решением неравенства (1) являются числа  $-1$ ;  $0$ ;  $1$ ;  $2$ ;  $3$ .

Ответ: Г.

12.  $a>b$ . Сравнить  $a-b$  и  $b-a$ .

А.  $a-b>b-a$ ;  $2a>2b$ ;  $a>b$

верно

Б.  $a-b<b-a$ ;  $2a<2b$ ;  $a<b$

неверно

В.  $a-b = b-a$

неверно

Ответ: А.

13.  $c_n = \frac{(-1)^n}{n}$ ;  $\frac{(-1)^5}{5} = -\frac{1}{5} \neq \frac{1}{5}$ .

Ответ: В.

14.  $\begin{cases} y = -2x^2 + 4x + 6 \\ y = 0 \end{cases}$

1)  $-2x^2+4x+6=0$ ;  $x^2-2x-3=0$ ;  $\begin{cases} x_1x_2=-3 \\ x_1+x_2=2 \end{cases}$ ;  $x_1=3$ ;  $x_2=-1$ .

Ответ: (3; 0).

15. а)  $y = 2x$ . График функции – прямая, проходящая через точки (0; 0) и (1; 2). Рис. 3.

б)  $y = -2x-3$ . График функции – прямая, проходящая через точки (0; -3) и (-1,5; 0). Рис. 4.

$x$	0	-1,5
$y$	-3	0

в)  $y = -2x$ . График функции – прямая, проходящая через точки (0; 0) и (-1; 2). Рис. 2.

г)  $y = 2x-3$ . График функции – прямая, проходящая через точки (0; -3) и (1,5; 0). Рис. 1.

$x$	0	1,5
$y$	-3	0

Ответ: а)  $\rightarrow 3$ ), б)  $\rightarrow 4$ ), в)  $\rightarrow 2$ ), г)  $\rightarrow 1$ ).

16. 1)  $t = 1$  с;  $h = 6$  м. 2)  $t = 2$  с;  $h = 6$  м. 3) через  $t = 1$  с и  $t = 2$  с  $h = 6$  м.

Ответ: В.

## Вариант 2

1. Сравните числа  $\frac{4}{5}, \frac{8}{9}, \frac{9}{8}, \frac{3}{5}$  и укажите наименьшее из них.

Приведем дроби  $\frac{4}{5}, \frac{8}{9}, \frac{3}{5}$  к одному знаменателю.

$\frac{36}{45}, \frac{40}{45}, \frac{27}{45}$ . Наименьшее из них  $\frac{27}{45} = \frac{3}{5}$ .

Ответ: Г.

2. 780 р. составляет 130%;  $780:130 \cdot 100 = 600$  (р).

Ответ: Г.

$$3. \frac{-0,4+0,5}{-0,4-0,5} = \frac{0,1}{-0,9} = -\frac{1}{9}.$$

Ответ:  $-\frac{1}{9}$ .

$$4. \frac{1}{c} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}; \frac{1}{a} = \frac{1}{c} + \frac{1}{b}; \frac{1}{a} = \frac{b+c}{bc}; a = \frac{bc}{b+c}.$$

Ответ: А.

5. Выражение  $\sqrt{1-x}$  имеет смысл, если  $1-x \geq 0$ ;  $x \leq 1$ .

Ответ: Б.

$$6. (a-1)^2 - (a+1)(a-2) = a^2 - 2a + 1 - (a^2 + a - 2a - 2) = a^2 - 2a + 1 - a^2 + a + 2 = -a + 3$$

Ответ: Б.

$$7. 2^{5-k} = \frac{2^5}{2^k}.$$

Ответ: Б.

$$8. \frac{1}{4}x^2 - 16 = 0; x^2 - 64 = 0; (x-8)(x+8) = 0; x_1 = 8; x_2 = -8.$$

Ответ: В.

9.  $x$  (р) – цена 1 тюльпана;  $y$  (р) – цена 1 нарцисса

$$\begin{cases} 3x + 2y = 80 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 70 & (2) \end{cases}$$

Сложим почленно (1) и (2);  $5x + 5y = 150$ ;  $x + y = 30$ .

Ответ: 30.

$$10. y = x^3; y = -x + 2; 1) x^3 = -x + 2; x = 1.$$

Ответ:  $x = 1$ .

$$11. 3x - 1 < 7x + 1; 3x - 7x < 2; -4x < 2; x > -\frac{1}{2} \quad (1)$$

Решениями неравенства (1) являются числа: 0; 1; 2; 3.

Ответ: В.

12. Сравните  $a-b$  и  $b-a$ , если  $a < b$ .

$$A. a-b > b-a; 2a > 2b; a > b$$

неверно

$$B. a-b < b-a; 2a < 2b; a < b$$

верно

Ответ: Б.

13.

$$c_n = \frac{(-1)^n}{n}; \frac{(-1)^6}{6} = \frac{1}{6} \neq -\frac{1}{6}; \frac{(-1)^5}{5} = -\frac{1}{5}; \frac{(-1)}{3} = -\frac{1}{3}; \frac{(-1)^1}{1} = -1$$

Ответ: Г.



$$14. \begin{cases} y = 2x^2 - 4x - 6 \\ y = 0 \end{cases}; 2x^2 - 4x - 6 = 0; x^2 - 2x - 3 = 0; \begin{cases} x_1 x_2 = -3 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

$$x_1 = 3; x_2 = -1; A(-1; 0).$$

Ответ:  $(-1; 0)$ .

15. а)  $y = 3x$ . График – прямая, проходит через начало координат и точку  $(1; 3)$ . Рис. 3.

б)  $y = -3x - 2$ . График функции проходит через точки  $(0; -2)$  и  $(-\frac{2}{3}; 0)$ . Рис. 1.

$x$	$0$	$-\frac{2}{3}$
$y$	$-2$	$0$

в)  $y = -3x$ . График – прямая, проходит через начало координат и точку  $(-1; 3)$ . Рис. 2.

г)  $y = 3x - 2$ . График функции проходит через точки  $(0; -2)$  и  $(\frac{2}{3}; 0)$ . Рис. 4.

$x$	$0$	$\frac{2}{3}$
$y$	$-2$	$0$

Ответ: а)  $\rightarrow 3$ ), б)  $\rightarrow 1$ ), в)  $\rightarrow 2$ ), г)  $\rightarrow 4$ ).

16. 1) через 1с  $h = 12$  м и через 3с  $h = 12$  м.

2)  $t = 1$  с и  $t = 3$  с;  $h = 12$  м.

Ответ: В.

## Раздел II. Задания для второй части экзаменационной работы

### 1. Выражения и их преобразования

$$1.1(1) a^3 - ab - a^2b + a^2 = (a^3 + a^2) - (ab + a^2b) = a^2(a+1) - ab(1+a) = \\ = (a+1)(a^2 - ab) = a(a+1)(a-b).$$

Ответ:  $a(a+1)(a-b)$ .

$$1.1(2) x^2y + x^3 - x^2 - xy = (x^2y + x^3) - (x^2 + xy) = x^2(x+y) - x(x+y) = (x+y)(x^2 - x) = \\ = x(x-1)(x+y).$$

Ответ:  $x(x-1)(x+y)$ .

$$1.2(1) ac^4 - c^4 - ac^2 + c^2 = c^4(a-1) - c^2(a-1) = (a-1)(c^4 - c^2) = \\ = c^2(c^2 - 1)(a-1) = c^2(c-1)(c+1)(a-1).$$

Ответ:  $c^2(c-1)(c+1)(a-1)$ .

$$1.2(2) x^3y - xy^3 - x^3 + x = xy(x^2 - 1) - x(x^2 - 1) = (x^2 - 1)(xy - x) = \\ = x(x-1)(x+1)(y-1).$$

Ответ:  $x(x-1)(x+1)(y-1)$ .

$$1.3(1) 16x^2 - 24xy + 9y^2 - 4x + 3y = (16x^2 - 24xy + 9y^2) - (4x - 3y) = \\ = (4x - 3y)^2 - (4x - 3y) = (4x - 3y)(4x - 3y - 1).$$

Ответ:  $(4x - 3y)(4x - 3y - 1)$ .

$$1.3(2) (4c^2 - 20ac + 25a^2) + 5a - 2c = (2c - 5a)^2 - (2c - 5a) = (2c - 5a)(2c - 5a - 1)$$

Ответ:  $(2c - 5a)(2c - 5a - 1)$ .

$$1.4(1) 2x + y + y^2 - 4x^2 = (2x + y) + (y^2 - 4x^2) = (2x + y) + (y - 2x)(y + 2x) = \\ = (2x + y)(1 + y - 2x).$$

Ответ:  $(2x + y)(1 + y - 2x)$ .

$$1.4(2) a - 3b + 9b^2 - a^2 = (a - 3b) - (a^2 - 9b^2) = (a - 3b) - (a - 3b)(a + 3b) = \\ = (a - 3b)(1 - a - 3b).$$

Ответ:  $(a - 3b)(1 - a - 3b)$ .

$$1.5(1) a^2 - 9b^2 + 12bc - 4c^2 = a^2 - (9b^2 - 12bc + 4c^2) = a^2 - (3b - 2c)^2 = \\ = (a - 3b + 2c)(a + 3b - 2c).$$

Ответ:  $(a - 3b + 2c)(a + 3b - 2c)$ .

$$1.5(2) 1 - 4x^2 - 4xy - y^2 = 1 - (4x^2 + 4xy + y^2) = 1 - (2x + y)^2 = (1 - 2x - y)(1 + 2x + y).$$

Ответ:  $(1 - 2x - y)(1 + 2x + y)$ .

1.6(1) 1) Разложим  $3x^2 - 7x + 2$  на множители

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{6} = \frac{7 \pm 5}{6}; x_1 = 2; x_2 = \frac{1}{3}$$

$$3x^2 - 7x + 2 = 3(x - 2)(x - \frac{1}{3}) = (x - 2)(3x - 1)$$

$$2) \frac{3x^2 - 7x + 2}{2 - 6x} = \frac{(x - 2)(3x - 1)}{2(1 - 3x)} = -\frac{x - 2}{2} = \frac{2 - x}{2}$$

Ответ:  $\frac{2 - x}{2}$ .

1.6(2) 1) Разложим  $5x^2 - 12x + 4$  на множители

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{5} = \frac{6 \pm 4}{5} \quad x_1 = 2 \quad x_2 = \frac{2}{5}$$

$$5x^2 - 12x + 4 = 5(x - 2)(x - \frac{2}{5}) = (x - 2)(5x - 2)$$

$$2) \frac{5x^2 - 12x + 4}{6 - 15x} = \frac{(x - 2)(5x - 2)}{3(2 - 5x)} = -\frac{x - 2}{3} = \frac{2 - x}{3}$$

Ответ:  $\frac{2 - x}{3}$ .

1.7(1) 1) Разложим на множители  $3x^2+7x+6$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49+72}}{6} = \frac{-7 \pm 11}{6}; x_1 = -3; x_2 = \frac{2}{3}$$

$$2) \frac{2x-3x^2}{3x^2+7x-6} = \frac{x(2-3x)}{3(x+3)\left(x-\frac{2}{3}\right)} = \frac{x(2-3x)}{(x+3)(3x-2)} = -\frac{x}{x+3}$$

Ответ:  $-\frac{x}{x+3}$ .

1.7(2) 1) Разложим на множители  $7x^2+13x-2$

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{169+56}}{14} = \frac{-13 \pm 15}{14}; x_1 = -2; x_2 = \frac{1}{7}$$

$$2) \frac{x-7x^2}{7x^2+13x-2} = \frac{x(1-7x)}{7\left(x-\frac{1}{7}\right)(x+2)} = \frac{x(1-7x)}{(7x-1)(x+2)} = -\frac{x}{x+2}$$

Ответ:  $-\frac{x}{x+2}$ .

$$1.8(1) \frac{16a^2-8a+1}{1-4a+x-4ax} = \frac{(4a-1)^2}{(1+x)-4a(1+x)} = \frac{(4a-1)^2}{(1+x)(1-4a)} = \\ = \frac{(1-4a)^2}{(1+x)(1-4a)} = \frac{1-4a}{1+x}$$

Ответ:  $\frac{1-4a}{1+x}$ .

$$1.8(2) \frac{6c-1-y+6cy}{1-12c+36c^2} = \frac{6c(1+y)-(1+y)}{(1-6c)^2} = \frac{(1+y)(6c-1)}{(6c-1)^2} = \frac{1+y}{6c-1}$$

Ответ:  $\frac{1+y}{6c-1}$ .

$$1.9(1) \frac{3x+xy^2-x^2y-3y}{y^2-x^2} = \frac{3(x-y)+xy(y-x)}{(y-x)(y+x)} = \frac{(y-x)(xy-3)}{(y-x)(y+x)} = \\ = \frac{xy-3}{y+x}$$

Ответ:  $\frac{xy-3}{y+x}$ .

$$1.9(2) \frac{b^2 - a^2}{a^2b + 2b - ab^2 - 2a} = \frac{(b-a)(b+a)}{2(b-a) + ab(a-b)} = \frac{(b-a)(b+a)}{(b-a)(2-ab)} =$$

$$= \frac{b+a}{2-ab}.$$

**Ответ:**  $\frac{b+a}{2-ab}.$

1.10(1) 1) Разложим на множители  $4a^2 + 7a - 2$

$$a = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 32}}{8} = \frac{-7 \pm 9}{8}; a_1 = -2; a_2 = \frac{1}{4}$$

$$2) \frac{4a^2 + 7a - 2}{4ab - b - 4a + 1} = \frac{4(a+2)\left(a - \frac{1}{4}\right)}{4a(b-1) - (b-1)} = \frac{(a+2)(4a-1)}{(b-1)(4a-1)} = \frac{a+2}{b-1}$$

**Ответ:**  $\frac{a+2}{b-1}.$

1.10(2) 1) Разложим на множители  $5c^2 - 3c - 2$ ;

$$c = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{10} = \frac{3 \pm 7}{10}; c_1 = 1; c_2 = -0,4; 5c^2 - 3c - 2 = 5(c-1)(c+0,4) =$$

$$= (c-1)(5c+2).$$

$$2) \frac{5ac + 2a - 10c - 4}{5c^2 - 3c - 2} = \frac{5c(a-2) + 2(a-2)}{(c-1)(5c+2)} = \frac{(a-2)(5c+2)}{(c-1)(5c+2)} = \frac{a-2}{c-1}$$

**Ответ:**  $\frac{a-2}{c-1}.$

$$1.11(1) \left( \frac{2m}{2m+n} - \frac{4m^2}{4m^2 + 4mn + n^2} \right) : \left( \frac{2m}{4m^2 - n^2} + \frac{1}{n-2m} \right) =$$

$$= 2m \left( \frac{1}{2m+n} - \frac{2m}{(2m+n)^2} \right) : \left( \frac{2m}{(2m-n)(2m+n)} + \frac{1}{n-2m} \right) =$$

$$= 2m \left( \frac{2m+n-2m}{(2m+n)^2} \right) : \left( \frac{2m-2m-n}{(2m-n)(2m+n)} \right) = 2m \cdot \frac{n}{(2m+n)^2} :$$

$$= \frac{-n}{(2m-n)(2m+n)} = -\frac{2m(2m-n)(2m+n)}{(2m+n)^2} =$$

$$= -\frac{2m(2m-n)}{2m+n} = \frac{2m(n-2m)}{2m+n}.$$

**Ответ:**  $\frac{2m(n-2m)}{2m+n}$

$$\begin{aligned}
& 1.11(2) \left( \frac{x^2}{x+y} - \frac{x^3}{x^2+y^2+2xy} \right) : \left( \frac{x}{x+y} + \frac{x^2}{y^2-x^2} \right) = \\
& = x^2 \left( \frac{1}{x+y} - \frac{x}{(x+y)^2} \right) : \left( x \left( \frac{1}{x+y} + \frac{x}{(y-x)(y+x)} \right) \right) = \\
& = x \left( \frac{x+y-x}{(x+y)^2} \right) : \left( \frac{y-x+x}{(y-x)(x+y)} \right) = x \cdot \left( \frac{y}{(x+y)^2} \right) : \frac{y}{(y-x)(x+y)} = \\
& = \frac{x(y-x)(x+y)}{(x+y)^2} = \frac{x(y-x)}{x+y}
\end{aligned}$$

**Ответ:**  $\frac{x(y-x)}{x+y}$ .

$$\begin{aligned}
& 1.12(1) \left( \frac{y}{x^2-xy} - \frac{1}{x-y} \right) : \left( \frac{x+y}{x^2-xy} - \frac{y}{xy-y^2} \right) = \\
& = \left( \frac{y}{x(x-y)} - \frac{1}{x-y} \right) : \left( \frac{x+y}{x(x-y)} - \frac{y}{y(x-y)} \right) = \\
& = \left( \frac{y-x}{x(x-y)} \right) : \left( \frac{y(x+y)-xy}{xy(x-y)} \right) = -\frac{1}{x} : \left( \frac{xy+y^2-xy}{xy(x-y)} \right) = \\
& = -\frac{1}{x} : \frac{y^2}{xy(x-y)} = -\frac{1}{x} : \frac{y^2}{xy(x-y)} = -\frac{1}{x} : \frac{y}{x(x-y)} = -\frac{x-y}{y} = \frac{y-x}{y}
\end{aligned}$$

**Ответ:**  $\frac{y-x}{y}$ .

$$\begin{aligned}
& 1.12(2) \left( \frac{1}{a+b} - \frac{a}{b^2+ab} \right) \left( \frac{b^2}{a^3-ab^2} - \frac{b}{a^2-ab} \right) = \\
& = \left( \frac{1}{a+b} - \frac{a}{b(a+b)} \right) \left( \frac{b^2}{a(a^2-b^2)} - \frac{b}{a(a-b)} \right) = \\
& = \left( \frac{b-a}{b(a+b)} \right) \cdot b \cdot \left( \frac{b}{a(a-b)(a+b)} - \frac{1}{a(a-b)} \right) = \\
& = \frac{b-a}{a+b} \cdot \frac{(b-a-b)}{a(a-b)(a+b)} = \frac{a(a-b)}{a(a-b)(a+b)^2} = \frac{1}{(a+b)^2}
\end{aligned}$$

**Ответ:**  $\frac{1}{(a+b)^2}$ .

$$\begin{aligned}
 & 1.13(1) \left( \frac{2}{c-2} + \frac{3c-21}{c^2+c-6} + \frac{2c}{c+3} \right) \cdot \frac{c}{2c-5} = \\
 & = \left( \frac{2}{c-2} + \frac{3c-21}{(c-2)(c+3)} + \frac{2c}{c+3} \right) \cdot \frac{c}{2c-5} = \\
 & = \frac{2(c+3) + 3c-21 + 2c(c-2)}{(c-2)(c+3)} \cdot \frac{c}{2c-5} = \\
 & = \frac{2c+6+3c-21+2c^2-4c}{(c-2)(c+3)} \cdot \frac{c}{2c-5} = \frac{(2c^2+c-15) \cdot c}{(c-2)(c+3) \cdot (2c-5)}
 \end{aligned}$$

Разложим на множители  $2c^2+c-15$ :

$$2c^2+c-15 = 2(c+3)(c-2,5) = (c+3)(2c-5)$$

$$c = \frac{-1 \pm \sqrt{1+120}}{4} = \frac{-1 \pm 11}{4}; c_1 = -3; c_2 = 2,5.$$

Искомое разложение будет:  $\frac{(c+3)(2c-5) \cdot c}{(c-2)(c+3)(2c-5)} = \frac{c}{c-2}$

Ответ:  $\frac{c}{c-2}$ .

$$\begin{aligned}
 & 1.13(2) \left( \frac{3}{y-4} + \frac{4y-6}{y^2-3y-4} + \frac{2y}{y+1} \right) \cdot \frac{y}{2y-3} = \\
 & = \left( \frac{3}{y-4} + \frac{4y-6}{(y-4)(y+1)} + \frac{2y}{y+1} \right) \cdot \frac{y}{2y-3} = \\
 & = \left( \frac{3(y+1) + 4y-6 + 2y(y-4)}{(y-4)(y+1)} \right) \cdot \frac{y}{2y-3} = \\
 & = \left( \frac{3y+3+4y-6+2y^2-8y}{(y-4)(y+1)} \right) \cdot \frac{y}{2y-3} = \frac{(2y^2-y-3) \cdot y}{(y-4)(y+1)(2y-3)}
 \end{aligned}$$

Разложим на множители  $2y^2-y-3$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{4} = \frac{1 \pm 5}{4}; y_1 = -1; y_2 = \frac{3}{2}$$

$$2y^2-y-3 = 2(y+1)\left(y-\frac{3}{2}\right) = (y+1)(2y-3)$$

Искомое разложение  $\frac{y(2y-3)(y+1)}{(y-4)(y+1)(2y-3)} = \frac{y}{y-4}$

Ответ:  $\frac{y}{y-4}$ .

$$1.14(1) \frac{4x^2-1}{x^2-5x+6} \cdot \frac{x-2}{2x+1} - \frac{1+x}{x-3}$$

$$1) \text{ Разложим на множители } x^2-5x+6; \begin{cases} x_1 x_2 = 6 \\ x_1 + x_2 = 5 \end{cases}$$

$$x_1 = 2; x_2 = 3; x^2-5x+6 = (x-2)(x-3)$$

$$\frac{(2x-1)(2x+1)(x-2)}{(x-2)(x-3)(2x+1)} - \frac{1+x}{x-3} = \frac{2x-1}{x-3} - \frac{1+x}{x-3} = \frac{2x-1-1-x}{x-3} = \frac{x-2}{x-3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{x-2}{x-3}.$$

$$1.14(2) \frac{x-1}{x-2} - \frac{x+1}{3x+1} \cdot \frac{9x^2-1}{x^2-x-2}$$

$$1) \text{ Разложим на множители } x^2-x-2$$

$$\begin{cases} x_1 x_2 = -2 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases}; x_1 = 2; x_2 = -1; x^2-x-2 = (x-2)(x+1).$$

$$2) \frac{x-1}{x-2} - \frac{(x+1)(3x-1)(3x+1)}{(3x+1)(x-2)(x+1)} = \frac{x-1}{x-2} - \frac{3x-1}{x-2} = \frac{x-1-3x+1}{x-2} =$$

$$= \frac{-2x}{x-2} = \frac{2x}{2-x}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{2x}{2-x}.$$

$$1.15(1) \frac{3c-6}{c+2} - \frac{c}{(c+2)^2}; \frac{c}{c^2-4} - \frac{4c}{c+2} = \frac{3c-6}{c+2} -$$

$$- \frac{c}{(c+2)^2}; \frac{1}{(c-2)(c+2)} - \frac{4c}{c+2} = \frac{3c-6}{c+2} - \frac{1}{c+2}; \frac{1}{c-2} - \frac{4c}{c+2} =$$

$$= \frac{3c-6}{c+2} - \frac{c-2}{c+2} - \frac{4c}{c+2} = \frac{3c-6-c+2-4c}{c+2} = \frac{-2c-4}{c+2} = \frac{-2(c+2)}{c+2} = -2$$

$$\text{Ответ: } -2.$$

$$1.15(2) \frac{6}{a-1} - \frac{10}{(a-1)^2}; \frac{10}{a^2-1} - \frac{2a+2}{a-1} = \frac{6}{a-1} -$$

$$- \frac{1}{(a-1)^2}; \frac{1}{(a-1)(a+1)} - \frac{2a+2}{a-1} = \frac{6}{a-1} - \frac{1}{a-1}; \frac{1}{a+1} - \frac{2a+2}{a-1} =$$

$$= \frac{6}{a-1} - \frac{a+1}{a-1} - \frac{2a+2}{a-1} = \frac{6-a-1-2a-2}{a-1} = \frac{3-3a}{a-1} = \frac{3(1-a)}{a-1} = -3$$

$$\text{Ответ: } -3.$$

$$1.16(1) (a^{-2} - b^{-2})(b^{-1} - a^{-1})^{-1} = \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)^{-1} =$$

$$= \frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \cdot \left(\frac{a-b}{ab}\right)^{-1} = \frac{(b^2 - a^2)ab}{a^2 b^2 (a-b)} = \frac{(b-a)(b+a)}{ab(a-b)} = -\frac{b+a}{ab}$$

**Ответ:**  $-\frac{b+a}{ab}$ .

$$1.16(2) (y^{-2} - x^{-2})^{-1} (x^{-1} - y^{-1}) = \left(\frac{1}{y^2} - \frac{1}{x^2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) =$$

$$= \left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 y^2}\right)^{-1} \left(\frac{y-x}{xy}\right) = \frac{x^2 y^2 (y-x)}{(x^2 - y^2)xy} = -\frac{xy}{x+y}$$

**Ответ:**  $-\frac{xy}{x+y}$ .

$$1.17(1) ab(a-b)^{-1} (a^{-2} - b^{-2}) = \frac{ab}{a-b} \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) = \frac{ab}{a-b} \cdot \frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} =$$

$$= \frac{(b-a)(b+a)}{(a-b)ab} = -\frac{a+b}{ab}$$

**Ответ:**  $-\frac{a+b}{ab}$ .

$$1.17(2) a^2 b^2 (a^2 - b^2)^{-1} (a^{-1} - b^{-1}) = \frac{a^2 b^2}{a^2 - b^2} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) =$$

$$= \frac{a^2 b^2 (b-a)}{(a^2 - b^2)ab} = \frac{ab(b-a)}{(a-b)(a+b)} = -\frac{ab}{a+b}$$

**Ответ:**  $-\frac{ab}{a+b}$ .

$$1.18(1) 3\left(\frac{1-\sqrt{2}}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{1-\sqrt{2}}{3}\right) - 1 = \frac{3(1-\sqrt{2})^2}{9} - \frac{2(1-\sqrt{2})}{3} - 1 =$$

$$= \frac{(1-\sqrt{2})^2}{3} - \frac{2(1-\sqrt{2})}{3} - 1 = \frac{1-2\sqrt{2}+2-2+2\sqrt{2}-3}{3} = -\frac{2}{3}$$

**Ответ:**  $-\frac{2}{3}$ .



$$1.18(2) \quad 2\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) + 3 = \frac{(3-\sqrt{5})^2}{2} - \frac{6(3-\sqrt{5})}{2} + 3 = \\ = \frac{9-6\sqrt{5}+5-18+6\sqrt{5}+6}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Ответ: 1.

$$1.19(1) \quad (\sqrt{5}+4)^2 - 6\sqrt{5}(\sqrt{5}+4) - 1 = 5+8\sqrt{5}+16-30-24\sqrt{5}-1 = \\ = -10-16\sqrt{5}.$$

Ответ:  $-10-16\sqrt{5}$ .

$$1.19(2) \quad (\sqrt{2}-3)^2 - 4\sqrt{2}(\sqrt{2}-3) + 2 = 2-6\sqrt{2}+9-8+12\sqrt{2}+2 = \\ = 5+6\sqrt{2}$$

Ответ:  $5+6\sqrt{2}$ .

$$1.20(1) \quad \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \\ = \frac{5+3-2\sqrt{15}-5-3-2\sqrt{15}}{5-3} = -\frac{4\sqrt{15}}{2} = -2\sqrt{15}.$$

Ответ:  $-2\sqrt{15}$ .

$$1.20(2) \quad \frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{\sqrt{10}-\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{10}+\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{10}+\sqrt{6})^2 - (\sqrt{10}-\sqrt{6})^2}{(\sqrt{10}-\sqrt{6})(\sqrt{10}+\sqrt{6})} = \\ = \frac{10+6+2\sqrt{60}-10-6+2\sqrt{60}}{10-6} = \frac{4\sqrt{60}}{4} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}.$$

Ответ:  $2\sqrt{15}$ .

$$1.21(1) \quad \frac{\sqrt{\sqrt{10}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{10}+2}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{10}-2)(\sqrt{10}+2)}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{10-4}}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{2}$$

Ответ:  $\frac{1}{2}$ .

$$1.21(2) \quad \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{15}+3} \cdot \sqrt{\sqrt{15}-3}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{(\sqrt{15}+3)(\sqrt{15}-3)}} = \frac{\sqrt{6 \cdot 9}}{\sqrt{(\sqrt{15})^2 - 9}} = \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 3$$

Ответ: 3

**1.22(1)** Докажите, что  $\sqrt{17-12\sqrt{2}} = 3-2\sqrt{2}$

$$(3-2\sqrt{2})^2 = 9-12\sqrt{2}+8 = 17-12\sqrt{2}$$

**1.22(2)** Докажите, что  $\sqrt{21-12\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}-3$

$$(2\sqrt{3}-3)^2 = 12-12\sqrt{3}+9 = 21-12\sqrt{3}$$

**1.23(1)**  $ab^2-b^2y-ax+xy+b^2-x = (ab^2-b^2y+b^2)-(ax-xy+x) = b^2(a-y+1)-x(a-y+1) = (a-y+1)(b^2-x)$

**Ответ:**  $(a-y+1)(b^2-x)$ .

**1.23(2)**  $a^2b-ab^2-ax+ab+bc-c = (a^2b-ab^2+ab)-(ac-bc+c) = ab(a-b+1)-c(a-b+1) = (a-b+1)(ab-c)$

**Ответ:**  $(a-b+1)(ab-c)$ .

**1.24(1)**  $ax^2-2ax-bx^2+2bx-b+a = (ax^2-2ax+a)-(bx^2-2bx+b) = a(x^2-2x+1)-b(x^2-2x+1) = (x^2-2x+1)(a-b) = (x-1)^2(a-b)$

**Ответ:**  $(x-1)^2(a-b)$ .

**1.24(2)**  $by^2+4by-cy^2-4cy-4c+4b = y^2(b-c)+4y(b-c)+4(b-c) = (b-c)(y^2+4y+4) = (b-c)(y+2)^2$

**Ответ:**  $(b-c)(y+2)^2$ .

**1.25(1)**  $x^4-7x^2-18 = (x^2-9)(x^2+2) = (x-3)(x+3)(x^2+2)$

пусть  $x^2 = y$ ;  $y^2-7y-18 = (y-9)(y+2)$ ;  $\begin{cases} y_1 y_2 = -18 \\ y_1 + y_2 = 7 \end{cases}$ ;  $y_1 = 9, y_2 = -2$ .

**Ответ:**  $(x-3)(x+3)(x^2+2)$ .

**1.25(2)**  $x^4-x^2-12 = (x^2-4)(x^2+3) = (x-2)(x+2)(x^2+3)$

$x^2 = y$ ;  $y^2-y-12 = (y-4)(y+3)$ ;  $\begin{cases} y_1 y_2 = -12 \\ y_1 + y_2 = 1 \end{cases}$ ;  $y_1 = 4, y_2 = -3$ .

**Ответ:**  $(x-2)(x+2)(x^2+3)$ .

**1.26(1)**  $4x^4-5x^2+1 = (x^2-1)(4x^2-1)$ ;

$x^2 = y$ ;  $4y^2-5y+1 = 4(y-1)(y-\frac{1}{4}) = (y-1)(4y-1)$ , поскольку

$$y = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{8} = \frac{5 \pm 3}{8}; y_1 = 1; y_2 = \frac{1}{4}.$$

Далее  $x^2 = 1$ ;  $x^2 = \frac{1}{4}$ ;  $x_{1,2} = \pm 1$ ;  $x_{3,4} = \pm \frac{1}{2}$ ; имеем:

$$4x^4-5x^2+1 = 4(x-1)(x+1)(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{2}).$$

**Ответ:**  $(x-1)(x+1)(2x-1)(2x+1)$ .

$$1.26(2) \quad 9x^4 - 13x^2 + 4 = (x^2 - 1)(9x^2 - 4) = (x-1)(x+1)(3x-2)(3x+2)$$

$$x^2 = y; \quad 9y^2 - 13y + 4 = 9(y-1)(y - \frac{4}{9}) = (y-1)(9y-4)$$

$$y = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{18} = \frac{13 \pm 5}{18}; \quad y_1 = 1; \quad y_2 = \frac{4}{9}; \quad x_{1,2} = \pm 1; \quad x_{3,4} = \pm \frac{2}{3};$$

$$9x^4 - 13x^2 + 4 = 9(x+1)(x-1)(x + \frac{2}{3})(x - \frac{2}{3})$$

$$\text{Ответ: } (x-1)(x+1)(3x-2)(3x+2).$$

$$1.27(1) \quad x^2y^2 - 5xy^2 + 6y^2 - x^2 + 5x - 6 = (x^2y^2 - x^2) - (5xy^2 - 5x) + (6y^2 - 6) = \\ = x^2(y^2 - 1) - 5x(y^2 - 1) + 6(y^2 - 1) = (y^2 - 1)(x^2 - 5x + 6) = (y-1)(y+1)(x-2)(x-3)$$

$$\text{Ответ: } (y-1)(y+1)(x-2)(x-3).$$

$$1.27(2) \quad x^2y^2 - 5x^2y + 4x^2 - y^2 + 5y - 4 = (x^2y^2 - y^2) - (5x^2y - 5y) + (4x^2 - 4) = \\ = y^2(x^2 - 1) - 5y(x^2 - 1) + 4(x^2 - 1) = (x^2 - 1)(y^2 - 5y + 4) = (x-1)(x+1)(y-4)(y-1)$$

$$\text{Ответ: } (x-1)(x+1)(y-4)(y-1).$$

$$1.28(1) \quad \frac{2a^2 - 2b^2 - a + b}{1 - 2a - 2b} = \frac{2(a^2 - b^2) - (a - b)}{1 - 2a - 2b} = \\ = \frac{2(a-b)(a+b) - (a-b)}{1 - 2a - 2b} = \frac{(a-b)(2a+2b-1)}{1 - 2a - 2b} = -(a-b) = b - a.$$

$$\text{Ответ: } b-a.$$

$$1.28(2) \quad \frac{y-x-3y^2+3x^2}{3x+3y-1} = \frac{(y-x)-3(y^2-x^2)}{3x+3y-1} = \\ = \frac{(y-x)-3(y-x)(y+x)}{3x+3y-1} = \frac{(y-x)(1-3y-3x)}{3x+3y-1} = -(y-x) = x-y.$$

$$\text{Ответ: } x-y.$$

$$1.29(1) \quad \frac{x^2 - 10xy + 25y^2 - 1}{(1-x+5y)(x+5y+1)} = \frac{(x-5y)^2 - 1}{(1-x+5y)(x+5y+1)} = \\ = \frac{(x-5y-1)(x-5y+1)}{(1-x+5y)(x+5y+1)} = -\frac{x-5y+1}{x+5y+1} = \frac{5y-x-1}{x+5y+1}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{5y-x-1}{x+5y+1}.$$

$$1.29(2) \quad \frac{a^2 - 6ab + 9b^2 - 4}{(2-a+3b)(a+3b+2)} = \frac{(a-3b)^2 - 4}{(2-a+3b)(a+3b+2)} = \\ = \frac{(a-3b-2)(a-3b+2)}{(2-a+3b)(a+3b+2)} = -\frac{a-3b+2}{a+3b+2} = \frac{3b-a-2}{3b+a+2}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{3b-a-2}{3b+a+2}.$$

$$1.30(1) \frac{6a^2 - a - 1}{8a + b - 2ab - 4} = \frac{6\left(a - \frac{1}{2}\right)\left(a + \frac{1}{3}\right)}{2a(4-b) - (4-b)} = \frac{(2a-1)(3a+1)}{(4-b)(2a-1)} =$$

$$= \frac{3a+1}{4-b}, \text{ т.к. если разложить на множители } 6a^2 - a - 1, \text{ то}$$

$$a = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{12} = \frac{1 \pm 5}{12}; \quad a_1 = -\frac{1}{3}; \quad a_2 = \frac{1}{2};$$

$$6a^2 - a - 1 = 6\left(a - \frac{1}{2}\right)\left(a + \frac{1}{3}\right) = (2a-1)(3a+1).$$

**Ответ:**  $\frac{3a+1}{4-b}.$

$$1.30(2) \frac{10a - 3b - 2ab + 15}{4a^2 + 4a - 3} = \frac{2a(5-b) + 3(5-b)}{4\left(a + \frac{3}{2}\right)\left(a - \frac{1}{2}\right)} = \frac{(5-b)(2a+3)}{(2a+3)(2a-1)} =$$

$$= \frac{5-b}{2a-1}. \text{ Если разложить на множители } 4a^2 + 4a - 3, \text{ то получим}$$

$$a = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{4} = \frac{-2 \pm 4}{4}; \quad a_1 = -\frac{3}{2}; \quad a_2 = \frac{1}{2};$$

$$4a^2 + 4a - 3 = 4\left(a + \frac{3}{2}\right)\left(a - \frac{1}{2}\right) = (2a+3)(2a-1).$$

**Ответ:**  $\frac{5-b}{2a-1}.$

$$1.31(1) \frac{(x+1)^2 + (x-1)^3}{2x^2 + 6} = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{2(x^2 + 3)} =$$

$$= \frac{2x^3 + 6x}{2(x^2 + 3)} = \frac{2x(x^2 + 3)}{2(x^2 + 3)} = x.$$

**Ответ:**  $x.$

$$1.31(2) \frac{6x^2 + 2}{(x+1)^3 - (x-1)^3} = \frac{6x^2 + 2}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1} =$$

$$= \frac{6x^2 + 2}{6x^2 + 2} = 1.$$

**Ответ:**  $1.$

$$\begin{aligned}
& 1.32(1) \frac{a-3}{4a^2+24a+36} : \left( \frac{a}{3a-9} - \frac{3}{a^2+3a} + \frac{a^2+9}{27-3a^2} \right) = \\
& = \frac{a-3}{4(a^2+6a+9)} : \left( \frac{a}{3(a-3)} - \frac{3}{a(a+3)} + \frac{a^2+9}{3(9-a^2)} \right) = \\
& = \frac{a-3}{4(a+3)^2} : \left( \frac{a^2(a+3) - 9(a-3) - (a^2+9)a}{3a(a-3)(a+3)} \right) = \\
& = \frac{a-3}{4(a+3)^2} : \left( \frac{a^3+3a^2-9a+27-a^3-9a}{3a(a-3)(a+3)} \right) = \\
& = \frac{a-3}{4(a+3)^2} : \frac{3a^2-18a+27}{3a(a-3)(a+3)} = \frac{a-3}{4(a+3)^2} : \frac{3(a^2-6a+9)}{3a(a-3)(a+3)} = \\
& = \frac{(a-3) \cdot 3a \cdot (a-3)(a+3)}{4(a+3)^2 \cdot 3(a-3)^2} = \frac{a(a-3)^2(a+3)}{4(a+3)^2(a-3)^2} = \frac{a}{4(a+3)} = \frac{a}{4a+12}
\end{aligned}$$

Ответ:  $\frac{a}{4a+12}$ .

$$\begin{aligned}
& 1.32(2) \left( \frac{x}{4x+16} - \frac{x^2+16}{4x^2-64} - \frac{4}{x^2-4x} \right) \cdot \frac{3x^2-24x+48}{x+4} = \\
& = \left( \frac{x}{4(x+4)} - \frac{x^2+16}{4(x^2-16)} - \frac{4}{x(x-4)} \right) \cdot \frac{3(x^2-8x+16)}{x+4} = \\
& = \left( \frac{x^2(x-4) - x(x^2+16) - 16(x+4)}{4x(x+4)(x-4)} \right) \cdot \frac{3(x-4)^2}{x+4} = \\
& = \frac{(x^3-4x^2-x^3-16x-16x-64) \cdot 3 \cdot (x-4)^2}{4x(x+4)(x-4)(x+4)} = \\
& = \frac{(-4x^2-32x-64) \cdot 3 \cdot (x-4)^2}{4x(x+4)^2(x-4)} = \frac{-4(x^2+8x+16) \cdot 3 \cdot (x-4)}{4x(x+4)^2} = \\
& = \frac{-3(x+4)^2(x-4)}{x(x+4)^2} = \frac{-3(x-4)}{x} = \frac{12-3x}{x}
\end{aligned}$$

Ответ:  $\frac{12-3x}{x}$ .

$$\begin{aligned}
& 1.33(1) \frac{36-y^2}{y-8} \cdot \left( \frac{y}{y-6} - \frac{2y}{y^2-12y+36} \right) + \frac{12y}{y-6} = \\
& = \frac{36-y^2}{y-8} \cdot \left( \frac{y}{y-6} - \frac{2y}{(y-6)^2} \right) + \frac{12y}{y-6} = \\
& = \frac{36-y^2}{y-8} \cdot \left( \frac{y(y-6)-2y}{(y-6)^2} \right) + \frac{12y}{y-6} = \\
& = \frac{36-y^2}{y-8} \cdot \left( \frac{y^2-6y-2y}{(y-6)^2} \right) + \frac{12y}{y-6} = \frac{(6-y)(6+y)(y^2-8y)}{(y-8)(6-y)^2} + \frac{12y}{y-6} = \\
& = \frac{(6+y) \cdot y \cdot (y-8)}{(y-8)(6-y)} + \frac{12y}{y-6} = \frac{y(6+y)}{6-y} + \frac{12y}{y-6} = \frac{6y+y^2-12y}{6-y} = \\
& = \frac{y^2-6y}{6-y} = \frac{y(y-6)}{6-y} = -y
\end{aligned}$$

Ответ:  $-y$ .

$$\begin{aligned}
& 1.33(2) \left( \frac{3x}{x-4} - \frac{6x}{x^2-8x+16} \right) : \frac{x-6}{16-x^2} + \frac{24x}{x-4} = \\
& = \left( \frac{3x}{x-4} - \frac{6x}{(x-4)^2} \right) : \frac{x-6}{16-x^2} + \frac{24x}{x-4} = \\
& = \left( \frac{3x(x-4)-6x}{(x-4)^2} \right) : \frac{x-6}{16-x^2} + \frac{24x}{x-4} = \\
& = \frac{(3x^2-12x-6x)(4-x)(4+x)}{(x-4)^2(x-6)} + \frac{24x}{x-4} = \frac{(3x^2-18x)(4+x)}{(4-x)(x-6)} + \frac{24x}{x-4} = \\
& = \frac{3x(x-6)(4+x)}{(4-x)(x-6)} + \frac{24x}{x-4} = \frac{3x(4+x)}{4-x} + \frac{24x}{x-4} = \frac{12x+3x^2-24x}{4-x} = \\
& = \frac{3x^2-12x}{4-x} = \frac{3x(x-4)}{-(x-4)} = -3x
\end{aligned}$$

Ответ:  $-3x$ .

$$\begin{aligned}
& 1.34(1) \left( \frac{a+b}{b-a} - \frac{b-a}{b+a} - \frac{4a^2}{a^2-b^2} \right) : \left( \frac{a^2}{b^3-ab^2} + \frac{a-b}{b^2} - \frac{2}{b} \right) = \\
& = \left( \frac{(a+b)^2-(b-a)^2+4a^2}{b^2-a^2} \right) : \left( \frac{a^2}{b^2(b-a)} + \frac{a-b}{b^2} - \frac{2}{b} \right) =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left( \frac{a^2 + 2ab + b^2 - b^2 + 2ab - a^2 + 4a^2}{b^2 - a^2} \right) : \left( \frac{a^2 + (a-b)(b-a) - 2b(b-a)}{b^2(b-a)} \right) = \\
&= \left( \frac{4ab + 4a^2}{b^2 - a^2} \right) : \left( \frac{a^2 - (a-b)^2 - 2b^2 + 2ab}{b^2(b-a)} \right) = \\
&= \frac{4a(a+b) \cdot b^2 \cdot (b-a)}{(b^2 - a^2)(a^2 - a^2 + 2ab - b^2 - 2b^2 + 2ab)} = \frac{4ab^2}{4ab - 3b^2} = \\
&= \frac{4ab^2}{b(4a - 3b)} = \frac{4ab}{4a - 3b} \\
\text{Ответ: } &\frac{4ab}{4a - 3b}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1.34(2) \quad &\left( \frac{1}{b^3 + b^2} - \frac{1-b}{b^2} - 1 \right) : \left( \frac{b+2}{2-b} - \frac{2-b}{2+b} - \frac{4b^2}{b^2-4} \right) = \\
&= \left( \frac{1}{b^2(b+1)} - \frac{1-b}{b^2} - 1 \right) : \left( \frac{(b+2)^2 - (2-b)^2 + 4b^2}{4-b^2} \right) = \\
&= \left( \frac{1 - (1-b^2) - b^2(b+1)}{b^2(b+1)} \right) : \left( \frac{b^2 + 4b + 4 - 4 + 4b - b^2 + 4b^2}{4-b^2} \right) = \\
&= \left( \frac{1 - 1 + b^2 - b^3 - b^2}{b^2(b+1)} \right) : \left( \frac{8b + 4b^2}{4-b^2} \right) = \frac{-b^3(4-b^2)}{b^2(b+1) \cdot 4b(2+b)} = \\
&= \frac{-b(2-b)(2+b)}{(b+1) \cdot 4b \cdot (2+b)} = \frac{-(2-b)}{4(b+1)} = \frac{b-2}{4b+4} \\
\text{Ответ: } &\frac{b-2}{4b+4}.
\end{aligned}$$

$$1.35(1) \quad \frac{c+40}{c^3-16c} : \left( \frac{c-4}{3c^2+11c-4} - \frac{16}{16-c^2} \right).$$

Разложим  $3c^2+11c-4$  на множители

$$c = \frac{-11 \pm \sqrt{121+48}}{6} = \frac{-11 \pm \sqrt{169}}{6} = \frac{-11 \pm 13}{6}; c_1 = -4; c_2 = \frac{1}{3}$$

$$3c^2 + 11c - 4 = 3(c+4)\left(c - \frac{1}{3}\right) = (c+4)(3c-1)$$

$$\frac{c+40}{c(c^2-16)} : \left( \frac{c-4}{(c+4)(3c-1)} - \frac{16}{16-c^2} \right) = \frac{c+40}{c(c^2-16)} : \left( \frac{-(4-c)^2 - 16(3c-1)}{(3c-1)(16-c^2)} \right) =$$

$$= \frac{(c+40)(3c-1)(16-c^2)}{c(c^2-16)(-16+8c-c^2-48c+16)} = \frac{-(c+40)(3c-1)}{c(-c^2-40c)} =$$

$$= \frac{(c+40)(3c-1)}{c^2(c+40)} = \frac{3c-1}{c^2}.$$

Ответ:  $\frac{3c-1}{c^2}$ .

1.35(2)  $\frac{a-4}{a^3-a} : (\frac{a-1}{2a^2+3a+1} - \frac{1}{a^2-1})$ ; разложим на множители

$$2a^2+3a+1; a = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{-3 \pm 1}{4} \quad a_1 = -1; a_2 = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{a-4}{a(a^2-1)} : \left( \frac{a-1}{2(a+1)(a+\frac{1}{2})} - \frac{1}{a^2-1} \right) = \frac{a-4}{a(a^2-1)} :$$

$$: (\frac{a-1}{(a+1)(2a+1)} - \frac{1}{(a-1)(a+1)}) = \frac{a-4}{a(a^2-1)} \cdot \frac{(a^2-1)(2a+1)}{(a-1)^2 - (2a+1)} =$$

$$= \frac{(a-4)(2a+1)}{a(a^2-2a+1-2a-1)} = \frac{(a-4)(2a+1)}{a(a^2-4a)} = \frac{(a-4)(2a+1)}{a^2(a-4)} = \frac{2a+1}{a^2}$$

Ответ:  $\frac{2a+1}{a^2}$ .

1.36(1)  $(\frac{m}{m^2-2m+1} - \frac{m+2}{m^2+m-2}) : \frac{1}{(2m-2)^2}$

Разложим  $m^2+m-2$  на множители  $\begin{cases} m_1 m_2 = -2 \\ m_1 + m_2 = -1 \end{cases}$

$$m_1 = -2; m_2 = 1; m^2+m-2 = (m+2)(m-1)$$

$$(\frac{m}{(m-1)^2} - \frac{m+2}{(m+2)(m-1)}) : \frac{1}{(2(m-1))^2} =$$

$$= (\frac{m}{(m-1)^2} - \frac{1}{m-1}) : \frac{1}{4(m-1)^2} = (\frac{m-(m-1)}{(m-1)^2}) : \frac{1}{4(m-1)^2} =$$

$$= \frac{m-m+1}{(m-1)^2} : \frac{1}{4(m-1)^2} = 4.$$

Ответ: 4.



$$1.36(2) \left( \frac{n+2}{n^2-n-6} - \frac{n}{n^2-6n+9} \right) \cdot (2n-6)^2$$

Разложим на множители  $n^2-n-6$ ;  $\begin{cases} n_1 n_2 = -6 \\ n_1 + n_2 = 1 \end{cases}$

$$n_1 = 3; n_2 = -2; n^2-n-6 = (n-3)(n+2)$$

$$\left( \frac{n+2}{(n-3)(n+2)} - \frac{n}{(n-3)^2} \right) \cdot (2(n-3))^2 =$$

$$= \left( \frac{1}{n-3} - \frac{n}{(n-3)^2} \right) \cdot 4(n-3)^2 = \frac{n-3-n}{(n-3)^2} \cdot 4(n-3)^2 = -12$$

Ответ: -12.

1.37(1) Докажите тождество.

$$\frac{1}{(x-y)(y-z)} - \frac{1}{(y-z)(x-z)} - \frac{1}{(z-x)(y-x)} = 0$$

Пусть  $x-y = a$ ;  $y-z = b$ ;  $x-z = c$ . Тогда  $y-x = -a$ ;  $z-y = -b$ ;  $z-x = -c$ .

$$\frac{1}{ab} - \frac{1}{bc} - \frac{1}{(-c)(-a)} = \frac{1}{ab} - \frac{1}{bc} - \frac{1}{ac} = \frac{c-a-b}{abc};$$

$$\frac{x-z-x+y-y+z}{(z-y)(y-z)(x-z)} = \frac{0}{(x-y)(y-z)(x-z)} = 0$$

1.37(2) Докажите тождество.

$$\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = 0$$

Пусть  $a-b = k$ ;  $a-c = n$ ;  $b-c = m$ . Тогда  $b-a = -k$ ;  $c-a = -n$ ;  $c-b = -m$ .

$$\frac{1}{kn} + \frac{1}{(-k) \cdot m} + \frac{1}{(-n) \cdot (-m)} = \frac{m-n+k}{kmn}; \frac{b-c+c-a+a-b}{(a-b)(a-c)(b-c)} = 0$$

1.38(1) Докажите тождество.

$$\frac{a^6 - b^6}{(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)} - (a^2 - b^2) = 0$$

$$\frac{(a^2)^3 - (b^2)^3}{((a^2 + b^2) + ab)((a^2 + b^2) - ab)} - (a^2 - b^2) = \frac{(a^2 - b^2)(a^4 + a^2 b^2 + b^4)}{(a^2 + b^2)^2 - a^2 b^2} -$$

$$-(a^2 - b^2) = \frac{(a^2 - b^2)(a^4 + a^2 b^2 + b^4)}{a^4 + 2a^2 b^2 + b^4 - a^2 b^2} - (a^2 - b^2) =$$

$$= \frac{(a^2 - b^2)(a^4 + a^2 b^2 + b^4)}{a^4 + a^2 b^2 + b^4} - (a^2 - b^2) = 0.$$

1.38(2) Докажите тождество.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1-x^2} + \frac{(x^2+x+1)(x^2-x+1)}{x^6-1} = 0 \\ & \frac{1}{1-x^2} + \frac{((x^2+1)+x)((x^2+1)-x)}{x^6-1} = \frac{1}{1-x^2} + \frac{(x^2+1)^2 - x^2}{x^6-1} = \\ & = \frac{1}{1-x^2} + \frac{x^4+2x^2+1-x^2}{x^6-1} = \frac{1}{1-x^2} + \frac{x^4+x^2+1}{(x^2)^3-1^3} = \\ & = \frac{1}{1-x^2} + \frac{x^4+x^2+1}{(x^2-1)(x^4+x^2+1)} = \frac{1}{1-x^2} + \frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{1-x^2} - \frac{1}{1-x^2} = 0 \end{aligned}$$

1.39(1) Докажите тождество.

$$\begin{aligned} & \frac{x}{x^2+y^2} - \frac{y(x-y)^2}{x^4-y^4} = \frac{1}{x+y}; \quad \frac{x}{x^2+y^2} - \frac{y(x-y)^2}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} = \\ & = \frac{x(x^2-y^2) - y(x-y)^2}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} = \frac{x(x-y)(x+y) - y(x-y)^2}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} = \\ & = \frac{(x-y)(x^2+xy-xy+y^2)}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} = \frac{(x-y)(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} = \frac{1}{x+y}. \end{aligned}$$

1.39(2) Докажите тождество.

$$\begin{aligned} & \frac{b(a+b)^2}{a^4-b^4} + \frac{a}{a^2+b^2} = \frac{1}{a-b} \\ & \frac{b(a+b)^2}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)} + \frac{a}{a^2+b^2} = \frac{b(a+b)^2 + a(a-b)(a+b)}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)} = \\ & = \frac{(a+b)(ab+b^2+a^2-ab)}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)} = \frac{(a+b)(a^2+b^2)}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)} = \frac{1}{a-b}. \end{aligned}$$

1.40(1) Выражение  $1 - \frac{1}{1 - \frac{a}{1 - \frac{1}{a+1}}}$  не имеет смысла, если

$$1) \quad 1 - \frac{a}{1 - \frac{1}{a+1}} = 0; \quad a \neq -1; \quad 1 - \frac{a(a+1)}{a+1-1} = 0; \quad a+1-1 \neq 0; \quad a \neq 0;$$

$1 - \frac{a(a+1)}{a} = 1 - a - 1 \neq 0$ ;  $a \neq 0$ . При  $a = -1$  и  $a = 0$  выражение не имеет смысла.

Ответ:  $a = -1$  и  $a = 0$ .

1.40(2) Выражение  $1 + \frac{x}{1 - \frac{x}{x + \frac{x}{x-1}}}$  не имеет смысла, если

$$1) 1 - \frac{x}{x + \frac{x}{x-1}} = 0; \quad x \neq 1; \quad 1 - \frac{x(x-1)}{x^2 - x + x} = 0; \quad x \neq 0; \quad 1 - \frac{x-1}{x} = 0;$$

$$\frac{x-x+1}{x} = 0; \quad \frac{1}{x} = 0. \text{ При } x = 1 \text{ и } x = 0 \text{ выражение не имеет смысла.}$$

Ответ:  $x = 1$  и  $x = 0$ .

$$1.41(1) \frac{8 \cdot 100^n}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}} = \frac{2^3 \cdot (25 \cdot 4)^n}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}} = \frac{2^3 \cdot 5^{2n} \cdot 2^{2n}}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}} =$$

$$= 2^{3+2n-2n-1} \cdot 5^{2n-2n+2} = 2^2 \cdot 5^2 = 10^2 = 100.$$

Ответ: 100.

$$1.41(2) \frac{4 \cdot 36^n}{3^{2n-3} \cdot 2^{2n+2}} = \frac{4 \cdot (9 \cdot 4)^n}{3^{2n-3} \cdot 2^{2n+2}} = \frac{2^2 \cdot 3^{2n} \cdot 2^{2n}}{3^{2n-3} \cdot 2^{2n+2}} =$$

$$= 2^{2+2n-2n-2} \cdot 3^{2n-2n+3} = 2^0 \cdot 3^3 = 27.$$

Ответ: 27.

$$1.42(1) \frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n} = \frac{5^{n-1} (5^{n+1-n+1} - 1)}{2 \cdot 5^n} = \frac{5^{n-1} \cdot (5^2 - 1)}{2 \cdot 5^n} =$$

$$= \frac{5^{n-1} \cdot 24}{2 \cdot 5^n} = \frac{5^n \cdot 24}{5 \cdot 2 \cdot 5^n} = \frac{12}{5} = 2,4.$$

Ответ: 2,4.

$$1.42(2) \frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} + 2^{n-1}} = \frac{10 \cdot 2^n}{2^{n-1} (2^{n+1-n+1} + 1)} = \frac{10 \cdot 2^n}{2^{n-1} \cdot (2^2 + 1)} = \frac{10 \cdot 2^n \cdot 2}{2^n \cdot 5} = 4$$

Ответ: 4.

$$1.43(1) \frac{a - \sqrt{a} - 2}{2 - \sqrt{a}}$$

1) Разложим на множители  $a - \sqrt{a} - 2$ ; пусть  $\sqrt{a} = v$ ;  $a = v^2$ .

$$2) \text{ Разложим на множители } x^2 - x - 2; \begin{cases} x_1 x_2 = -2 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases} \quad x_1 = 2; x_2 = -1$$

$$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1); \quad a - \sqrt{a} - 2 = (\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 1).$$

$$3) \frac{a - \sqrt{a} - 2}{2 - \sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 1)}{2 - \sqrt{a}} = -(\sqrt{a} + 1) = -\sqrt{a} - 1$$

$$\text{Ответ: } -\sqrt{a} - 1.$$

$$1.43(2) \frac{b - 2\sqrt{b} - 3}{3 - \sqrt{b}}$$

$$1) \text{ Разложим на множители } b - 2\sqrt{b} - 3; \text{ пусть } \sqrt{b} = x; b = x^2.$$

$$2) \text{ Разложим на множители } x^2 - 2x - 3; \begin{cases} x_1 x_2 = -3 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases} \quad x_1 = 3; x_2 = -1$$

$$3) x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$$

$$4) b - 2\sqrt{b} - 3 = (\sqrt{b} - 3)(\sqrt{b} + 1)$$

$$5) \frac{b - 2\sqrt{b} - 3}{3 - \sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{b} - 3)(\sqrt{b} + 1)}{3 - \sqrt{b}} = -(\sqrt{b} + 1) = -\sqrt{b} - 1$$

$$\text{Ответ: } -\sqrt{b} - 1.$$

$$1.44(1)$$

$$\frac{\sqrt{(3 - 2\sqrt{3})^2} + \sqrt{(4 - 2\sqrt{3})^2}}{\sqrt{3} - 1 \cdot \sqrt{3} + 1} = \frac{2\sqrt{3} - 3 + 4 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$1.44(2) \frac{\sqrt{(3\sqrt{2} - 4)^2} + \sqrt{(3\sqrt{2} - 5)^2}}{\sqrt{\sqrt{2} + 1} \cdot \sqrt{\sqrt{2} - 1}} = \frac{3\sqrt{2} - 4 + 5 - 3\sqrt{2}}{\sqrt{(\sqrt{2})^2 - 1^2}} = 1$$

$$\text{Ответ: } 1.$$

$$1.45(1) \frac{(\sqrt{\sqrt{20} - 4} + \sqrt{\sqrt{20} + 4})^2}{\sqrt{(4 - \sqrt{20})^2}} =$$

$$\frac{\sqrt{20} - 4 + 2\sqrt{(\sqrt{20} - 4)(\sqrt{20} + 4)} + \sqrt{20} + 4}{\sqrt{20} - 4} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{20} - 4 + 2\sqrt{(\sqrt{20} - 4)(\sqrt{20} + 4)} + \sqrt{20} + 4}{\sqrt{20} - 4} = \frac{2\sqrt{20} + 2\sqrt{20 - 16}}{\sqrt{20} - 4} = \\
 &= \frac{2\sqrt{20} + 4}{\sqrt{20} - 4} = \frac{4\sqrt{5} + 4}{\sqrt{20} - 4} = \frac{2\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5} - 2} = \frac{(2\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} = \\
 &= 10 + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 4 = 6\sqrt{5} + 14 = 3\sqrt{20} + 14 = 6\sqrt{5} + 14.
 \end{aligned}$$

Ответ:  $6\sqrt{5} + 14$ .

$$\begin{aligned}
 1.45(2) \quad & \frac{(\sqrt{\sqrt{8} + 2} + \sqrt{\sqrt{8} - 2})^2}{\sqrt{(2 - \sqrt{8})^2}} = \\
 &= \frac{\sqrt{8} + 2 + \sqrt{8} - 2 + 2\sqrt{(\sqrt{8} + 2)(\sqrt{8} - 2)}}{\sqrt{8} - 2} = \frac{2\sqrt{8} + 4}{\sqrt{8} - 2} = \\
 &= \frac{(2\sqrt{8} + 4)(\sqrt{8} + 2)}{(\sqrt{8} - 2)(\sqrt{8} + 2)} = \frac{16 + 4\sqrt{8} + 8 + 4\sqrt{8}}{4} = \frac{24 + 8\sqrt{8}}{4} = 6 + 2\sqrt{8} = 6 + 4\sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

Ответ:  $6 + 4\sqrt{2}$ .

1.46(1)

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{x - y}{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}} = \frac{x - y}{\sqrt{xy}(\sqrt{x} - \sqrt{y})} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{xy}(\sqrt{x} - \sqrt{y})} = \\
 &= \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{xy}}; \quad B = \frac{\sqrt{y}}{y} + \frac{\sqrt{x}}{x} = \frac{1}{\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{xy}}; \quad A = B.
 \end{aligned}$$

$$1.46(2) \quad A = \frac{b - a}{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{b} - \sqrt{a})(\sqrt{b} + \sqrt{a})}{\sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$$

$$B = \frac{\sqrt{a}}{a} - \frac{\sqrt{b}}{b} = \frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{\sqrt{ab}}; \quad A = B.$$

$$\begin{aligned}
 1.47(1) \quad & x(x+1)(x+2)(x+3) - 15 = (x(x+3))((x+1)(x+2)) - 15 = \\
 &= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 15
 \end{aligned}$$

1) Пусть  $x^2 + 3x = y$ .

2) Тогда  $y(y+2) - 15 = y^2 + 2y - 15$ .

3) Разложим  $y^2+2y-15$  на множители  $\begin{cases} y_1 y_2 = -15 \\ y_1 + y_2 = -2 \end{cases}; y_1 = -5; y_2 = 3$

4)  $y^2+2y-15 = (y+5)(y-3)$

5) Заменим  $y$  ( $y = x^2+3x$ );  $x(x+1)(x+2)(x+3)-15 = (x^2+3x+5)(x^2+3x-3)$

**Ответ:**  $(x^2+3x+5)(x^2+3x-3)$ .

**1.47(2)**  $(x+3)(x-2)(x+1)x+8 = ((x+3)(x-2))(x(x+1))+8 =$   
 $= (x^2+x-6)(x^2+x)+8$

1) Пусть  $x^2+x = y$ .

2) Тогда  $(y-6)y+8 = y^2-6y+8$ .

3) Разложим на множители  $y^2-6y+8$ ;  $\begin{cases} y_1 y_2 = 8 \\ y_1 + y_2 = 6 \end{cases}$

$y_1 = 4; y_2 = 2$ .  $y^2-6y+8 = (y-4)(y-2)$

4) Сделаем замену  $x(x+1)(x+3)(x-2)+8 = (x^2+x-4)(x^2+x-2)$

**Ответ:**  $(x^2+x-4)(x^2+x-2)$ .

**1.48(1)**  $2a^2-x^2-ax-a+x = a^2+a^2-x^2-ax-a+x = (a^2-x^2)+(a^2-ax)-(a-x) =$   
 $= (a-x)(a+x)+a(a-x)-(a-x) = (a-x)(a+x+a-1) = (a-x)(2a+x-1)$

**Ответ:**  $(a-x)(2a+x-1)$ .

**1.48(2)**  $x^2-2y^2-xy-x-y = x^2-y^2-y^2-xy-x-y = (x^2-y^2)-(y^2+xy)-(x+y) =$   
 $= (x+y)(x-y)-y(x+y)-(x+y) = (x+y)(x-y-y-1) = (x+y)(x-2y-1)$

**Ответ:**  $(x+y)(x-2y-1)$ .

**1.49(1)**  $x^4+3x^2-x+3 = x^4+2x^2+\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{4}+3 =$

$= x^4+2x^2+\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+2,75 > 0$

**1.49(2)**  $x^4+2x^2-x+5 = x^4+x^2+\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{4}+5 =$

$= x^4+x^2+\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+4,75 > 0$ .

**1.50(1)**  $6y-4x-x^2-y^2 = -(x^2+y^2-6y+4x) = -(x^2+4x+4+y^2-6y+9-13) =$   
 $= -((x+2)^2+(y-3)^2-13) = -(x+2)^2-(y-3)^2+13$ . Данное

выражение принимает наибольшее значение при  $x = -2; y = 3$ .

**Ответ:**  $x = -2; y = 3$ .

**1.50(2)**  $x^2+y^2-10x+2y = x^2-10x+25+y^2+2y+1-26 = (x-5)^2+(y+1)^2-26$ .

Данное выражение принимает наименьшее значение при  $x = 5; y = -1$ .

**Ответ:**  $x = 5; y = -1$ .

$$1.51(1) \frac{10}{x^2 + y^2 + 4x - 6y + 14} = \frac{10}{(x^2 + 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) + 1} =$$

$$= \frac{10}{(x+2)^2 + (y-3)^2 + 1}.$$

При  $x = -2$ ;  $y = 3$  наибольшее значения выражения равно 10.

Ответ: Наибольшее значение выражения, равное 10, достигается при  $x = -2$ ;  $y = 3$ .

$$1.51(2) \frac{8}{x^2 + y^2 - 2x - 10y + 30} = \frac{8}{x^2 - 2x + 1 + y^2 - 10y + 25 + 4} =$$

$$= \frac{8}{(x-1)^2 + (y-5)^2 + 4}.$$

Наибольшее значение выражения достигается при  $x-1 = 0$ ;  $y-5 = 0$  ( $x = 1$ ;  $y = 5$ ).

Ответ: Наибольшее значение выражения, равное 2, достигается при  $x = 1$ ;  $y = 5$ .

1.52(1)  $x+y=1$ ;  $x=1-y$ ;  $4x^2+2xy-y^2$  при  $x=1-y$  примет вид:  
 $4(1-y)^2+2y(1-y)-y^2=4(1-2y+y^2)+2y-2y^2-y^2=4-8y+4y^2+2y-2y^2-y^2=$   
 $=y^2-6y+4=y^2-6y+9-9+4=(y-3)^2-5$ . Наименьшее значение выражение  $(y-3)^2-5$  принимает при  $y-3=0$ , т.е. при  $y=3$ . Данное выражение принимает наименьшее значение при  $x=-2$  и оно равно  $-5$ .

Ответ: Наименьшее значение выражения, равное  $-5$ , достигается при  $x=-2$ ;  $y=3$ .

1.52(2)  $x-y=1$ ;  $x=1+y$ . При  $x=1+y$  выражение  $x^2+2xy-4y^2$  примет вид:  $(1+y)^2+2y(1+y)-4y^2=1+2y+y^2+2y+2y^2-4y^2=-y^2+4y+1=$   
 $=-(y^2-4y-1)=-(y^2-4y+4-4-1)=-((y^2-4y+4)-5)=-((y-2)^2-5)=$   
 $=-(y-2)^2+5$ . Наибольшее значение выражение  $-(y-2)^2+5$  принимает при  $y-2=0$ , т.е. при  $y=2$ . Данное выражение принимает наибольшее значение, равное 5, при  $x=3$ ,  $y=2$ .

Ответ: Выражение принимает наибольшее значение, равное 5, при  $x=3$ ;  $y=2$ .

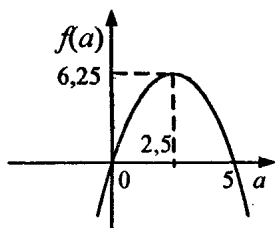
$$1.53(1) 1 \leq a \leq 3 \text{ и } b = 5-a; ab = a(5-a) = 5a-a^2.$$

Рассмотрим функцию  $f(a) = 5a-a^2$ . Ее график – парабола, ветви которой направлены вниз. Абсцисса вершины параболы:  $x_0 = -\frac{b}{2a}$

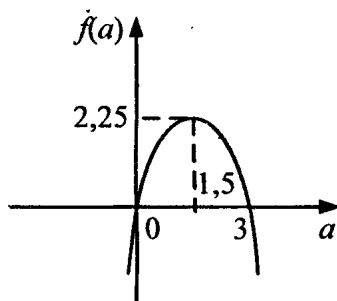
для функции  $f(x) = ax^2+bx+c$ . В данном случае  $a_0 = -\frac{5}{-2} = 2,5$ ;

$$f(2,5) = 5 \cdot 2,5 - (2,5)^2 = 12,5 - 6,25.$$

Наибольшее значение функции достигается при  $a = 2,5$ , и оно равно 6,25.



Ответ: 6,25.



$$1.53(2) \quad b = 3 - a; \quad 1 \leq a \leq 2;$$

$$ab = a(3 - a) = 3a - a^2.$$

Рассмотрим функцию  $f(a) = 3a - a^2$ . Ее график – парабола, ветви которой направлены вниз. Абсцисса вершины

$$\text{параболы } a_0 = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2};$$

следовательно наибольшее значение функции достигается при  $a_0 = 1,5$ ;  
 $f(1,5) = 3 \cdot 1,5 - 2,25 = 2,25$ .

Ответ: 2,25.

$$1.54(1) \quad 1) \quad 3a^2 - 2b^2 = 5ab; \quad 3a^2 - 5ab - 2b^2 = 0.$$

$$a = \frac{5b \pm \sqrt{25b^2 + 24b^2}}{6} = \frac{5b \pm 7b}{6}; \quad a_1 = 2b; \quad a_2 = -\frac{1}{3}b.$$

По условию  $a > 0, b > 0$ . Условию удовлетворяет только  $a_1$ .

$$2) \quad \text{При } a = 2b \text{ выражение } \frac{2b - a}{a + 3b} \text{ примет вид: } \frac{2b - 2b}{2b + 3b} = 0.$$

Ответ: 0.

$$1.54(2) \quad 1) \quad 5a^2 - 2b^2 = 3ab; \quad 5a^2 - 3ab - 2b^2 = 0$$

$$a = \frac{3b \pm \sqrt{9b^2 + 40b^2}}{10} = \frac{3b \pm 7b}{10}; \quad a_1 = b; \quad a_2 = -0,4b.$$

По условию  $a < 0, b < 0$ . Условию удовлетворяет  $a_1$ .

$$2) \quad \text{При } a = b \text{ выражение } \frac{3a(a+b)}{b(2a-b)} \text{ примет вид: } \frac{3b \cdot 2b}{b(2b-b)} = 6.$$

Ответ: 6.

$$1.55(1) \quad \frac{2x^2 + 5xy - 3y^2}{2x^2 - xy}. \quad 1) \text{ Разложим на множители } 2x^2 + 5xy - 3y^2$$



$$x = \frac{-5y \pm \sqrt{25y^2 + 24y^2}}{4} = \frac{-5y \pm 7y}{4}; x_1 = -3y; x_2 = \frac{1}{2}y.$$

$$2) \frac{2(x+3y)\left(x - \frac{1}{2}y\right)}{x(2x-y)} = \frac{(x+3y)(2x-y)}{x(2x-y)} = \frac{x+3y}{x}.$$

**Ответ:**  $\frac{x+3y}{x}$ .

1.55(2) 1) Разложим на множители  $2y^2 - 3xy - 9x^2$

$$y = \frac{3x \pm \sqrt{9x^2 + 72x^2}}{4} = \frac{3x \pm 9x}{4}; y_1 = 3x; y_2 = -\frac{3}{2}x.$$

$$2) \frac{2y^2 - 3xy - 9x^2}{y^2 - 3xy} = \frac{2(y-3x)\left(y + \frac{3}{2}x\right)}{y(y-3x)} = \frac{2y+3x}{y}$$

**Ответ:**  $\frac{2y+3x}{y}$ .

$$1.56(1) \frac{2\sqrt{x} + x - x\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}(2 + \sqrt{x} - x)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} = \frac{x - \sqrt{x} - 2}{2 - \sqrt{x}}$$

Разложим на множители  $x - \sqrt{x} - 2$ ; пусть  $\sqrt{x} = y$ .

Тогда  $x - \sqrt{x} - 2$  примет вид:  $y^2 - y - 2$ ;  $\begin{cases} y_1 y_2 = -2 \\ y_1 + y_2 = 1 \end{cases}$

$$y_1 = 2; y_2 = -1; y^2 - y - 2 = (y-2)(y+1); x - \sqrt{x} - 2 = (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 1)$$

$$\frac{x - \sqrt{x} - 2}{2 - \sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 1)}{2 - \sqrt{x}} = -\sqrt{x} - 1$$

**Ответ:**  $-\sqrt{x} - 1$ .

$$1.56(2) \frac{3\sqrt{x} - 2x - x\sqrt{x}}{x + 3\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}(3 - 2\sqrt{x} - x)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)} = -\frac{x + 2\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3}$$

Разложим на множители  $x + 2\sqrt{x} - 3$ ; пусть  $\sqrt{x} = y$ . Тогда

$$x + 2\sqrt{x} - 3 \text{ примет вид: } y^2 + 2y - 3. \begin{cases} y_1 y_2 = -3 \\ y_1 + y_2 = -2 \end{cases}$$

$$y_1 = -3; y_2 = 1; y^2 + 2y - 3 = (y+3)(y-1); x + 2\sqrt{x} - 3 = (\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)$$

$$\frac{x+2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} = \frac{-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+3} = 1 - \sqrt{x}$$

Ответ:  $1 - \sqrt{x}$

$$1.57(1) \quad 1 - \frac{a\sqrt{a}+1}{a(\sqrt{a}+1)} - \frac{1}{\sqrt{a}} = 1 - \frac{\sqrt{a^3}+1}{a(\sqrt{a}+1)} - \frac{1}{\sqrt{a}} =$$

$$= 1 - \frac{(\sqrt{a}+1)(a-\sqrt{a}+1)}{a(\sqrt{a}+1)} - \frac{1}{\sqrt{a}} = 1 - \frac{a-\sqrt{a}+1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} =$$

$$= \frac{a-a+\sqrt{a}-1-\sqrt{a}}{a} = -\frac{1}{a}; \text{ при } a = 0,9 \text{ выражение } -\frac{1}{a} \text{ равно}$$

$$-\frac{1}{0,9} = -\frac{10}{9} = -1\frac{1}{9}$$

Ответ:  $-1\frac{1}{9}$ .

$$1.57(2) \quad \frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1-a\sqrt{a}}{a(1-\sqrt{a})} + 1 = \frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1-\sqrt{a^3}}{a(1-\sqrt{a})} + 1 = \frac{1}{\sqrt{a}} -$$

$$-\frac{(1-\sqrt{a})(1+\sqrt{a}+a)}{a(1-\sqrt{a})} + 1 = \frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1+\sqrt{a}+a}{a} + 1 = \frac{\sqrt{a}-1-\sqrt{a}-a+a}{a} =$$

$$= -\frac{1}{a}. \text{ При } a = 0,4 \text{ выражение } -\frac{1}{a} \text{ равно } -\frac{1}{0,4} = -2,5$$

Ответ: -2,5.

$$1.58(1) \quad A = \sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}$$

$$1) (1-\sqrt{3})^2 = 1-2\sqrt{3}+3 = 4-2\sqrt{3} = 2(2-\sqrt{3})$$

$$\sqrt{3}-1 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}}; \sqrt{2-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$$

$$2) \sqrt{3}+1 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}}; \sqrt{2+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$$

$$3) \sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

4) проверим, является ли  $\sqrt{6}$  корнем уравнения  
 $x^2 - 3\sqrt{6}x + 12 = 0$ ;  $(\sqrt{6})^2 - 3\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} + 12 = 18 - 18 = 0$ .

Ответ: является.

1.58(2)  $B = \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}}$ ;

1)  $(1-\sqrt{5})^2 = 1 - 2\sqrt{5} + 5 = 6 - 2\sqrt{5} = 2(3-\sqrt{5})$ ;

$\sqrt{5}-1 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3-\sqrt{5}}$ ;  $\sqrt{3-\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}}$ ;

2)  $(1+\sqrt{5})^2 = 2(3+\sqrt{5})$ ;  $\sqrt{5}+1 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3+\sqrt{5}}$ ;  $\sqrt{3+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}}$ ;

3)  $\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}+1-\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

4) проверим, является ли  $\sqrt{2}$  корнем уравнения  
 $x^2 + 5\sqrt{2}x - 12 = 0$ ;  $(\sqrt{2})^2 + 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - 12 = 2 + 10 - 12 = 0$ .

Ответ: является.

1.59(1)  $\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{21}+\sqrt{19}} =$   
 $= \frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} + \dots$   
 $\dots + \frac{\sqrt{21}-\sqrt{19}}{(\sqrt{21}+\sqrt{19})(\sqrt{21}-\sqrt{19})} =$   
 $= \frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{5}+\dots+\sqrt{21}-\sqrt{19}}{2} = \frac{\sqrt{21}-1}{2}$

$\sqrt{16} < \sqrt{21} < \sqrt{25}$ ;  $4 < \sqrt{21} < 5$ ;  $4-1 < \sqrt{21}-1 < 5-1$ ;

$3 < \sqrt{21}-1 < 4$ ;  $1,5 < \frac{\sqrt{21}-1}{2} < 2$ .

Ответ: между 1 и 2.

1.59(2)  $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{20}+\sqrt{19}} =$   
 $= \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{(\sqrt{4}+\sqrt{3})(\sqrt{4}-\sqrt{3})} + \dots$

$$\dots + \frac{\sqrt{20} - \sqrt{19}}{(\sqrt{20} + \sqrt{19})(\sqrt{20} - \sqrt{19})} =$$

$$= \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \dots + \sqrt{20} - \sqrt{19} = \sqrt{20} - 1$$

$$\sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}; \quad 4 < \sqrt{20} < 5; \quad 4 - 1 < \sqrt{20} - 1 < 5 - 1;$$

$$3 < \sqrt{20} - 1 < 4.$$

**Ответ:** между 3 и 4.

**1.60(1)** Наименьшее значение данного выражения равно 0; оно достигается при  $2x - 2y + 10 = 0$ ;  $x + 3y - 3 = 0$

$$\begin{cases} 2x - 2y = -10 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \quad -2 \quad \begin{cases} 2x - 2y = -10 \\ -2x - 6y = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} -8y = -16 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 - 3y \end{cases} \quad \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$$

**Ответ:** при  $x = -3$ ;  $y = 2$  наименьшее значение выражения равно 0

**1.60(2)** Наименьшее значение данного выражения равно 0; оно достигается при  $3x - 2y - 7 = 0$ ;  $x - y - 3 = 0$

$$\begin{cases} 3x - 2y - 7 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases} \quad -3 \quad \begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ -3x + 3y = -9 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -2 \\ x = 3 + y \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

**Ответ:** наименьшее значение равно 0; оно достигается при  $x = 1$ ;  $y = -2$ .

## 2. Уравнения и системы уравнений

$$2.1(1) (3-2x)(6x-1) = (2x-3)^2; (3-2x)(6x-1) = (3-2x)^2$$

$$1) 3-2x = 0; -2x = -3; x = 1,5. \quad 2) 6x-1 = 3-2x; 8x = 4; x = \frac{1}{2}$$

**Ответ:** 0,5; 1,5.

$$2.1(2) (5+4x)^2 = (9-21x)(4x+5)$$

$$1) 5+4x = 0; 4x = -5; x = -1,25$$

$$2) 5+4x = 9-21x; 4x+21x = 9-5; 25x = 4; x = \frac{4}{25}; x = 0,16.$$

**Ответ:** -1,25; 0,16.

$$2.2(1) (1-2x)(4x^2+2x+1) = 8(1-x^2)(x+2)$$

$$4x^2+2x+1-8x^3-4x^2-2x = 8(x+2-x^3-2x^2)$$

$$1-8x^3 = -8x^3-16x^2+8x+16; 16x^2-8x-15 = 0;$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+240}}{16} = \frac{4 \pm 16}{16}; x_1 = \frac{5}{4}; x_2 = -\frac{3}{4}.$$

**Ответ:**  $-\frac{3}{4}; \frac{5}{4}$ .

$$2.2(2) 8(x-2)(x^2-1) = (4x^2-2x+1)(2x+1); 8(x^3-2x^2-x+2) = (2x)^3+1^3;$$

$$8x^3-16x^2-8x+16 = 8x^3+1; -16x^2-8x+16-1 = 0; 16x^2+8x-15 = 0;$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+240}}{16} = \frac{-4 \pm 16}{16}; x_1 = -\frac{5}{4}, x_2 = \frac{3}{4}$$

**Ответ:**  $-\frac{5}{4}; \frac{3}{4}$

$$2.3(1) x^3+3x^2-2x-6 = 0; x^2(x+3)-2(x+3) = 0; (x+3)(x^2-2) = 0;$$

$$x+3 = 0; x^2-2 = 0; x^2 = 2; x_1 = -3; x_2 = -\sqrt{2}; x_3 = \sqrt{2}$$

**Ответ:**  $-3; -\sqrt{2}; \sqrt{2}$ .

$$2.3(2) x^3-3x^2-3x+9 = 0; x^2(x-3)-3(x-3) = 0; (x-3)(x^2-3) = 0$$

$$x-3 = 0; x^2-3 = 0; x_1 = 3; x^2 = 3; x_2 = -\sqrt{3}; x_3 = \sqrt{3}$$

**Ответ:**  $3; -\sqrt{3}; \sqrt{3}$ .

$$2.4(1) 2x^3-5x^2-2x+5 = 0; 2x(x^2-1)-5(x^2-1) = 0; (x^2-1)(2x-5) = 0;$$

$$x^2-1 = 0; 2x-5 = 0; x^2 = 1; x_1 = -1; x_2 = 1; x_3 = 2,5$$

**Ответ:**  $-1; 1; 2,5$ .

$$2.4(2) 2x^3-x^2-8x+4 = 0; (2x^3-8x)-(x^2-4) = 0; 2x(x^2-4)-(x^2-4) = 0;$$

$$(x^2-4)(2x-1) = 0; x^2-4 = 0; 2x-1 = 0; x^2 = 4; x_3 = \frac{1}{2}, x_1 = -2; x_2 = 2.$$

**Ответ:**  $-2; 2; \frac{1}{2}$ .

$$2.5(1) 3x^2(2x-1)+x(2x-1)+2(1-2x) = 0; (2x-1)(3x^2+x-2) = 0; 2x-1 = 0;$$

$$x_1 = \frac{1}{2}; 3x^2+2x-2 = 0; x_{2,3} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{6} = \frac{-1 \pm 5}{6}, x_2 = -1; x_3 = \frac{2}{3}$$

**Ответ:**  $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; -1$

$$2.5(2) 2x^2(2x-5)+x(2x-5)+(5-2x) = 0; (2x-5)(2x^2+x-1) = 0; 2x-5 = 0;$$

$$2x^2+x-1 = 0; x_1 = 2,5; x_{2,3} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{-1 \pm 3}{4}; x_2 = -1; x_3 = \frac{1}{2}.$$

**Ответ:**  $-1; 0,5; 2,5$ .

$$2.6(1) x^4+2x^2-8 = 0; x^2 = y; y > 0; y^2+2y-8 = 0$$

$$\begin{cases} y_1 y_2 = -8 \\ y_1 + y_2 = -2 \end{cases} \text{ по теореме, обратной теореме Виета}$$

$$y_1 = -4; y_2 = 2; x^2 = -4(1). \text{ Уравнение (1) не имеет корней.}$$

$$x^2 = 2; x_1 = -\sqrt{2}; x_2 = \sqrt{2}$$

**Ответ:**  $-\sqrt{2}; \sqrt{2}$ .

$$2.6(2) \quad x^4 - 7x^2 + 12 = 0; \quad x^2 = y; \quad y > 0; \quad y^2 - 7y + 12 = 0; \quad \begin{cases} y_1 y_2 = 12 \\ y_1 + y_2 = 7 \end{cases}$$

$$y_1 = 3; y_2 = 4; \quad x^2 = 3; \quad x_1 = \sqrt{3}, \quad x_2 = -\sqrt{3}; \quad x^2 = 4; \quad x = 2; \quad x = -2$$

$$\text{Ответ: } -2; 2; \quad -\sqrt{3}; \sqrt{3}.$$

$$2.7(1) \quad 2x^4 - 19x^2 + 9 = 0; \quad x^2 = y; \quad y > 0; \quad 2y^2 - 19y + 9 = 0;$$

$$y = \frac{19 \pm \sqrt{361 - 72}}{4} = \frac{19 \pm 17}{4}, \quad y_1 = 9; \quad y_2 = \frac{1}{2}$$

$$1) \quad x^2 = 9; \quad x_1 = 3; \quad x_2 = -3. \quad 2) \quad x^2 = \frac{1}{2}; \quad x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Ответ: } -3; 3; \quad -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2.7(2) \quad 3x^4 - 13x^2 + 4 = 0; \quad x^2 = y; \quad y > 0; \quad 3y^2 - 13y + 4 = 0;$$

$$y = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 48}}{6} = \frac{13 \pm 11}{6}; \quad y_1 = 4; \quad y_2 = \frac{1}{3}.$$

$$1) \quad x^2 = 4; \quad x_1 = -2; \quad x_2 = 2. \quad 2) \quad x^2 = \frac{1}{3}; \quad x_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}; \quad x_2 = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Ответ: } -2; 2; \quad \frac{\sqrt{3}}{3}; \quad -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$2.8.(1) \quad \frac{6-x}{3(x^2-4)} - \frac{2}{x-2} = 1; \quad \frac{6-x}{3(x-2)(x+2)} - \frac{2}{x-2} = 1. \quad x \neq \pm 2$$

$$6-x-6(x+2) = 3(x^2-4); \quad 6-x-6x-12-3x^2+12=0;$$

$$3x^2-7x+6=0; \quad 3x^2+7x-6=0;$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49+72}}{6} = \frac{-7 \pm 11}{6}; \quad x_1 = -3; \quad x_2 = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Ответ: } -3; \quad \frac{2}{3}.$$

$$2.8(2) \quad \frac{x+8}{2(x^2-9)} - \frac{2}{x-3} = 1$$

$$1) \quad x^2 - 9 \neq 0; \quad x \neq \pm 3; \quad x+8-4(x+3) = 2x^2-18; \quad x+8-4x-12 = 2x^2-18;$$

$$2x^2+3x-14=0; \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+112}}{4} = \frac{-3 \pm 11}{4}; \quad x_1 = -3,5; \quad x_2 = 2.$$

$$\text{Ответ: } -3,5; 2.$$

$$2.9(1) \frac{x+5}{x-5} + \frac{x}{x+5} = \frac{50}{x^2-25}$$

$$1) x \neq \pm 5$$

$$2) (x+5)^2 + x(x-5) = 50; x^2 + 10x + 25 + x^2 - 5x - 50 = 0; 2x^2 + 5x - 25 = 0;$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 200}}{4} = \frac{-5 \pm 15}{4}; x_1 = -5; x_2 = \frac{5}{2}.$$

Ответ: 2,5.

$$2.9(2) \frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$$

$$1) x \neq \pm 2; x(x-2) + (x+2)^2 = 8; x^2 - 2x + x^2 + 4x + 4 - 8 = 0; 2x^2 + 2x - 4 = 0;$$

$$x^2 + x - 2 = 0; \begin{cases} x_1 x_2 = -2 \\ x_1 + x_2 = -1 \end{cases} x_1 = -2; x_2 = 1.$$

Ответ: 1.

$$2.10(1) \frac{2x}{2x-3} - \frac{3x}{2x+3} = \frac{15-32x^2}{4x^2-9}. 1) x \neq \pm 1,5$$

$$2) 2x(2x+3) - 3x(2x-3) = 15 - 32x^2; 4x^2 + 6x - 6x^2 + 9x = 15 - 32x^2; -2x^2 + 15x + 32x^2 - 15 = 0; 30x^2 + 15x - 15 = 0;$$

$$2x^2 + x - 1 = 0; x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{-1 \pm 3}{4}. x_1 = -1; x_2 = \frac{1}{2}$$

Ответ:  $\frac{1}{2}; -1$ .

$$2.10(2) \frac{2x}{3x-1} - \frac{x}{3x+1} = \frac{9-3x^2}{9x^2-1}. 1) x \neq \pm \frac{1}{3}$$

$$2) 2x(3x+1) - x(3x-1) = 9 - 3x^2; 6x^2 + 2x - 3x^2 + x - 9 + 3x^2 = 0; 6x^2 + 3x - 9 = 0;$$

$$2x^2 + x - 3 = 0; x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4}; x_1 = -1,5; x_2 = 1.$$

Ответ: -1,5; 1.

$$2.11(1) \frac{2}{3x+1} - \frac{x}{1-3x} = \frac{2x}{9x^2-1}$$

$$1) x \neq \pm \frac{1}{3}$$

$$2) 2(3x-1) + x(3x+1) = 2x; 6x - 2 + 3x^2 + x - 2x = 0; 3x^2 + 5x - 2 = 0;$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25+24}}{6} = \frac{-5 \pm 7}{6}; x_1 = -2; x_2 = \frac{1}{3}.$$

Ответ: -2.

$$2.11(2) \frac{6}{1-2x} + \frac{9}{2x+1} = \frac{12x^2-15}{4x^2-1}$$

$$1) x \neq \pm 0,5; \frac{6}{1-2x} + \frac{9}{1+2x} = \frac{15-12x^2}{1-4x^2}; 6(1+2x) + 9(1-2x) = \\ = 15 - 12x^2; 6 + 12x + 9 - 18x = 15 - 12x^2; 12x^2 - 6x = 0; 2x^2 - x = 0; \\ x(2x-1) = 0; x_1 = 0; x_2 = \frac{1}{2}.$$

Ответ: 0.

$$2.12(1) \frac{16}{x(x+1)} - \frac{6}{x(x-1)} = \frac{1}{x}. 1) x \neq 0; \pm 1$$

$$2) 16(x-1) - 6(x+1) = x^2 - 1; 16x - 16 - 6x - 6 = x^2 - 1; x^2 - 10x + 21 = 0;$$

$$\begin{cases} x_1 x_2 = 21 \\ x_1 + x_2 = 10 \end{cases} \quad x_1 = 7; x_2 = 3.$$

Ответ: 7; 3.

$$2.12(2) \frac{3}{x(x+4)} - \frac{15}{x(x-4)} = \frac{4}{x}. 1) x \neq 0; \pm 4$$

$$2) 3(x-4) - 15(x+4) = 4(x^2-16); 3x - 12 - 15x - 60 - 4x^2 + 64 = 0;$$

$$-4x^2 - 12x - 8 = 0; x^2 + 3x + 2 = 0; \begin{cases} x_1 x_2 = 2 \\ x_1 + x_2 = -3 \end{cases} \quad x_1 = -2; x_2 = -1$$

Ответ: -2; -1.

$$2.13(1) \frac{1}{x+6} + \frac{2}{x-2} = \frac{2}{x-6}. 1) x \neq \pm 6; 2$$

$$2) \frac{1}{x+6} - \frac{2}{x-6} = \frac{-2}{x-2}; \frac{x-6-2x-12}{(x+6)(x-6)} = \frac{-2}{x-2}$$

$$(-x-18)(x-2) = -2(x^2-36); -x^2-18x+2x+36 = -2x^2+72; x^2-16x-36 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 x_2 = -36 \\ x_1 + x_2 = 16 \end{cases} \quad x_1 = 18; x_2 = -2$$

Ответ: 18; -2.

$$2.13(2) \frac{7}{x-3} + \frac{1}{x+6} = \frac{5}{x-6}. 1) x \neq \pm 6; 3$$

$$2) \frac{7}{x-3} = \frac{5}{x-6} - \frac{1}{x+6}; \frac{7}{x-3} = \frac{5(x+6) - (x-6)}{x^2-36},$$

$$7(x^2-36) = (x-3)(5x+30-x+6); 7(x^2-36) = (x-3)(4x+36);$$

$$7x^2-252 = -12x+4x^2+36x-108; 3x^2-24x-144 = 0; x^2-8x-48 = 0;$$



$$\begin{cases} x_1 x_2 = -48 \\ x_1 + x_2 = 8 \end{cases} \quad x_1 = 12; x_2 = -4$$

Ответ: 12; -4

$$2.14(1) \quad \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y-2x}{5} = \frac{4}{3} \\ \frac{y}{2} + \frac{5}{6} = \frac{x+y}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} 5x-3y+6x=20 \\ 3y+5=2x+2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 11x-3y=20 \\ 2x-y=5 \end{cases} \Bigg| -3 \quad \begin{cases} 11x-3y=20 \\ -6x+3y=-15 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x=5 \\ y=2x-5 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$$

Ответ: (1; -3).

$$2.14(2) \quad \begin{cases} \frac{3x}{4} - \frac{y-3x}{2} = -6 \\ \frac{y-x}{3} - \frac{1}{6} = \frac{y}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 3x-2y+6x=-24 \\ 2y-2x-1=3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x-2y=-24 \\ -2x-y=1 \end{cases} \Bigg| -2 \quad \begin{cases} 9x-2y=-24 \\ 4x+2y=-2 \end{cases} \quad \begin{cases} 13x=-26 \\ y=-2x-1 \end{cases}, x=-2, y=3$$

Ответ: (-2; 3).

$$2.15(1) \quad \begin{cases} 3(x-y)-2(x+y)=2(x-y) \\ \frac{x+y}{5} - \frac{x-y}{3} = 1 - \frac{y}{15} \end{cases} \quad \begin{cases} (x-y)-2(x+y)=0 \\ 3x+3y-5x+5y=15-y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y-2x-2y=0 \\ -2x+9y=15 \end{cases} \quad \begin{cases} -x-3y=0 \\ -2x+9y=15 \end{cases} \Bigg| -2 \quad \begin{cases} 2x+6y=0 \\ -2x+9y=15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+6y=0 \\ -2x+9y=15 \end{cases} \quad \begin{cases} 15y=15 \\ x=-3y \end{cases} \quad \begin{cases} y=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

Ответ: (-3; 1)

2.15(2)

$$\begin{cases} 5(x+y)-4(x-y)=8y-3x \\ \frac{x-y}{2} - \frac{x+y}{6} = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x+5y-4x+4y-8y+3x=0 \\ 3x-3y-x-y=18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x+y=0 \\ 2x-4y=18 \end{cases} \quad \begin{cases} 16x+4y=0 \\ 2x-4y=18 \end{cases} \quad \begin{cases} 18x=18 \\ y=-4x \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=-4 \end{cases}$$

Ответ: (1; -4)

$$2.16(1) \begin{cases} 4x^2 - y = 2 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases} \begin{matrix} -2 \\ \end{matrix} \begin{cases} -8x^2 + 2y = -4 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases} \begin{cases} -8x^2 + 3x = -5 \\ y = 4x^2 - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x^2 - 3x - 5 = 0 \\ y = 4x^2 - 2 \end{cases}; 8x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 160}}{16} = \frac{3 \pm 13}{16}, x_1 = -\frac{5}{8}; x_2 = 1$$

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{5}{8} \\ y = 4x^2 - 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 1 \\ y = 4x^2 - 2 \end{cases}; \begin{cases} x_1 = -\frac{5}{8} \\ y_1 = -\frac{7}{16} \end{cases}; \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 2 \end{cases}$$

**Ответ:**  $\left(-\frac{5}{8}, -\frac{7}{16}\right); (1; 2)$ .

$$2.16(2) \begin{cases} 4x + 3y = -1 \\ 2x^2 - y = 11 \end{cases} \begin{matrix} -1 \\ 3 \end{matrix} \begin{cases} 4x + 3y = -1 \\ 6x^2 - 3y = 33 \end{cases} \begin{cases} 6x^2 + 4x - 32 = 0 \\ y = 2x^2 - 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 + 2x - 16 = 0 \\ y = 2x^2 - 11 \end{cases}; 3x^2 + 2x - 16 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{3} = \frac{-1 \pm 7}{3}; x_1 = -\frac{8}{3}; x_2 = 2$$

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{8}{3} \\ y = 2x^2 - 11 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 2 \\ y = 2x^2 - 11 \end{cases}; \begin{cases} x_1 = -\frac{8}{3} \\ y_1 = 3\frac{2}{9} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

**Ответ:**  $\left(-2\frac{2}{3}; 3\frac{2}{9}\right); (2; -3)$ .

$$2.17(1) \begin{cases} x - y = 5 \\ x^2 + 2xy - y^2 = -7 \end{cases} \begin{cases} x^2 + 2x(x-5) - (x-5)^2 = -7 \\ y = x - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2x^2 - 10 - x^2 + 10x - 25 = -7 \\ y = x - 5 \end{cases} \begin{cases} 2x^2 = 18 \\ y = x - 5 \end{cases} \begin{cases} x^2 = 9 \\ y = x - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ y = x - 5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -3 \\ y = x - 5 \end{cases}; \begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = -2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -3 \\ y_2 = -8 \end{cases}$$

**Ответ:**  $(3; -2); (-3; -8)$ .

$$2.17(2) \begin{cases} x+y=2 \\ 2x^2+xy+y^2=8 \end{cases} \begin{cases} y=2-x \\ 2x^2+x(2-x)+(2-x)^2=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2-x \\ 2x^2+2x-x^2+4-4x+x^2=8 \end{cases} \begin{cases} y=2-x \\ 2x^2-2x-4=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2-x \\ x^2-x-2=0 \end{cases} \begin{matrix} x_1=2; x_2=-1; \\ \begin{cases} x_1=2 \\ y=2-x \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2=-1 \\ y=2-x \end{cases} \end{matrix}$$

**Ответ:** (2; 0); (-1; 3).

$$2.18(1) \begin{cases} x-y=7 \\ x^2+y^2=9-2xy \end{cases} \begin{cases} x=7+y \\ (7+y)^2+y^2=9-2y(7+y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=7+y \\ 49+14y+y^2+y^2=9-14y-2y^2 \end{cases} \begin{cases} x=7+y \\ 4y^2+28y+40=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=7+y \\ y^2+7y+10=0 \end{cases} (y_1=-2; y_2=-5)$$

$$\begin{cases} x=7+y \\ y_1=-2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=7+y \\ y_2=-5 \end{cases}; \begin{cases} x_1=5 \\ y_1=-2 \end{cases} \begin{cases} x_1=2 \\ y_2=-5 \end{cases}$$

**Ответ:** (5; -2); (2; -5).

$$2.18(2) \begin{cases} x+y=8 \\ x^2+y^2=16+2xy \end{cases} \begin{cases} x=8-y \\ (8-y)^2+y^2=16+2y(8-y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=8-y \\ 64-16y+y^2+y^2=16+16y-2y^2 \end{cases} \begin{cases} x=8-y \\ 4y^2-32y+48=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=8-y \\ y^2-8y+12=0 \end{cases} (y_1=2; y_2=6); \begin{cases} x=8-y \\ y_1=2 \end{cases} \begin{cases} x=8-y \\ y_2=6 \end{cases}$$

**Ответ:** (6; 2); (2; 6).

$$2.19(1) \begin{cases} x^2-xy=12-y^2 \\ x-2y=6 \end{cases} \begin{cases} x=6+2y \\ (6+2y)^2-y(6+2y)=12-y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=6+2y \\ 36+24y+4y^2-6y-2y^2=12-y^2 \end{cases} \begin{cases} x=6+2y \\ 3y^2+18y+24=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=6+2y \\ 3y^2+18y+24=0 \end{cases} \begin{cases} x=6+2y \\ y^2+6y+8=0 \end{cases}; y_1=-2; y_2=-4$$

**Ответ:** (2; -2); (-2; -4).

$$2.19(2) \begin{cases} 3x - y = 10 \\ x^2 - y^2 = 20 - xy \end{cases} \begin{cases} y = 3x - 10 \\ x^2 - (3x - 10)^2 = 20 - x(3x - 10) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x - 10 \\ x^2 - 9x^2 + 60x - 100 = 20 - 3x^2 + 10x \end{cases} \begin{cases} y = 3x - 10 \\ -5x^2 + 50x - 120 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x - 10 \\ x^2 - 10x + 24 = 0 \end{cases} (x_1 = 6; x_2 = 4); \begin{cases} y = 3x - 10 \\ x_1 = 6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = 3x - 10 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

**Ответ:** (6; 8); (4; 2).

$$2.20(1) \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{1}{3}; y \neq 0 \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases} \begin{cases} y = 3x \\ x^2 + (3x)^2 = 50 \end{cases} \begin{cases} y = 3x \\ x^2 + 9x^2 = 50 \end{cases} \begin{cases} y = 3x \\ x^2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x \\ x_1 = -\sqrt{5} \end{cases} \begin{cases} y = 3x \\ x_2 = \sqrt{5} \end{cases}$$

**Ответ:**  $(-\sqrt{5}; -3\sqrt{5}); (\sqrt{5}; 3\sqrt{5})$ .

**2.20(2)**

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \\ x^2 - y^2 = 21 \end{cases} \begin{cases} x = 2y \\ 4y^2 - y^2 = 21 \end{cases} \begin{cases} x = 2y \\ y^2 = 7 \end{cases} \begin{cases} x_1 = 2\sqrt{7} \\ y_1 = \sqrt{7} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = -2\sqrt{7} \\ y_2 = -\sqrt{7} \end{cases}$$

**Ответ:**  $(2\sqrt{7}; \sqrt{7}); (-2\sqrt{7}; -\sqrt{7})$ .

$$2.21(1) \begin{cases} y = 3x^2 - 8x - 2 \\ y = x^2 - 4 \end{cases} \begin{cases} 3x^2 - 8x - 2 = x^2 - 4 \\ y = x^2 - 4 \end{cases} \begin{cases} 2x^2 - 8x + 2 = 0 \\ y = x^2 - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 1 = 0 \\ y = x^2 - 4 \end{cases} \begin{cases} x_1 = 2 + \sqrt{3} \\ y = x^2 - 4 \end{cases} \begin{cases} x_2 = 2 - \sqrt{3} \\ y = x^2 - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 4 \\ x_1 = 2 + \sqrt{3} \end{cases} \begin{cases} y_2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 - 4 \\ x_2 = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

**Ответ:**  $(2 + \sqrt{3}; 3 + 4\sqrt{3}); (2 - \sqrt{3}; 3 - 4\sqrt{3})$ .

$$2.21(2) y = 2x^2 - 6x - 1; y = x^2 - 2x; 2x^2 - 6x - 1 = x^2 - 2x;$$

$$x^2 - 4x - 1 = 0, x = 2 \pm \sqrt{5}.$$

$$1) \begin{cases} x = 2 + \sqrt{5} \\ y = (2 + \sqrt{5})^2 - 2(2 + \sqrt{5}) \end{cases}; \begin{cases} x = 2 + \sqrt{5} \\ y = 4 + 4\sqrt{5} + 5 - 4 - 2\sqrt{5} \end{cases}; \begin{cases} x = 2 + \sqrt{5} \\ y = 5 + 2\sqrt{5} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x = 2 - \sqrt{5} \\ y = (2 - \sqrt{5})^2 - 2(2 - \sqrt{5}) \end{cases}, \begin{cases} x = 2 - \sqrt{5} \\ y = 4 - 4\sqrt{5} + 5 - 4 + 2\sqrt{5} \end{cases}, \begin{cases} x = 2 - \sqrt{5} \\ y = 5 - 2\sqrt{5} \end{cases}$$

**Ответ:**  $(2 + \sqrt{5}, 5 + 2\sqrt{5})$ ;  $(2 - \sqrt{5}, 5 - 2\sqrt{5})$ .

$$2.22(1) x^4 - 25x^2 + 60x - 36 = 0; x^4 - (25x^2 - 60x + 36) = 0, x^4 = (5x - 6)^2;$$

$$x^2 = 5x - 6 \text{ или } x^2 = 6 - 5x;$$

$$1) x^2 - 5x + 6 = 0; x_1 = 2; x_2 = 3; x^2 + 5x - 6 = 0; x_3 = -6; x_4 = 1.$$

**Ответ:** -6; 1; 2; 3.

$$2.22(2) x^4 - 16x^2 - 24x - 9 = 0; x^4 - (16x^2 - 24x + 9) = 0; x^4 - (4x - 3)^2 = 0;$$

$$x^4 = (4x - 3)^2; x^2 = 4x - 3 \text{ или } x^2 = 3 - 4x; x^2 - 4x + 3 = 0; x_1 = 3, x_2 = 1;$$

$$x^2 + 4x - 3 = 0; x_3 = -2 - \sqrt{7}; x_4 = -2 + \sqrt{7}$$

**Ответ:**  $-2 - \sqrt{7}; -2 + \sqrt{7}; 1; 3$

$$2.23(1) x^5 - 9x^3 + 20x = 0; x(x^4 - 9x^2 + 20) = 0; x_1 = 0 \text{ или } x^4 - 9x^2 + 20 = 0;$$

$$x^2 = y > 0; y^2 - 9y + 20 = 0; y_1 = 5; y_2 = 4; x^2 = 5 \text{ или } x^2 = 4$$

$$x_1 = -\sqrt{5}; x_3 = 2; x_2 = \sqrt{5}; x_4 = -2.$$

**Ответ:**  $-\sqrt{5}; -2; 0; 2; \sqrt{5}$ .

$$2.23(2) x^5 - 7x^3 + 12x = 0; x(x^4 - 7x^2 + 12) = 0; x_1 = 0 \text{ или } x^4 - 7x^2 + 12 = 0;$$

$$x^2 = y; y > 0; y^2 - 7y + 12 = 0; y_1 = 3; y_2 = 4; x^4 = 4 \text{ или } x^2 = 3;$$

$$x_1 = -2; x_3 = \sqrt{3}; x_2 = 2; x_4 = -\sqrt{3}$$

**Ответ:**  $0; -2; 2; -\sqrt{3}; \sqrt{3}$ .

$$2.24(1) (x^2 + 4x)(x^2 + 4x - 17) = -60. 1) x^2 + 4x = y$$

$$2) y(y - 17) + 60 = 0; y^2 - 17y + 60 = 0$$

$$y_1 = 12; y_2 = 5 \text{ (по теореме, обратной т. Виета).}$$

$$3) x^2 + 4x = 12 \text{ или } x^2 + 4x = 5; x^2 + 4x - 12 = 0; x^2 + 4x - 5 = 0;$$

$$x_1 = -6; x_2 = 2; x_3 = -5; x_4 = 1$$

**Ответ:** -6; -5; 1; 2.

$$2.24(2) (x^2 - 5x)(x^2 - 5x + 10) + 24 = 0. 1) x^2 - 5x = y$$

$$2) y(y + 10) + 24 = 0; y^2 + 10y + 24 = 0; y_1 = -6; y_2 = -4; x^2 - 5x = -6 \text{ или}$$

$$x^2 - 5x = -4; x^2 - 5x + 6 = 0; x^2 - 5x + 4 = 0; x_1 = 2; x_2 = 3; x_3 = 1; x_4 = 4$$

**Ответ:** 1; 2; 3; 4.

$$2.25(1) \left(\frac{x^2 - 3x}{2} + 3\right)\left(\frac{x^2 - 3x}{2} - 4\right) + 10 = 0; \frac{x^2 - 3x}{2} = y;$$

$$(y + 3)(y - 4) + 10 = 0; y^2 - y - 2 = 0; y_1 = 2; y_2 = -1;$$

$$\frac{x^2 - 3x}{2} = 2 \text{ или } \frac{x^2 - 3x}{2} = -1; x^2 - 3x - 4 = 0; x^2 - 3x + 2 = 0;$$

$$x_1 = 4; x_2 = -1; x_3 = 2; x_4 = 1.$$

**Ответ:** -1; 1; 2; 4.

$$2.25(2) \left(2 - \frac{x^2 + 2x}{3}\right) \left(4 - \frac{x^2 + 2x}{3}\right) = 3; \frac{x^2 + 2x}{3} = y; (2-y)(4-y) = 0;$$

$$y^2 - 6y + 5 = 0; y_1 = 5; y_2 = 1. \frac{x^2 + 2x}{3} = 5 \text{ или } \frac{x^2 + 2x}{3} = 1$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0; x^2 + 2x - 3 = 0; x_1 = -5; x_2 = 3, x_3 = -3, x_4 = 1$$

**Ответ:** -5; -3, 1, 3

$$2.26(1) (x-5)^4 - 3(x-5)^2 - 4 = 0; (x-5)^2 = y; y > 0; y^2 - 3y - 4 = 0; y_1 = 4, y_2 = -1; (x-5)^2 = 4 \text{ или } (x-5)^2 = -1 \text{ (1)}. \text{ Уравнение (1) решений не имеет. } x-5 = 2 \text{ или } x-5 = -2; x_1 = 7; x_2 = 3.$$

**Ответ:** 3; 7.

$$2.26(2) (x+2)^4 + 5(x+2)^2 - 36 = 0; (x+2)^2 = y; y > 0; y^2 + 5y - 36 = 0$$

$$y_1 = -9; y_2 = 4$$

$$1) (x+2)^2 = 4; x+2 = 2 \text{ или } x+2 = -2; x_1 = 0; x_2 = -4.$$

$$2) (x+2)^2 = -9 \text{ (1)}. \text{ Уравнение (1) не имеет корней.}$$

**Ответ:** -4; 0.

$$2.27(1) x + \sqrt{x} - 20 = 0; 1) x > 0$$

$$2) \sqrt{x} = y; y > 0; y^2 + y - 20 = 0; y_1 = -5; y_2 = 4; \sqrt{x} = 4, x = 16$$

**Ответ:** 16

$$2.27(2) x - 6\sqrt{x} - 27 = 0; 1) x > 0$$

$$2) \sqrt{x} = y; y > 0; y^2 - 6y - 27 = 0; y_1 = 9; y_2 = -3; \sqrt{x} = 9; x = 81$$

**Ответ:** 81.

$$2.28(1) x^2 + 2x\sqrt{3} + 14 + 4x = 0; x^2 + 2x(\sqrt{3} + 2) + 14 = 0;$$

$$D = b^2 - 4ac = 4(\sqrt{3} + 2)^2 - 56 = 4(7 + 4\sqrt{3}) - 56 = 16\sqrt{3} - 28;$$

$$(16\sqrt{3})^2 = 768; 28^2 = 784; (16\sqrt{3})^2 < 28^2, \text{ значит } 16\sqrt{3} < 28.$$

$D < 0$ , уравнение не имеет корней.

$$2.28(2) x^2 + 2x\sqrt{5} + 18 + 4x = 0; x^2 + 2x(\sqrt{5} + 2) + 18 = 0;$$

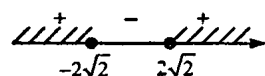
$$D = b^2 - 4ac = 4(\sqrt{5} + 2)^2 - 72 = 4(9 + 4\sqrt{5}) - 72 = 16\sqrt{5} - 36;$$

$$(16\sqrt{5})^2 = 1280; 36^2 = 1296; (16\sqrt{5})^2 < 36^2; 16\sqrt{5} < 36.$$

$D < 0$ , корней нет.

$$2.29(1) x^2 + kx + 2 = 0. \text{ Уравнение имеет корни, если } D \geq 0.$$

$$D = k^2 - 4 \cdot 2 = k^2 - 8 \geq 0, (k - 2\sqrt{2})(k + 2\sqrt{2}) \geq 0.$$

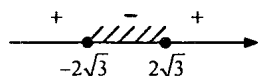


$$|k| \geq 2\sqrt{2}$$

**Ответ:**  $|k| \geq 2\sqrt{2}$ .

2.29(2)  $3x^2+kx+1=0$ . Уравнение не имеет корней, если  $D<0$ ;

$$D = k^2 - 3 \cdot 4 = k^2 - 12; k^2 - 12 < 0; (k - 2\sqrt{3})(k + 2\sqrt{3}) < 0$$

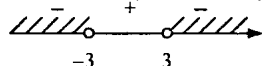


$$|k| < 2\sqrt{3}$$

Ответ:  $|k| < 2\sqrt{3}$ .

2.30(1)  $kx^2 - 6x + k = 0$ . Уравнение имеет 2 корня, если  $D>0$ ;  $k \neq 0$ .

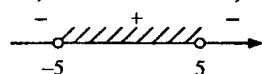
$$D = 36 - 4k^2; 36 - 4k^2 > 0; 9 - k^2 > 0; (3 - k)(3 + k) > 0.$$



Ответ: -2; -1; 1; 2.

2.30(2)  $mx^2 - 5x + \frac{1}{4}m = 0$ . Уравнение имеет 2 корня, если

$$m \neq 0; D > 0. D = 25 - m^2; 25 - m^2 > 0; (5 - m)(5 + m) > 0.$$



Ответ:  $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4$ .

2.31(1)  $x^3 + 6x^2 + mx = 0$ ;  $x(x^2 + 6x + m) = 0$ , откуда  $x = 0$  – корень.

Уравнение имеет 2 корня, если  $D = 0$  в уравнении  $x^2 + 6x + m = 0$ :

$D = 36 - 4m$ ;  $m = 9$ ; при  $m = 9$  получим:  $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 = 0$  и, следовательно,  $x = -3$ .

Ответ: при  $m = 9$ ;  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = -3$ .

2.31(2)  $4x^3 + 4x^2 + kx = 0$ ;  $x(4x^2 + 4x + k) = 0$ ;  $x = 0$ ;  $4x^2 + 4x + k = 0$ .

Уравнение имеет 2 корня, если  $D = 0$  в уравнении  $4x^2 + 4x + k = 0$ :

$D = 16 - 16k = 0$ ,  $k = 1$ . При  $k = 1$  уравнение  $4x^2 + 4x + 1 = 0$  имеет вид  $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2 = 0$ ;  $x = -0,5$ .

Ответ: при  $k = 1$ ;  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = -0,5$ .

2.32(1)  $x^2 - 18x + 100 = c$ ;  $x^2 - 18x + 81 + 19 = c$ ;  $(x - 9)^2 = c - 19$

$(x - 9)^2 \geq 0$ , следовательно,  $c - 19 \geq 0$ ;  $c \geq 19$ .

Ответ: при  $c \geq 19$ .

2.32(2)  $-x^2 + 12x - 21 = c$ ;  $x^2 - 12x + 21 = -c$ ;  $x^2 - 12x + 36 - 15 = -c$

$(x - 6)^2 = 15 - c$ ;  $(x - 6)^2 \geq 0$  при любых значениях  $x$ .

Следовательно,  $15 - c \geq 0$ ;  $c \leq 15$ .

Ответ: при  $c \leq 15$ .

2.33(1)  $\frac{4x+8}{x^2-4} + 2x+5 = 0$ ; 1)  $x \neq \pm 2$ ;  $4x+8+(x^2-4)(2x+5) = 0$ ;

$$4x+8+2x^3-8x+5x^2-20=0; 2x^3+5x^2-4x-12=0; 2x^3+4x^2+x^2-4x-12=0;$$

$$2x^2(x+2)+(x-6)(x+2)=0; (x+2)(2x^2+x-6)=0; x+2=0 \text{ или } 2x^2+x-6=0;$$

$$x_1 = -2; x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{4} = \frac{-1 \pm 7}{4}; x_2 = -2; x_3 = \frac{3}{2}.$$

Ответ: 1,5.

$$2.33(2) \frac{6x-18}{x^2-9} + 2x-7=0; 1) x \neq \pm 3; 6x-18+(x^2-9)(2x-7)=0,$$

$$6x-18+2x^3-18x-7x^2+63=0; 2x^3-7x^2-12x+45=0; 2x^3-6x^2-x^2-12x+45=0,$$

$$2x^2(x-3)-(x^2+12x-45)=0; 2x^2(x-3)-(x+15)(x-3)=0; (x-3)(2x^2-x-15)=0,$$

$$x-3=0; 2x^2-x-15=0; x_1=3; x = \frac{1 \pm \sqrt{1+120}}{4} = \frac{1 \pm 11}{4}; x_2=3; x_3=-2,5$$

Ответ: -2,5.

$$2.34(1) \frac{36}{4-x^2} + 2 = \frac{1-x}{x+2} - \frac{9}{x-2}; 1) x \neq \pm 2$$

$$2) 36+2(4-x^2)=(1-x)(2-x)+9(x+2); 36+8-2x^2=2-2x-x+x^2+9x+18,$$

$$44-2x^2=x^2+6x+20; 3x^2+6x-24=0; x^2+2x-8=0; x_1=-4; x_2=2.$$

Ответ: -4.

$$2.34(2) \frac{3x}{x+3} - \frac{42}{x^2-9} = 1 + \frac{7}{3-x}; 1) x \neq \pm 3$$

$$2) 3x(x-3)-42=x^2-9-7(x+3); 3x^2-9x-42=x^2-9-7x-21;$$

$$3x^2-9x-42=x^2-7x-30; 2x^2-2x-12=0; x^2-x-6=0; x_1=3; x_2=2$$

Ответ: -2.

$$2.35(1) \frac{2-x}{x^2+3x} + \frac{6}{x^2-9} = \frac{1}{x-3}; \frac{2-x}{x(x+3)} + \frac{6}{(x-3)(x+3)} = \frac{1}{x-3},$$

$$1) x \neq 0; \pm 3;$$

$$2) (2-x)(x-3)+6x=x(x+3); -x^2+5x-6+6x=x^2+3x; 2x^2-8x+6=0;$$

$$x^2-4x+3=0; x_1=3; x_2=1.$$

Ответ: 1.

$$2.35(2) \frac{4}{4x^2-1} - \frac{x-1}{2x^2+x} = \frac{2}{2x-1};$$

$$1) x \neq 0; \pm \frac{1}{2}; \frac{4}{(2x-1)(2x+1)} - \frac{x-1}{x(2x+1)} = \frac{2}{2x-1};$$

$$4x-(x-1)(2x-1)=2x(2x+1); 4x-2x^2+3x-1=4x^2+2x; 6x^2-5x+1=0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{12} = \frac{5 \pm 1}{12}; x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{1}{3}.$$

Ответ:  $\frac{1}{3}$ .



$$2.36(1) \frac{2}{x^2+10x+25} - \frac{10}{25-x^2} = \frac{1}{x-5};$$

$$1) x \neq \pm 5; \frac{2}{(x+5)^2} - \frac{10}{(5-x)(5+x)} = \frac{1}{x-5};$$

$$2(5-x)-10(x+5)=-(x+5)^2; 10-2x-10x-50=-x^2-10x-25;$$

$$x^2-2x-15=0; x_1=5; x_2=-3.$$

**Ответ:** -3.

**2.36(2)**

$$\frac{1}{x^2-12x+36} + \frac{12}{36-x^2} = \frac{1}{x+6}; \frac{1}{(x-6)^2} + \frac{12}{(6-x)(6+x)} = \frac{1}{x+6};$$

$$6+x+12(6-x)=(6-x)^2; 6+x+72-12x=36-12x+x^2$$

$$x^2-x-42=0; x_1=7; x_2=-6.$$

**Ответ:** 7.

$$2.37(1) y = x^2 + 3x - 1; y = \frac{3}{x}; x^2 + 3x - 1 = \frac{3}{x}, x \neq 0.$$

$$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0; (x^3 - x) + 3(x^2 - 1) = 0; x(x^2 - 1) + 3(x^2 - 1) = 0;$$

$$(x^2 - 1)(x + 3) = 0; x^2 - 1 = 0; x + 3 = 0;$$

$$\begin{cases} x_1 = -1; & x_2 = 1; & x_3 = -3; \\ y_1 = -3; & y_2 = 3; & y_3 = -1. \end{cases}$$

**Ответ:** (-1; -3); (1; 3); (-3; -1).

$$2.37(2) y = x^2 - x - 4; y = -\frac{4}{x}; x^2 - x - 4 = -\frac{4}{x}, x \neq 0;$$

$$x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0; x^2(x - 1) - 4(x - 1) = 0; (x - 1)(x^2 - 4) = 0;$$

$$\begin{cases} x-1=0 & x-2=0 & x+2=0 \\ y=-\frac{4}{x} & y=-\frac{4}{x} & y=-\frac{4}{x} \end{cases} \begin{cases} x=1 & x=2 & x=-2 \\ y=-4 & y=-2 & y=2 \end{cases}$$

**Ответ:** (1; -4); (2; -2); (-2; 2).

$$2.38(1) \begin{cases} (x-1)(y+4) = 0 \\ y^2 + xy - 2 = 0 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} y^2 + xy - 2 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y + 4 = 0 \\ y^2 + xy - 2 = 0 \end{cases}; \begin{cases} y^2 + y - 2 = 0 \\ x_1 = 1 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} y_2 = -4 \\ 16 - 4x - 2 = 0 \end{cases}; \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = -2 \end{cases}; \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 1 \end{cases}; \begin{cases} x_2 = 3,5 \\ y_2 = -4 \end{cases}$$

**Ответ:** (1; -2); (1; 1); (3,5; -4).

$$2.38(2) \begin{cases} (x+2)(y-1)=0 \\ x^2-xy-12=0 \end{cases}; \begin{cases} x+2=0 \\ x^2-xy-12=0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y=1 \\ x^2-xy-12=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1=-2 \\ 4+2y-12=0 \end{cases}; \begin{cases} y=1 \\ x^2-x-12=0 \end{cases} \begin{cases} x_1=-2 \\ y_1=4 \end{cases}; \begin{cases} x_2=4 \\ y_2=1 \end{cases}; \begin{cases} x_3=-3 \\ y_3=1 \end{cases}$$

Ответ:  $(-2; 4); (4; 1); (-3; 1)$ .

$$2.39(1) \begin{cases} xy=-8 \\ (x-4)(y-2)=-12 \end{cases}, 1) x \neq 0; y \neq 0$$

$$\begin{cases} xy=-8 \\ xy-4y-2x+8=-12 \end{cases}; \begin{cases} -8-4y-2x+8=-12 \\ xy=-8 \end{cases}; \begin{cases} x+2y=6 \\ xy=-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-\frac{8}{y} \\ -\frac{8}{y}+2y-6=0 \end{cases}; \begin{cases} x=-\frac{8}{y} \\ -\frac{4}{y}+y-3=0 \end{cases}; \begin{cases} x=-\frac{8}{y} \\ y^2-3y-4=0 \end{cases}, \begin{cases} y_1=4 \\ x_1=-2 \end{cases}; \begin{cases} y_2=-1 \\ x_2=8 \end{cases}$$

Ответ:  $(-2; 4); (8; -1)$ .

$$2.39(2) \begin{cases} xy=24 \\ (x+1)(y-2)=20 \end{cases}; 1) x \neq 0; y \neq 0; \begin{cases} xy=24 \\ xy+y-2x-2=20 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x=24 \\ 24+y-2x-2=20 \end{cases}; \begin{cases} xy=24 \\ y-2x=-2 \end{cases}; y=\frac{24}{x} (x \neq 0); \begin{cases} \frac{24}{x}-2x+2=0 \\ y=\frac{24}{x} \end{cases}$$

$$(x \neq 0); \begin{cases} -2x^2+2x+24=0 \\ y=\frac{24}{x} \end{cases}; \begin{cases} x^2-x-12=0 \\ y=\frac{24}{x} \end{cases}; \begin{cases} x_1=4 \\ y_1=6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2=-3 \\ y_2=-8 \end{cases}$$

Ответ:  $(4; 6); (-3; -8)$ .

$$2.40(1) \begin{cases} xy=4 \\ y^2-x^2=6 \end{cases}$$

1)  $xy \neq 0 (x \neq 0; y \neq 0)$

$$\begin{cases} y=\frac{4}{x} \\ y^2-x^2=6 \end{cases}; \begin{cases} \frac{16}{x^2}-x^2=6 \\ y=\frac{4}{x} \end{cases}; \begin{cases} 16-x^4-6x^2=0 (x \neq 1) \\ y=\frac{4}{x} \end{cases}$$

$$x^2=a; a>0; a^2+6a-16=0; a_1=-8; a_2=2$$

$$\begin{cases} x^2 = 2 \\ y = \frac{4}{x} \end{cases}; \begin{cases} x_1 = -\sqrt{2} \\ y_1 = -2\sqrt{2} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = \sqrt{2} \\ y_2 = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

**Ответ:**  $(-\sqrt{2}; -2\sqrt{2}); (\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$ .

**2.40(2)**

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 15 \\ xy = 18 \end{cases} \quad 1) x \neq 0; y \neq 0. \quad 2) \begin{cases} x = \frac{18}{y} \\ x^2 - y^2 = 15 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \frac{324}{y^2} - y^2 = 15 \\ x = \frac{18}{y} \end{cases}$$

$$4) y^2 = a; a > 0; \frac{324}{a} - a = 15; -a^2 - 15a + 324 = 0; a^2 + 15a - 324 = 0;$$

$$a = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 1296}}{2} = \frac{-15 \pm 39}{2}; a_1 = -27; a_2 = 12.$$

$$5) \begin{cases} y^2 = 12 \\ x = \frac{18}{y} \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} y_1 = -2\sqrt{3} \\ x_1 = -3\sqrt{3} \end{cases}; \begin{cases} y_2 = 2\sqrt{3} \\ x_2 = 3\sqrt{3} \end{cases}$$

**Ответ:**  $(-3\sqrt{3}; -2\sqrt{3}); (3\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$ .

$$2.41(1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 40 \\ xy = -12 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 40 - 24 \\ xy = -12 \end{cases} \quad \begin{cases} (x+y)^2 = 16 \\ xy = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=4 \\ xy=-12 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+y=-4 \\ xy=-12 \end{cases}; \begin{cases} x=-2 \\ y=6 \end{cases}; \begin{cases} x=6 \\ y=-2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=-6 \\ y=2 \end{cases}; \begin{cases} x=2 \\ y=-6 \end{cases}$$

**Ответ:**  $(6; -2); (-6; 2); (-2; 6); (2; -6)$ .

$$2.41(2) \begin{cases} xy = 8 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 20 + 16 \\ xy = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} (x+y)^2 = 36 \\ xy = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=6 \\ xy=8 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+y=-6 \\ xy=8 \end{cases}$$

**Ответ:**  $(2; 4); (-2; -4); (4; 2); (-4; -2)$ .

$$2.42(1) \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 4 \\ \frac{1}{x} - \frac{3}{y} = 9 \end{cases} \quad 1) x \neq 0; y \neq 0; \quad 2) \frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b;$$

$$3) \begin{cases} 2a+b=4 \\ a-3b=9 \end{cases} \cdot (-2); \begin{cases} 2a+b=4 \\ -2a+6b=-18 \end{cases}, \begin{cases} 7b=-14 \\ a=9-3b \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=-2 \\ a=3 \end{cases}; \begin{cases} \frac{1}{x}=3 \\ \frac{1}{y}=-2 \end{cases}; \begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

**Ответ:**  $(\frac{1}{3}; -\frac{1}{2})$ .

$$2.42(2) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 4 \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 10 \end{cases} \quad 1) x \neq 0; y \neq 0; 2) \frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b;$$

$$\begin{cases} a+4b=4 \\ -2a+b=10 \end{cases} \cdot 2; \begin{cases} 2a+8b=8 \\ -2a+b=10 \end{cases}; \begin{cases} 9b=18 \\ a=4-4b \end{cases}; \begin{cases} b=2 \\ a=-4 \end{cases}; \begin{cases} \frac{1}{x}=-4 \\ \frac{1}{y}=2 \end{cases}; \begin{cases} x=-\frac{1}{4} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$$

**Ответ:**  $(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2})$ .

$$2.43(1) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}; x \neq 0; y \neq 0 \\ xy = -18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{6} \\ xy = -18 \end{cases}; \begin{cases} \frac{x+y}{-18} = \frac{1}{6} \\ xy = -18 \end{cases}; \begin{cases} x+y=-3 \\ xy=-18 \end{cases}; \begin{cases} x_1=-6 \\ y_1=3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2=3 \\ y_2=-6 \end{cases}$$

**Ответ:**  $(-6; 3); (3; -6)$ .

$$2.43(2) \begin{cases} x-y=2 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{2}{3}; x \neq 0; y \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x-y=2 \\ \frac{y-x}{xy} = -\frac{2}{3} \end{cases}; \begin{cases} x-y=2 \\ \frac{x-y}{xy} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{xy} = \frac{2}{3} \\ x-y=2 \end{cases}; \begin{cases} xy=3 \\ x-y=2 \end{cases}; \begin{cases} x_1=3 \\ y_1=1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=-3 \end{cases}$$

**Ответ:**  $(3; 1); (-1; -3)$ .

$$2.44(1) \begin{cases} \frac{6}{x-y} - \frac{8}{x+y} = -2 \\ \frac{9}{x-y} + \frac{10}{x+y} = 8 \end{cases}; x \neq y; x \neq -y$$

$$1) \frac{1}{x-y} = a; \frac{1}{x+y} = b, \begin{cases} 6a-8b = -2 \\ 9a+10b = 8 \end{cases} \begin{vmatrix} 3 \\ -2 \end{vmatrix}; \begin{cases} 18a-24b = -6 \\ -18a-20b = -16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -44b = -22 \\ 6a-8b = -2 \end{cases}; \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ 6a-4 = -2 \end{cases}; \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{1}{x-y} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{x+y} = \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} x-y = 3 \\ x+y = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 2,5 \\ y = -0,5 \end{cases}$$

Ответ: (2,5; -0,5).

$$2.44(2) \begin{cases} \frac{4}{x-y} + \frac{12}{x+y} = 3 \\ \frac{8}{x-y} - \frac{18}{x+y} = -1 \end{cases}; x \neq y; x \neq -y$$

$$1) \frac{1}{x-y} = a; \frac{1}{x+y} = b$$

$$\begin{cases} 4a+12b = 3 \\ 8a-18b = -1 \end{cases} \begin{vmatrix} -2 \\ -1 \end{vmatrix}; \begin{cases} -8a-24b = -6 \\ 8a-18b = -1 \end{cases}; \begin{cases} -42b = -7 \\ 4a+12b = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{1}{6} \\ 4a+2 = 3 \end{cases}; \begin{cases} b = \frac{1}{6} \\ a = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{1}{x-y} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{x+y} = \frac{1}{6} \end{cases}; \begin{cases} x-y = 4 \\ x+y = 6 \end{cases}; \begin{cases} 2x = 10 \\ y = 6-x \end{cases}; \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ответ: (5; 1).

$$2.45(1) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5 \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 13 \end{cases}; x \neq 0; y \neq 0$$

$$1) \frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b; \begin{cases} a+b=5 \\ a^2+b^2=13 \end{cases}, \begin{cases} a+b=5 \\ a^2+b^2+2ab-2ab=13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=5 \\ (a+b)^2-2ab=13 \end{cases}, \begin{cases} a+b=5 \\ 2ab=25-13 \end{cases}, \begin{cases} a+b=5 \\ ab=6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{1}{x}=2 \\ \frac{1}{y}=3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \frac{1}{x}=3 \\ \frac{1}{y}=2 \end{cases}, \begin{cases} x_1=\frac{1}{2} \\ y_1=\frac{1}{3} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2=\frac{1}{3} \\ y_2=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right); \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right).$$

$$2.45(2) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = 12 \end{cases}; x \neq 0; y \neq 0; 1) \frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b \begin{cases} a+b=2 \\ a^2-b^2=12 \end{cases},$$

$$\begin{cases} a+b=2 \\ (a-b)(a+b)=12 \end{cases}; \begin{cases} a+b=2 \\ a-b=6 \end{cases}; \begin{cases} a=4 \\ b=-2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{1}{x}=4 \\ \frac{1}{y}=-2 \end{cases}; \begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}\right).$$

$$2.46(1) \begin{cases} x+y-xy=-14 \\ x+y+xy=2 \end{cases}; 1) x+y=a; xy=b; \begin{cases} a-b=-14 \\ a+b=2 \end{cases}; \begin{cases} a=-6 \\ b=8 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x+y=-6 \\ xy=8 \end{cases}; \begin{cases} x_1=-4 \\ y_1=-2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2=-2 \\ y_2=-4 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (-4; -2); (-2; -4).$$

$$2.46(2) \begin{cases} 2(x+y)-xy=4 \\ 2xy+(x+y)=-18 \end{cases} \begin{cases} x+y=a \\ xy=b \end{cases}; \begin{cases} 2a-b=4 \\ 2b+a=-18 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 2a-b=4 \\ a+2b=-18 \end{cases} \begin{matrix} |2 \\ \end{matrix} \begin{cases} 4a-2b=8 \\ a+2b=-18 \end{cases} \begin{cases} 5a=-10 \\ b=2a-4 \end{cases} \begin{cases} a=-2 \\ b=2a-4 \end{cases};$$

$$\begin{cases} a=-2 \\ b=-8 \end{cases} \begin{cases} x+y=-2 \\ xy=-8 \end{cases}$$

Ответ: (2; -4); (-4; 2).

$$2.47(1) \begin{cases} xy-x^2=-18 \\ xy+x^2=14 \end{cases}; \begin{cases} 2xy=-4 \\ 2x^2=32 \end{cases}; \begin{cases} xy=-2 \\ x^2=16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-4 \\ xy=-2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=4 \\ xy=-2 \end{cases}; \begin{cases} x_1=-4 \\ y_1=\frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} x_2=4 \\ y_2=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

Ответ:  $(-4; \frac{1}{2})$ ;  $(4; -\frac{1}{2})$ .

$$2.47(2) \begin{cases} y^2+xy=3 \\ y^2-xy=5 \end{cases}; \begin{cases} 2y^2=8 \\ 2xy=-2 \end{cases}; \begin{cases} y^2=4 \\ xy=-1 \end{cases}; \begin{cases} y_1=-2 \\ xy=-1 \end{cases}$$

$$\text{или } \begin{cases} y_2=2 \\ xy=-1 \end{cases}; \begin{cases} x_1=\frac{1}{2} \\ y_1=-2 \end{cases}; \begin{cases} y_2=2 \\ x_2=-\frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{Ответ: } \left(\frac{1}{2}; -2\right); \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$$

$$2.48(1) \begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x^4-y^4=15 \end{cases}; \begin{cases} x^2+y^2=5 \\ (x^2+y^2)(x^2-y^2)=15 \end{cases}; \begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x^2-y^2=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2=8 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}; \begin{cases} x^2=4 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}; \begin{cases} x_1=2 \\ y^2=1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2=-2 \\ y^2=1 \end{cases}$$

Ответ: (2; -1); (2; 1); (-2; -1); (-2; 1).

$$2.48(2) \begin{cases} x^4-y^4=5 \\ x^2-y^2=2 \end{cases}; \begin{cases} (x^2-y^2)(x^2+y^2)=5 \\ x^2-y^2=2 \end{cases}; \begin{cases} x^2+y^2=2,5 \\ x^2-y^2=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2=4,5 \\ x^2-y^2=2 \end{cases}; \begin{cases} x^2=\frac{9}{4} \\ y^2=\frac{9}{4}-2 \end{cases}; \begin{cases} x^2=\frac{9}{4} \\ y^2=\frac{1}{4} \end{cases}; \begin{cases} x_1=\frac{3}{2} \\ y^2=\frac{1}{4} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2=-\frac{3}{2} \\ y^2=\frac{1}{4} \end{cases}$$

Ответ:  $(\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$ ;  $(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$ ;  $(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$ ;  $(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$ .

$$2.49(1) \begin{cases} x+y=7 \\ (x^2-y^2)(x-y)=175 \end{cases}; \begin{cases} x+y=7 \\ (x-y)(x+y)(x-y)=175 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=7 \\ (x-y)^2=25 \end{cases}; \begin{cases} x+y=7 \\ x-y=5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+y=7 \\ x-y=-5 \end{cases}; \begin{cases} x_1=6 \\ y_1=1 \end{cases}; \begin{cases} x_2=1 \\ y_2=6 \end{cases}$$

Ответ: (6; 1); (1; 6).

$$2.49(2) \begin{cases} x-y=5 \\ (x+y)(x^2-y^2)=245 \end{cases}; \begin{cases} x-y=5 \\ (x+y)(x-y)(x+y)=245 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y=5 \\ (x+y)^2=49 \end{cases}; \begin{cases} x-y=5 \\ x+y=7 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x-y=5 \\ x+y=-7 \end{cases}; \begin{cases} x_1=6 \\ y_1=1 \end{cases}; \begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=-6 \end{cases}$$

Ответ: (6; 1); (-1; -6).

2.50(1)

$$\begin{cases} 3x-4y=11 \\ 5x+2y=1 \\ x^2+y^2=4 \end{cases} \Bigg| 2; \begin{cases} 3x-4y=11 \\ 10x+4y=2 \\ x^2+y^2=4 \end{cases}; \begin{cases} 3x-4y=11 \\ 13x=13 \\ x^2+y^2=4 \end{cases}; \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$$

$$1^2 + (-2)^2 = 5 \neq 4$$

Ответ: решений нет.

$$2.50(2) \begin{cases} 5x-2y=18 \\ 7x+6y=-10 \\ 2x^2-y=12 \end{cases} \Bigg| 3; \begin{cases} 15x-6y=54 \\ 7x+6y=-10 \\ 2x^2-y=12 \end{cases}; \begin{cases} 7x+6y=-10 \\ 22x=44 \\ 2x^2-y=12 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x=2 \\ 6y=-24 \\ 2x^2-y=12 \end{cases}; \begin{cases} y=-4 \\ x=2 \\ 2x^2-y=12 \end{cases}; 2 \cdot (2^2) - (-4) = 12.$$

Ответ: (2; -4).

$$2.51(1) \begin{cases} 2x+3y=4 \\ x-y=-3 \\ x+2y=p \end{cases} \Bigg| 3; \begin{cases} 2x+3y=4 \\ 3x-3y=-9 \\ x+2y=p \end{cases}; \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ x+2y=p \end{cases}; -1+4=p; p=3.$$

Ответ: при  $p=3$ .

$$2.51(2) \begin{cases} 3x-2y=7 \\ x+y=4 \\ 2x-y=p \end{cases} \Bigg| 2; \begin{cases} 3x-2y=7 \\ 2x+2y=8 \\ 2x-y=p \end{cases}; \begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ 2x-y=p \end{cases}; p=6-1=5.$$

Ответ: при  $p=5$ .



$$2.52(1) \begin{cases} \frac{x+2}{y-1} = 3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}; 1) y \neq 1; \begin{cases} x+2 = 3y-3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}; \begin{cases} x = 3y-5 \\ (3y-5)^2 + y^2 = 5 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = 3y-5 \\ 10y^2 - 30y + 20 = 0 \end{cases}; \begin{cases} x = 3y-5 \\ y^2 - 3y + 2 = 0 \end{cases}; \begin{cases} x_1 = 3y-5 \\ y_1 = 2 \end{cases}$$

или  $\begin{cases} x_2 = 3y-5 \\ y_2 = 1 \end{cases}; \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 2 \end{cases}; \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = 1 \end{cases}$  - не подходит;  $(-2; 1)$  не

является решением системы.

Ответ:  $(1; 2)$ .

$$2.52(2) \begin{cases} \frac{y+3}{x+1} = 2 \\ y^2 - x^2 = 8 \end{cases}; 1) x \neq -1; \begin{cases} y+3 = 2x+2 \\ y^2 - x^2 = 8 \end{cases}; \begin{cases} y = 2x-1 \\ (2x-1)^2 - x^2 = 8 \end{cases},$$

$$\begin{cases} y = 2x-1 \\ 4x^2 - 4x + 1 - x^2 = 8 \end{cases}; \begin{cases} y = 2x-1 \\ 3x^2 - 4x - 7 = 0 \end{cases}; x = \frac{2 \pm \sqrt{4+21}}{3} = \frac{2 \pm 5}{3}.$$

$$\begin{cases} y = 2x-1 \\ x_1 = -1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = 2x-1 \\ x = \frac{7}{3} \end{cases}; x \neq -1 - \text{ по условию. } \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = \frac{11}{3} \end{cases}$$

Ответ:  $(2\frac{1}{3}; 3\frac{2}{3})$ .

$$2.53(1) \begin{cases} 2x+3y = 10 \\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \end{cases}; x \neq 0; y \neq 0. \begin{cases} 2x+3y = 10 \\ x^2 + y^2 - 2xy = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 2x+3y = 10 \\ (x-y)^2 = 0 \end{cases}; \begin{cases} 2x+3y = 10 \\ x = y \end{cases}; \begin{cases} 2x+3x = 10 \\ x = y \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Ответ:  $(2; 2)$ .

$$2.53(2) \begin{cases} 3x-2y = 15 \\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2 = 0 \end{cases}; x \neq 0; y \neq 0; \begin{cases} 3x-2y = 15 \\ x^2 + 2xy + y^2 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 3x-2y = 15 \\ (x+y)^2 = 0 \end{cases}; \begin{cases} 3x-2y = 15 \\ x = -y \end{cases}; \begin{cases} -3y-2y = 15 \\ x = -y \end{cases}; \begin{cases} y = -3 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ответ:  $(3; -3)$ .

$$2.54(1) (2x^2-x+1)^2+6x = 1+9x^2; (2x^2-x+1)^2 = 1-6x+9x^2.$$

$$1) 2x^2-x+1 = 1-3x; 2x^2+2x = 0; x(x+1) = 0; x_1 = 0; x_2 = -1.$$

$$2) 2x^2-x+1 = 3x-1; 2x^2-4x+2 = 0; x^2-2x+1 = 0; (x-1)^2 = 0; x_3 = 1.$$

Ответ: -1; 0; 1.

$$2.54(2) x^2+1 = 2x+(3x^2-x-2)^2; x^2-2x+1 = (3x^2-x-2)^2$$

$$(x-1)^2 = (3x^2-x-2)^2. 1) x-1 = 3x^2-x-2; 3x^2-2x-1 = 0;$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+3}}{3} = \frac{1 \pm 2}{3}; x_1 = 1; x_2 = -\frac{1}{3}.$$

$$2) 1-x = 3x^2-x-2; 3x^2-3 = 0; x^2 = 1; x_3 = -1; x_4 = 1.$$

Ответ: -1;  $-\frac{1}{3}$ ; 1.

$$2.55(1) (x-2)^2(x^2-4x+3) = 12; (x^2-4x+4)(x^2-4x+3) = 12; x^2-4x+3 = y.$$

$$y(y+1)-12 = 0; y^2+y-12 = 0. \begin{cases} y_1 y_2 = -12 \\ y_1 + y_2 = -1 \end{cases}; y_1 = -4; y_2 = 3$$

$$1) x^2-4x+3 = -4; x^2-4x+7 = 0; D < 0. \text{ Корней нет.}$$

$$2) x^2-4x+3 = 3; x^2-4x = 0; x(x-4) = 0; x_1 = 0; x_2 = 4.$$

Ответ: 0; 4.

$$2.55(2) (x^2+6x)^2-2(x+3)^2-17 = 0; (x^2+6x)^2-2(x^2+6x+9)-17 = 0 \text{ пусть } x^2+6x = y; y^2-2(y+9)-17 = 0; y^2-2y-18-17 = 0; y^2-2y-35 = 0$$

$$\begin{cases} y_1 y_2 = -35 \\ y_1 + y_2 = 2 \end{cases}; y_1 = 7; y_2 = -5$$

$$1) x^2+6x = 7; x^2+6x-7 = 0; \begin{cases} x_1 x_2 = -7 \\ x_1 + x_2 = -6 \end{cases}, x_1 = -7; x_2 = 1$$

$$2) x^2+6x = -5; x^2+6x+5 = 0; \begin{cases} x_3 x_4 = 5 \\ x_3 + x_4 = -6 \end{cases}, x_3 = -5; x_4 = -1$$

Ответ: -7; -5; -1; 1.

$$2.56(1) (x^2-7x+13)^2-(x-3)(x-4) = 1; (x^2-7x+13)^2-(x^2-7x+12)-1 = 0, \text{ пусть } x^2-7x+13 = y; y^2-(y-1)-1 = 0; y^2-y = 0; y(y-1) = 0; y_1 = 0; y_2 = 1$$

$$1) x^2-7x+13 = 0; D < 0; \text{ уравнение не имеет корней.}$$

$$2) x^2-7x+13 = 1; x^2-7x+12 = 0. \begin{cases} x_1 x_2 = 12 \\ x_1 + x_2 = 7 \end{cases}, x_1 = 3; x_2 = 4.$$

Ответ: 3; 4.

$$2.56(2) (x^2-5x+7)^2-(x-3)(x-2) = 1$$

$$(x^2-5x+7)^2-(x^2-5x+6)-1 = 0 \text{ пусть } x^2-5x+7 = y$$

$$y^2-(y-1)-1 = 0; y^2-y = 0; y(y-1) = 0; y_1 = 0; y_2 = 1$$

1)  $x^2 - 5x + 7 = 0$ ;  $D < 0$ ; уравнение не имеет корней.

2)  $x^2 - 5x + 7 = 1$ ;  $x^2 - 5x + 6 = 0$ ;  $\begin{cases} x_1 x_2 = 6 \\ x_1 + x_2 = 5 \end{cases}$ ;  $x_1 = 2$ ;  $x_2 = 3$

**Ответ:** 2; 3.

**2.57(1)**  $(x-2)(x-1)(x+2)(x+3) = 60$

$((x-2)(x+3))((x-1)(x+2)) - 60 = 0$

$(x^2+x-6)(x^2+x-2) - 60 = 0$ ; пусть  $x^2+x-2 = y$ ;  $y(y-4) - 60 = 0$

$y^2 - 4y - 60 = 0$ ;  $\begin{cases} y_1 y_2 = -60 \\ y_1 + y_2 = 4 \end{cases}$ ;  $y_1 = 10$ ;  $y_2 = -6$

1)  $x^2+x-12 = 0$ ;  $\begin{cases} x_1 x_2 = -12 \\ x_1 + x_2 = -1 \end{cases}$ ;  $x_1 = -4$ ;  $x_2 = 3$

2)  $x^2+x-2 = -6$ ;  $x^2+x+4 = 0$ ;  $D < 0$ ; уравнение корней не имеет.

**Ответ:** -4; 3.

**2.57(2)**  $x(x+1)(x+2)(x+3) = 120$ ;  $(x(x+3))((x+1)(x+2)) - 120 = 0$

$(x^2+3x)(x^2+3x+2) - 120 = 0$ ; пусть  $x^2+3x = y$ ;  $y(y+2) - 120 = 0$

$y^2 + 2y - 120 = 0$ ;  $\begin{cases} y_1 y_2 = -120 \\ y_1 + y_2 = -2 \end{cases}$ ;  $y_1 = -12$ ;  $y_2 = 10$

1)  $x^2+3x = -12$ ;  $x^2+3x+12 = 0$ ;  $D < 0$ ; уравнение не имеет корней.

2)  $x^2+3x = 10$ ;  $x^2+3x-10 = 0$ ;  $\begin{cases} x_1 x_2 = -10 \\ x_1 + x_2 = -3 \end{cases}$ ;  $x_1 = -5$ ;  $x_2 = 2$ .

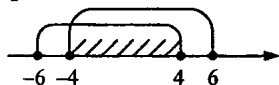
**Ответ:** -5; 2.

**2.58(1)**  $x^2 - 2ax + (a+1)(a-1) = 0$

1)  $x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$

2)  $x = a \pm \sqrt{a^2 - a^2 + 1} = a \pm 1$ ;  $x_1 = a+1$ ;  $x_2 = a-1$

$\begin{cases} -5 \leq a+1 \leq 5 \\ -5 \leq a-1 \leq 5 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} -6 \leq a \leq 4 \\ -4 \leq a \leq 6 \end{cases}$

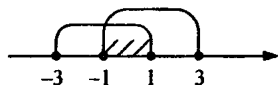


**Ответ:** при  $-4 \leq a \leq 4$ .

**2.58(2)**  $x^2 - 2(p+1)x + p(p+2) = 0$ ;  $x = p+1 \pm \sqrt{p^2 + 2p + 1 - p^2 - 2p}$ ;

$x = p+1 \pm 1$ .  $x_1 = p+2$ ;  $x_2 = p$

$\begin{cases} -1 \leq p+2 \leq 3 \\ -1 \leq p \leq 3 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} -3 \leq p \leq 1 \\ -1 \leq p \leq 3 \end{cases}$



**Ответ:** при  $-1 \leq p \leq 1$ .

$$2.59(1) x^2 - (a+1)x + 2a^2 = 0$$

1)  $\frac{1}{2}$  будет находиться между корнями  $x_1$  и  $x_2$ , если  $f\left(\frac{1}{2}\right) < 0$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - (a+1)\frac{1}{2} + 2a^2; \frac{1}{4} - (a+1)\frac{1}{2} + 2a^2 < 0;$$

$$1 - 2(a+1) + 8a^2 < 0; 8a^2 - 2(a+1) + 1 < 0; 8a^2 - 2a - 2 + 1 < 0$$

$$8a^2 - 2a - 1 < 0; 8a^2 - 2a - 1 = 0, \text{ тогда } a = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{8} = \frac{1 \pm 3}{8};$$

$$a_1 = \frac{1}{2}; a_2 = -\frac{1}{4}; 8a^2 - 2a - 1 < 0 \text{ при } -\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}.$$

$$2.59(2) y = x^2 + (a+1)x - a^2; x_1 < 1 < x_2$$

1) 1 будет находиться между корнями  $x_1$  и  $x_2$ , если  $f(1) < 0$ .

$f(1) = 1 + a + 1 - a^2 = -a^2 + a + 2; -a^2 + a + 2 < 0; a^2 - a - 2 > 0; a^2 - a - 2 = 0;$   
тогда  $a_1 = 2; a_2 = -1$  и  $a^2 - a - 2 > 0$  при  $a < -1$  и  $a > 2$ .

Ответ:  $a < -1; a > 2$ .

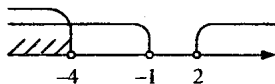
$$2.60(1) x^2 + 2(b+1)x + 9 = 0$$

$$1) x_1 > 0; x_2 > 0; D > 0; D = 4(b+1)^2 - 36 > 0; (b+1)^2 - 9 > 0;$$

$$(b+1)^2 > 9; b+1 > 3 \text{ или } b+1 < -3; b > 2 \text{ или } b < -4.$$

$$1) \begin{cases} b < -4 \\ 2(b+1) < 0 \end{cases}; \begin{cases} b < -4 \\ b < -1 \end{cases}; b < -4.$$

$$2) \begin{cases} b > 2 \\ 2(b+1) < 0 \end{cases} \text{ решений нет.}$$



Ответ: при  $b < -4$ .

2.60(2)  $x^2 - 4x + (4 - k^2) = 0$ . 1) Уравнение имеет различные корни, если  $D > 0$ . Т.к. корни разных знаков, то  $4 - k^2 < 0$ .

$$2) D = 16 - 4(4 - k^2) > 0; 16 - 16 + 4k^2 > 0; k^2 > 0.$$

Дискриминант этого уравнения положителен при любом  $k$ .

3)  $k_1 > 0; k_2 < 0; 4 - k^2 < 0; k^2 > 4; k < -2; k > 2$ . При  $k < -2$  или  $k > 2$  корни будут иметь разные знаки.

Ответ:  $k < -2; k > 2$ .

$$2.61(1) x^2 + (2-m)x - m - 3 = 0. \text{ По теореме, обратной теореме Виета:}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (m-2)^2 - 2(-m-3) =$$

$$= m^2 - 4m + 4 + 2m + 6 = m^2 - 2m + 10 = m^2 - 2m + 1 + 9 = (m-1)^2 + 9$$

Наименьшее значение трехчлен  $m^2 - 2m + 10$  достигает при  $m = 1$ .

Ответ:  $m = 1$ .

**2.61(2)**  $x^2+2mx+m-1=0$ . По теореме, обратной теореме Виета:

$$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=4m^2-2(m-1)=4m^2-2m+2=$$

$$=4(m^2-\frac{m}{2}+(\frac{1}{4})^2-(\frac{1}{4})^2+\frac{1}{2})=4((m-\frac{1}{4})^2+\frac{7}{16})$$

Трехчлен  $4m^2-2m+2$

достигает минимального значения при  $m=\frac{1}{4}$       Ответ:  $m=\frac{1}{4}$ .

**2.62(1)**  $(x^2+2x+2)(x^2-4x+5)=1$ ;  $(x^2+2x+1+1)(x^2-4x+4+1)=1$ :

$((x+1)^2+1)((x-2)^2+1)=1$ . Наименьшее значение трехчлена  $x^2+2x+2$  равно 1 и достигается при  $x=-1$ .

Наименьшее значение трехчлена  $x^2-4x+5$  равно 1 при  $x=2$ .

Поэтому данное уравнение не имеет корней.

**2.62(2)**  $(x^2-2x+3)(x^2-6x+10)=2$ ;  $(x^2-2x+1+2)(x^2-6x+9+1)=2$ ;

$((x-1)^2+2)((x-3)^2+1)=2$ . Наименьшее значение трехчлена  $x^2-2x+3$  равно 2 при  $x=1$ . Наименьшее значение трехчлена  $x^2-6x+10$  равно 1 при  $x=3$ . Поэтому уравнение не имеет корней.

**2.63(1) 1.**  $(2x^2-4x+3)(x^2-2x+2)=1$

$(2(x^2-2x+1)+1)((x^2-2x+1)+1)=1$ ;  $(2(x-1)^2+1)((x-1)^2+1)=1$ .

Наименьшее значение трехчлена  $2x^2-4x+3$  равно 1 при  $x=1$ .

Наименьшее значение трехчлена  $x^2-2x+2$  равно 1 при  $x=1$ .

Следовательно, 1 является корнем уравнения.

При  $x \neq 1$  значения обоих трехчленов будут больше 1. следовательно, других корней уравнение не имеет.

**2.63(2)**  $(x^2-4x+5)(2x^2-8x+9)=1$ ;  $(x^2-4x+4+1)(2(x^2-4x+4)+1)=1$ ;

$((x-2)^2+1)(2(x-2)^2+1)=1$ .

Наименьшее значение трехчлена  $x^2-4x+5$  равно 1 при  $x=2$ . Наименьшее значение трехчлена  $2x^2-8x+9$  равно 1 при  $x=2$ . 2 – корень уравнения. Других корней нет.

**2.64(1)**  $\frac{x^2+x-5}{x} + \frac{3x}{x^2+x-5} + 4 = 0$ ; пусть  $\frac{x^2+x-5}{x} = y$ ;

$x \neq 0$ ;  $x^2+x-5 \neq 0$

1)  $y + \frac{3}{y} + 4 = 0$ ;  $\frac{y^2+4y+3}{y} = 0$ ;  $\begin{cases} y^2+4y+3=0 \\ y \neq 0 \end{cases} \begin{cases} y_1 y_2 = 3 \\ y_1 + y_2 = -4 \end{cases}$

$y_1 = -3$ ;  $y_2 = -1$

2)  $\frac{x^2+x-5}{x} = -3$ ;  $\begin{cases} x^2+x-5+3x=0 \\ x \neq 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x^2+4x-5=0 \\ x \neq 0 \end{cases}$

$x_1 = -5$ ;  $x_2 = 1$

$$3) \frac{x^2 + x - 5}{x} = -1; \frac{x^2 + x - 5 + x}{x} = 0; \begin{cases} x^2 + 2x - 5 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \quad x = -1 \pm \sqrt{6}$$

Ответ:  $-5; -1 - \sqrt{6}; -1 + \sqrt{6}; 1$ .

$$2.64(2) \frac{x^2 - 14}{x} - \frac{10x}{x^2 - 14} = 3, \quad x \neq 0; \quad x^2 - 14 \neq 0$$

$$1) \frac{x^2 - 14}{x} = y; \quad y - \frac{10}{y} - 3 = 0; \quad y \neq 0; \quad y^2 - 3y - 10 = 0; \quad y_1 = 5; \quad y_2 = -2$$

$$2) \frac{x^2 - 14}{x} = 5; \quad x^2 - 5x - 14 = 0; \quad x_1 = 7; \quad x_2 = -2$$

$$3) \frac{x^2 - 14}{x} = -2; \quad x^2 + 2x - 14 = 0, \quad x_3 = -1 + \sqrt{15}; \quad x_4 = -1 - \sqrt{15}.$$

Ответ:  $-2; 7; -1 + \sqrt{15}; -1 - \sqrt{15}$

$$2.65(1) \left( \frac{x^2 + 12}{9 - x^2} \right)^2 - \left( \frac{7x}{x^2 - 9} \right)^2 = 0$$

$$\left( \frac{x^2 + 12}{9 - x^2} \right)^2 - \left( \frac{7x}{9 - x^2} \right)^2 = 0; \quad x \neq \pm 3; \quad \left( \frac{x^2 + 12}{9 - x^2} \right)^2 = \left( \frac{7x}{9 - x^2} \right)^2$$

$$1) \frac{x^2 + 12}{9 - x^2} = \frac{7x}{9 - x^2}; \quad \begin{cases} x^2 + 12 = 7x \\ 9 - x^2 \neq 0 \end{cases}, \quad x^2 - 7x + 12 = 0; \quad x_1 = 3; \quad x_2 = 4$$

3 не является корнем данного уравнения;  $x = 4$ .

$$2) \frac{x^2 + 12}{9 - x^2} = \frac{-7x}{9 - x^2}; \quad x^2 + 12 = -7x, \quad 9 - x^2 \neq 0. \quad \begin{cases} x^2 + 7x + 12 = 0 \\ 9 - x^2 \neq 0 \end{cases}$$

$x_2 = -3; x_3 = -4; -3$  не является корнем уравнения;  $x = -4$ .

Ответ:  $-4; 4$ .

$$2.65(2) \left( \frac{x^2 + 10}{4 - x^2} \right)^2 - \left( \frac{7x}{x^2 - 4} \right)^2 = 0; \quad \left( \frac{x^2 + 10}{4 - x^2} \right)^2 = \left( \frac{7x}{4 - x^2} \right)^2; \quad x \neq \pm 2$$

$$1) \frac{x^2 + 10}{4 - x^2} = \frac{7x}{4 - x^2}; \quad \begin{cases} x^2 - 7x + 10 = 0 \\ 4 - x^2 \neq 0 \end{cases}$$

$x_1 = 2; x_2 = 5; 2$  не является корнем уравнения.

$$2) \frac{x^2 + 10}{4 - x^2} = -\frac{7x}{4 - x^2}; \quad \begin{cases} x^2 + 10 + 7x = 0 \\ 4 - x^2 \neq 0 \end{cases}$$

$x_3 = -2; x_4 = -5; -2$  не является корнем уравнения. Ответ:  $-5; 5$ .

$$2.66(1) \frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}; x \neq 0; -1; -2.$$

$$\frac{1}{x^2+2x} - \frac{1}{x^2+2x+1} = \frac{1}{12}; x^2+2x=y$$

$$1) \frac{1}{y} - \frac{1}{y+1} = \frac{1}{12}; \begin{cases} 12(y+1) - 12y - y(y+1) = 0 \\ y(y+1) \neq 0 \end{cases}; y \neq 0; y \neq -1$$

$$12y+12-12y-y^2-y=0; -y^2-y+12=0; y^2+y-12=0; y_1=-4; y_2=3$$

$$2) x^2+2x=-4; x^2+2x+4=0; D<0; \text{уравнение не имеет корней}$$

$$3) x^2+2x=3; x^2+2x-3=0; x_1=-3; x_2=1.$$

**Ответ:** -3; 1.

$$2.66(2) \frac{1}{(x-2)^2} - \frac{1}{x(x-4)} = \frac{4}{3}; x \neq 0; 4; 2$$

$$\frac{1}{x^2-4x+4} - \frac{1}{x^2-4x} = \frac{4}{3}; x^2-4x=y$$

$$1) \frac{1}{y+4} - \frac{1}{y} = \frac{4}{3}; \begin{cases} 3y-3(y+4)-4y(y+4)=0 \\ y(y+4) \neq 0 \end{cases}$$

$$3y-3y-12-4y^2-16y=0; -4y^2-16y-12=0; y^2+4y+3=0; y_1=-3; y_2=-1$$

$$2) x^2-4x=-3; x^2-4x+3=0; x_1=3; x_2=1.$$

$$3) x^2-4x=-1; x^2-4x+1=0; x_{3,4}=2 \pm \sqrt{3}.$$

**Ответ:** 1; 3;  $2 \pm \sqrt{3}$ .

$$2.67(1) \left(x - \frac{2x}{x+2}\right)^2 + \frac{4x^2}{x+2} = 5; \left(\frac{x^2+2x-2x}{x+2}\right)^2 + \frac{4x^2}{x+2} = 5$$

$$\left(\frac{x^2}{x+2}\right)^2 + \frac{4x^2}{x+2} = 5; x \neq -2$$

$$1) \frac{x^2}{x+2} = y; y^2+4y-5=0; y_1=-5; y_2=1.$$

$$2) \frac{x^2}{x+2} = 1; \begin{cases} x^2-x-2=0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases}; x_1=2; x_2=-1.$$

$$3) \frac{x^2}{x+2} = -5; \begin{cases} x^2+5x+10=0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases}; x \neq -2.$$

Уравнение  $x^2+5x+10=0$  не имеет корней, т.к.  $D<0$ . **Ответ:** -1; 2.

$$2.67(2) \left(x + \frac{3x}{x-3}\right)^2 = 4 - \frac{3x^2}{x-3}; \left(\frac{x^2-3x+3x}{x-3}\right)^2 = 4 - \frac{3x^2}{x-3};$$

$$\left(\frac{x^2}{x-3}\right)^2 - 4 + \frac{3x^2}{x-3} = 0; x \neq 3. 1) \frac{x^2}{x-3} = y; y^2 + 3y - 4 = 0; y_1 = -4; y_2 = 1.$$

$$2) \frac{x^2}{x-3} = -4; \begin{cases} x-3 \neq 0 \\ x^2 + 4x - 12 = 0 \end{cases}; x_1 = -6; x_2 = 2.$$

$$3) \frac{x^2}{x-3} = 1; \begin{cases} x^2 - x + 3 = 0 \quad (1) \\ x-3 \neq 0 \end{cases}$$

Уравнение (1) корней не имеет, т.к.  $D < 0$ .

**Ответ:**  $-6; 2$ .

$$2.68(1) 7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 9; x \neq 0.$$

$$1) x + \frac{1}{x} = y; x^2 + 2x \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = y^2. x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2.$$

$$2) 7y - 2(y^2 - 2) = 9; 7y - 2y^2 + 4 - 9 = 0; -2y^2 + 7y - 5 = 0; 2y^2 - 7y + 5 = 0;$$

$$y = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{4} = \frac{7 \pm 3}{4}; y_1 = \frac{5}{2}; y_2 = 1.$$

$$3) x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}; \begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}; x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4};$$

$$x_1 = 2; x_2 = 0,5.$$

$$4) x + \frac{1}{x} = 1; x^2 - x + 1 = 0 \quad (1); D < 0. \text{ Уравнение (1) не имеет корней.}$$

**Ответ:**  $0,5; 2$ .

$$2.68(2) 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 11\left(x - \frac{1}{x}\right) + 8 = 0; x \neq 0$$

$$1) x - \frac{1}{x} = y; x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 + 2; 2(y^2 + 2) - 11y + 8 = 0; 2y^2 + 4 - 11y + 8 = 0;$$

$$2y^2 - 11y + 12 = 0; y = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 96}}{4} = \frac{11 \pm 5}{4}; y_1 = 4; y_2 = 1,5.$$

$$2) x - \frac{1}{x} = 4; \begin{cases} x^2 - 4x - 1 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}; x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{5}.$$

$$3) x - \frac{1}{x} = 1,5; \begin{cases} x^2 - 1,5x - 1 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}; 2x^2 - 3x - 2 = 0;$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4}; x_3 = 2; x_4 = -\frac{1}{2}.$$

**Ответ:**  $-\frac{1}{2}; 2; 2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}.$



$$2.69(1) \frac{12}{(x+1)(x+5)} + \frac{15}{(x+2)(x+4)} - 2 = 0$$

$$\frac{12}{x^2+6x+5} + \frac{15}{x^2+6x+8} - 2 = 0; x \neq -1; -5; -2; -4$$

$$1) x^2+6x+5 = y; \frac{12}{y} + \frac{15}{y+3} - 2 = 0, \begin{cases} 12(y+3)+15y-2y(y+3) = 0 \\ y(y+3) \neq 0 \end{cases}$$

$$12y+36+15y-2y^2-6y = 0; -2y^2+21y+36 = 0; 2y^2-21y-36 = 0;$$

$$y = \frac{21 \pm \sqrt{441+288}}{4} = \frac{21 \pm 27}{4}; y_1 = 12; y_2 = -\frac{3}{2}.$$

$$2) x^2+6x+5 = 12; x^2+6x-7 = 0; x_1 = -7; x_2 = 1.$$

$$3) x^2+6x+5 = -1,5; x^2+6x+6,5 = 0; 2x^2+12x+13 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36-26}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{10}}{2}. \text{ Ответ: } -7; 1; \frac{-6-\sqrt{10}}{2}; \frac{-6+\sqrt{10}}{2}$$

$$2.69(2) \frac{1}{(x+1)(x+3)} + \frac{9}{(x-1)(x+5)} = -1$$

$$\frac{1}{x^2+4x+3} + \frac{9}{x^2+4x-5} = -1; x \neq -1; -3; 1; -5$$

$$1) x^2+4x+3 = y; \frac{1}{y} + \frac{9}{y-8} + 1 = 0; \begin{cases} y-8+9y+y(y-8) = 0 \\ y(y-8) \neq 0 \end{cases}$$

$$y-8+9y+y^2-8y = 0; y^2+2y-8 = 0; y_1 = -4; y_2 = 2.$$

$$2) x^2+4x+3 = -4; x^2+4x+7 = 0 \quad (1). \text{ Уравнение (1) не имеет корней,}$$

т.к.  $D < 0$ .

$$3) x^2+4x+3 = 2; x^2+4x+1 = 0; x = -2 \pm \sqrt{3}.$$

$$\text{Ответ: } -2 + \sqrt{3}; -2 - \sqrt{3}.$$

$$2.70(1) \begin{cases} x^4 + y^4 = 82 \\ xy = 3 \end{cases}; 1) x \neq 0, y \neq 0$$

$$2) \begin{cases} x^4 + y^4 = 82 \\ x = \frac{3}{y} \end{cases} \begin{cases} \frac{81}{y^4} + y^4 = 82 \\ y^4 = a, a > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{81}{a} + a = 82 \\ a = y^4 \end{cases} \begin{cases} a^2 - 82a + 81 = 0 \\ a = y^4 \end{cases}; \begin{cases} a_1 = 81 \\ a = y^4 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a_2 = 1 \\ a = y^4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 = -3 \\ x_1 = -1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_2 = 3 \\ x_2 = 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_3 = 1 \\ x_3 = 3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y_4 = -1 \\ x_4 = 3 \end{cases}$$

**Ответ:**  $(-1; -3); (1; 3); (3; 1); (-3; -1)$ .

$$2.70(2) \begin{cases} x^4 + y^4 = 32 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases} \begin{cases} (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 = 32 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases} \begin{cases} 64 - 2x^2y^2 = 32 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2y^2 = 16 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases} \begin{cases} xy = -4 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} xy = 4 \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} xy = -4 \\ (x+y)^2 - 2xy = 8 \end{cases} \begin{cases} xy = -4 \\ (x+y)^2 = 0 \end{cases} \begin{cases} xy = -4 \\ x = -y \end{cases} \begin{cases} y^2 = 4 \\ x = -y \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} xy = 4 \\ (x+y)^2 - 2xy = 8 \end{cases} \begin{cases} xy = 4 \\ (x+y)^2 = 16 \end{cases} \begin{cases} xy = 4 \\ x+y = 4 \end{cases} \begin{cases} xy = 4 \\ x+y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -2 \\ y_1 = 2 \end{cases} \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = -2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_3 = 2 \\ y_3 = 2 \end{cases} \begin{cases} x_4 = -2 \\ y_4 = -2 \end{cases}$$

**Ответ:**  $(-2; 2); (2; -2); (-2; -2); (2; 2)$ .

$$2.71(1) \begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 7 \\ x + y + xy = 5 \end{cases} \begin{cases} (x+y)^2 - xy = 7 \\ x + y + xy = 5 \end{cases} \quad x+y = a; xy = b$$

$$\begin{cases} a^2 - b = 7 \\ a + b = 5 \end{cases} \begin{cases} a^2 + a - 12 = 0 \\ b = 5 - a \end{cases}; \begin{cases} a_1 = -4 \\ b = 5 - a \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a_2 = 3 \\ b = 5 - a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = -4 \\ b_1 = 9 \end{cases} \begin{cases} a_2 = 3 \\ b_2 = 2 \end{cases}; \begin{cases} x + y = -4 \\ xy = 9 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases}$$

Составим квадратные уравнения с предполагаемыми корнями  $x$  и  $y$ :  $c^2 + 4c + 9 = 0$  (1);  $t^2 - 3t + 2 = 0$  (2). Уравнение (1) не имеет корней, т.к. его  $D < 0$ ; уравнение (2) имеет 2 корня  $t_1 = 2, t_2 = 1$ .

$$\text{Получаем: } \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 1 \end{cases} \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 2 \end{cases}$$

**Ответ:**  $(2; 1); (1; 2)$ .

$$2.71(2) \begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 3 \\ x + y - xy = 1 \end{cases} \begin{cases} (x+y)^2 - 3xy = 3 \\ x + y - xy = 1 \end{cases} \quad x+y = a; xy = b$$

$$\begin{cases} a^2 - 3b = 3 \\ a - b = 1 \end{cases} \begin{cases} a^2 - 3b = 3 \\ -3a + 3b = -3 \end{cases} \begin{cases} a^2 - 3a = 0 \\ b = a - 1 \end{cases} \begin{cases} a(a-3) = 0 \\ b = a - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ b_1 = -1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases} \cdot 1) \begin{cases} x + y = 0 \\ xy = -1 \end{cases} \begin{cases} x = -y \\ -y^2 = -1 \end{cases} \begin{cases} x = \mp 1 \\ y = \pm 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 3 - y \\ (3 - y)y = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 3 - y \\ y^2 - 3y + 2 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

**Ответ:** (1; -1); (-1; 1); (1; 2); (2; 1).

**2.72(1)**

$$\begin{cases} x^2 + \frac{1}{2}x - 5y = 8 \\ y^2 + x + 2x^2 = 40 \end{cases} \cdot -2 \begin{cases} -2x^2 - x + 10y = -16 \\ y^2 + x + 2x^2 = 40 \end{cases} \begin{cases} y^2 + 10y - 24 = 0 \\ y^2 + x + 2x^2 = 40 \end{cases}$$

$$y_1 = 2; y_2 = -12$$

$$1) \begin{cases} y_1 = 2 \\ 4 + x + 2x^2 - 40 = 0 \end{cases} \begin{cases} y_1 = 2 \\ 2x^2 + x - 36 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 = 2 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 288}}{4} = \frac{-1 \pm 17}{4} \end{cases}; \begin{cases} y_1 = 2 \\ x_1 = 4 \end{cases} \begin{cases} y_2 = 2 \\ x_2 = -4,5 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} y_3 = -12 \\ 144 + x + 2x^2 - 40 = 0 \end{cases} \begin{cases} 2x^2 + x + 104 = 0 \text{ (I)} \\ y_3 = -12 \end{cases}$$

$D < 0$ ; уравнение I не имеет корней.

**Ответ:** (4; 2); (-4,5; 2).

$$2.72(2) \begin{cases} x^2 - y + 2y^2 = 29 \\ y^2 - 0,5y + x = 15 \end{cases} \cdot -2 \begin{cases} x^2 - y + 2y^2 = 29 \\ -2y^2 + y - 2x = -30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 = 0 \\ x^2 - y + 2y^2 = 29 \end{cases}; \begin{cases} (x-1)^2 = 0 \\ x^2 - y + 2y^2 - 29 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ 2y^2 - y - 28 = 0 \end{cases}$$

$$x = 1; y = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 224}}{4} = \frac{1 \pm 15}{4}; \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 4 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -3,5 \end{cases}$$

**Ответ:** (1; 4); (1; -3,5).

$$2.73(1) \begin{cases} (x-1)(2y+1) = 0 \\ 2y^2 + x - y = 7 \end{cases}; \begin{cases} x-1 = 0 \\ 2y^2 + x - y = 7 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 2y+1 = 0 \\ 2y^2 + x - y = 7 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x = 1, \\ 2y^2 - y - 6 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{4} = \frac{1 \pm 7}{4}, \\ x = 1; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 2; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 1, \\ y_2 = -1,5; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y = -\frac{1}{2}, \\ 0,5 + x + 0,5 = 7; \end{cases} \begin{cases} x_3 = 5, \\ y_3 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Ответ: (1; 2); (1; -1,5); (6; -0,5).

$$2.73(2) \begin{cases} (2x-1)(y+2) = 0 \\ x^2 - 4x + y = -5 \end{cases}; \begin{cases} 2x-1=0 \\ x^2 - 4x + y = -5 \end{cases}; \text{или} \begin{cases} y+2=0 \\ x^2 - 4x + y = -5 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x = 0,5, \\ 0,25 - 2 + y = -5; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 0,5, \\ y_1 = -3,25; \end{cases} 2) \begin{cases} y = -2, \\ x^2 - 4x + 3 = 0; \end{cases} \begin{cases} x_2 = 3, \\ y_2 = -2; \end{cases} \begin{cases} x_3 = 1, \\ y_3 = -2. \end{cases}$$

Ответ: (0,5; -3,25); (3; -2); (1; -2).

$$2.74(1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x + y = b; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x = b - y; \end{cases}$$

$$(b-y)^2 + y^2 - 9 = 0; b^2 - 2by + y^2 + y^2 - 9 = 0; 2y^2 - 2by + b^2 - 9 = 0 \text{ (I)}.$$

Уравнение (I) имеет единственное решение, если

$$D = 4b^2 - 8(b^2 - 9) = 0. b^2 - 2(b^2 - 9) = 0; b^2 - 2b^2 + 18 = 0; b^2 = 18; b = \pm 3\sqrt{2}$$

Ответ: при  $b = \pm 3\sqrt{2}$ .

$$2.74(2) \begin{cases} y = p - x, \\ 4y = x^2; \end{cases} \begin{cases} 4(p-x) = x^2, \\ y = p - x; \end{cases} x^2 + 4x - 4p = 0 \text{ (I)}.$$

Уравнение (I) не имеет решений, если  $D = 4^2 - 4(-4p) < 0$ ;

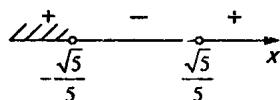
$$16 + 16p < 0; 1 + p < 0; p < -1.$$

Ответ: при  $p < -1$ .

$$2.75(1) \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ 2x + y = 1; \end{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ y = 1 - 2x; \end{cases} \begin{cases} x^2 + (1 - 2x)^2 = a^2, \\ y = 1 - 2x; \end{cases}$$

1)  $x^2 + 1 - 4x + 4x^2 - a^2 = 0, 5x^2 - 4x + 1 - a^2 = 0$  (I). Уравнение (I) имеет 2 решения, если  $16 - 20(1 - a^2) > 0; 4 - 5(1 - a^2) > 0$ ,

$$4 - 5 + 5a^2 > 0, 5a^2 - 1 > 0, a^2 - \frac{1}{5} > 0, \left(a - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)\left(a + \frac{1}{\sqrt{5}}\right) > 0; a < 0.$$



Ответ:  $a < -\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

$$2.75(2) \begin{cases} 2x - y = 2, \\ x^2 + y^2 = a^2; \end{cases} \begin{cases} y = 2x - 2, \\ x^2 + (2x - 2)^2 = a^2; \end{cases}$$

$$1) x^2 + (2x - 2)^2 - a^2 = 0, x^2 + 4x^2 - 8x + 4 - a^2 = 0, 5x^2 - 8x + 4 - a^2 = 0 \text{ (I)}$$

Уравнение (I) имеет 2 решения, если  $64 - 20(4 - a^2) > 0$ ,

$$16 \cdot 5(4 - a^2) > 0; 16 > 5(4 - a^2), -a^2 + 4 < 3,2; a^2 > \frac{4}{5}, (a - \frac{2}{\sqrt{5}})(a + \frac{2}{\sqrt{5}}) > 0$$

$$\begin{array}{c} + \quad \quad - \quad \quad + \\ \hline \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \quad \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad x \end{array} \quad a > \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{Ответ: } a > \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

$$2.76(1) \quad \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{7}{4} + \frac{y}{12} = 1 \\ \frac{y}{5} + \frac{x}{10} + \frac{z}{3} = 1 \end{cases} \begin{matrix} 12 \\ 30 \end{matrix}; \quad \begin{cases} 4x + y - 3z = 12 \\ 3z + 6y + 10z = 30 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

Сложим почленно (1) и (2);  $7x + 7y + 7z = 42$ ;  $x + y + z = 6$ .

Ответ:  $x + y + z = 6$ .

2.76(2)

$$\begin{cases} \frac{y}{6} - \frac{x}{12} - \frac{z}{4} = 5 \\ \frac{z}{3} + \frac{y}{8} + \frac{x}{4} = 10 \end{cases} \begin{matrix} 12 \\ 24 \end{matrix}; \quad \begin{cases} 2y - x - 3z = 60 \\ 8z + 3y + 6x = 240 \end{cases}; \quad \begin{cases} -x + 2y - 3z = 60 \\ 6x + 3y + 8z = 240 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

Сложим почленно (1) и (2);  $5x + 5y + 5z = 300$ ;  $x + y + z = 60$ .

Ответ:  $x + y + z = 60$ .

$$2.77(1) \quad \begin{cases} a + b + c = 2 \\ b + c + d = 0 \\ a + b + d = 1 \\ a + c + d = 3 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \end{matrix}$$

Сложим почленно все уравнения системы  $3a + 3b + 3c + 3d = 6$

$a + b + c + d = 2$  (5). Сравнивая (1) и (5); (2) и (5); (3) и (5); (4) и (5),

получим  $a = 2$ ;  $b = -1$ ;  $c = 1$ ;  $d = 0$ .

Ответ:  $a = 2$ ;  $b = -1$ ;  $c = 1$ ;  $d = 0$ .

$$2.77(2) \quad \begin{cases} a + b + c + 2d = 1 \\ a + b + 2c + d = 3 \\ a + 2b + c + d = 5 \\ 2a + b + c + d = 6 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \end{matrix}$$

Сложим почленно все уравнения системы;  $5a + 5b + 5c + 5d = 15$

$a + b + c + d = 3$  (5). Сравнивая (1) и (5); (2) и (5); (3) и (5); (4) и (5),

получим  $a = 3$ ;  $b = 2$ ;  $c = 0$ ;  $d = -2$ . (То есть (1)  $\underbrace{a + b + c + d}_3 + d = 1$ )

Ответ:  $a = 3$ ;  $b = 2$ ;  $c = 0$ ;  $d = -2$ .

$$2.78(1) \begin{cases} 5(x+y)+2xy=-19 \\ x+3xy+y=-35 \end{cases} \text{ пусть } \begin{cases} x+y=a \\ xy=b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5a+2b=-19 \\ a+3b=-35 \end{cases} \begin{cases} -5 \\ -5 \end{cases}; \begin{cases} 5a+2b=-19 \\ -5a-15b=175 \end{cases}; \begin{cases} -13b=156 \\ a+3b=-35 \end{cases}; \begin{cases} b=-12 \\ a+3b=-35 \end{cases};$$

$$\begin{cases} b=-12 \\ a-36=-35 \end{cases}; \begin{cases} a=1 \\ b=-12 \end{cases}; \begin{cases} x+y=1 \\ xy=-12 \end{cases}; \begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases}; \begin{cases} x=-3 \\ y=4 \end{cases}$$

Ответ: (4; -3); (-3; 4).

$$2.78(2) \begin{cases} 4(x-y)-3xy=-14 \\ 7x+4xy-7y=31 \end{cases}; \begin{cases} 4(x-y)-3xy=-14 \\ 7(x-y)+4xy=31 \end{cases}; \begin{cases} x-y=a, \\ xy=b. \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} 4a-3b=-14 \\ 7a+4b=31 \end{cases} \begin{cases} 4 \\ 3 \end{cases}; \begin{cases} 16a-12b=-56 \\ 21a+12b=93 \end{cases}; \begin{cases} 37a=37 \\ 7a+4b=31 \end{cases}; \begin{cases} a=1 \\ b=6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x-y=1 \\ xy=6 \end{cases} \begin{cases} x=1+y \\ y(1+y)=6 \end{cases} \cdot y^2+y-6=0; y_1+y_2=-1; y_1y_2=-6.$$

$$y_1=-3; y_2=2. \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}; \begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}.$$

Ответ: (3; 2); (-2; -3).

### 3. Неравенства

$$3.1(1) \frac{2x-7}{6} + \frac{7x-2}{3} \leq 3 - \frac{1-x}{2}; 2x-7+2(7x-2) \leq 18-3(1-x);$$

$$2x-7+14x-4 \leq 18-3+3x; 16x-11 \leq 15+3x; 13x \leq 26; x \leq 2.$$

Ответ:  $x \leq 2$ .

3.1(2)

$$\frac{4x+13}{10} - \frac{5+2x}{4} \geq \frac{6-7x}{20} - 1 \quad 2(4x+13) - 5(5+2x) \geq 6-7x-20;$$

$$8x+26-25-10x \geq -14-7x; -2x+1 \geq -14-7x; 5x \geq -15; x \geq -3.$$

Ответ:  $x \geq -3$ .

$$3.2(1) \frac{16-3a}{3} - \frac{3a+7}{4} < 0; 4(16-3a) - 3(3a+7) < 0; 64-12a-9a-21 < 0;$$

$$-21a < -43, a > \frac{43}{21}; a > 2\frac{1}{21}.$$

Ответ: 3.

$$3.2(2) \frac{11-2x}{5} + \frac{3-2x}{2} > 0; 2(11-2x) + 5(3-2x) > 0; 22-4x+15-10x > 0;$$

$$-14x > -37; x < \frac{37}{14}; x < 2\frac{9}{14}.$$

Ответ:  $x = 2$ .

$$3.3(1) \quad a + \frac{8-11a}{12} > \frac{1+a}{4} - \frac{5-a}{3}; \quad 12a+8-11a > 21+3a-20+4a;$$

$$a+8 > 7a+1; \quad a-7a > 1-8; \quad -6a > -7; \quad a < \frac{7}{6}; \quad a < 1\frac{1}{6}.$$

Ответ:  $a = 1$ .

$$3.3(2) \quad \frac{13x-1}{15} - \frac{2x-1}{5} < x - \frac{x-2}{3}; \quad 13x-1-3(2x-1) < 15x-5x+10;$$

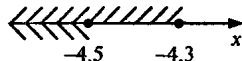
$$13x-1-6x+3 < 10x+10; \quad 7x+2 < 10x+10; \quad -3x < 8; \quad x > -\frac{8}{3}; \quad x > -2\frac{2}{3}$$

Ответ:  $x = -1; x = -2$ .

$$3.4(1) \quad \begin{cases} \frac{3}{5} - \frac{2-4x}{3} \leq \frac{2x-3}{2}, \\ \frac{2x-27}{2} \geq 4x; \end{cases} \quad \begin{cases} 18-10(2-4x) \leq 15(2x-3), \\ 2x-27 \geq 8x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 18-20+40x \leq 30x-45, \\ 2x-8x \geq 27; \end{cases} \quad \begin{cases} 10x \leq -45-18+20, \\ -6x \geq 27; \end{cases} \quad \begin{cases} 10x \leq -43, \\ -2x \geq 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -4,3, \\ x \leq -4,5. \end{cases}$$

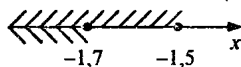


Ответ:  $x \leq -4,5$ .

3.4(2)

$$\begin{cases} \frac{1+2x}{4} \leq \frac{5+4x}{10} - \frac{2}{5}, \\ 2x \geq \frac{14x+17}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} 5(1+2x) \leq 2(5+4x)-8, \\ 4x \geq 14x+17; \end{cases} \quad \begin{cases} 5+10x \leq 10+8x-8, \\ 4x-14x \geq 17; \end{cases}$$

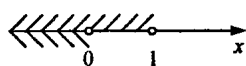
$$\begin{cases} 2x \leq -3, \\ -10x \geq 17; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq -1,5, \\ x \leq -1,7. \end{cases}$$



Ответ:  $x \leq -1,7$ .

$$3.5(1) \quad \begin{cases} 1 - \frac{1-x}{2} < 4 - \frac{5+4x}{3}, \\ 2 - \frac{x+8}{4} > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 6-3(1-x) < 24-2(5+4x), \\ 8-x-8 > 0; \end{cases}$$

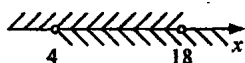
$$\begin{cases} 6-3+3x < 24-10-8x, \\ -x > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 11x < 14-3, \\ x < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 1, \\ x < 0. \end{cases}$$



Ответ:  $x < 0$ .

$$3.5(2) \begin{cases} 2 - \frac{3+2x}{3} > 1 - \frac{x+6}{2}, \\ 3 + \frac{x}{4} < x; \end{cases} \begin{cases} 12 - 2(3+2x) > 6 - 3(x+6), \\ 12 + x < 4x; \end{cases}$$

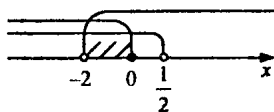
$$\begin{cases} 12 - 6 - 4x > 6 - 3x - 18, \\ x - 4x < -12; \end{cases} \begin{cases} -x > -18, \\ -3x < -12; \end{cases} \begin{cases} x < 18, \\ x > 4. \end{cases}$$



$$4 < x < 18$$

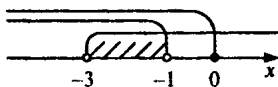
Ответ:  $4 < x < 18$ .

$$3.6(1) \begin{cases} 3x - 4 < x - 3 \\ 5x \leq 0 \\ \frac{x}{2} > -1 \end{cases} \begin{cases} 2x < 1 \\ x \leq 0 \\ x > -2 \end{cases} \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x \leq 0 \\ x > -2 \end{cases}$$



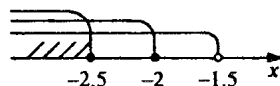
Ответ:  $-2 < x \leq 0$ .

$$3.6(2) \begin{cases} 3x \leq 0 \\ \frac{x}{3} > -1 \\ -4x > 1 - 3x \end{cases} \begin{cases} x \leq 0 \\ x > -3 \\ -x > 1 \end{cases} \begin{cases} x \leq 0 \\ x > -3 \\ x < -1 \end{cases}$$



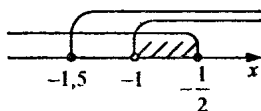
Ответ:  $-3 < x < -1$ .

$$3.7(1) \begin{cases} 3x \leq x - 5 \\ 4x + 6 < 0 \\ x + 1 \geq 3x + 5 \end{cases} \begin{cases} 2x \leq -5 \\ 4x < -6 \\ -2x \geq 4 \end{cases} \begin{cases} x \leq -2,5 \\ x < -1,5 \\ x \leq -2 \end{cases}$$



Ответ:  $x \leq -2,5$ .

$$3.7(2) \begin{cases} x \geq 3x + 1 \\ 6x + 1 \geq 4x - 2 \\ 5x + 5 > 0 \end{cases} \begin{cases} -2x \geq 1 \\ 2x \geq -3 \\ 5x > -5 \end{cases} \begin{cases} x \leq -\frac{1}{2} \\ x \geq -\frac{3}{2} \\ x > -1 \end{cases}$$

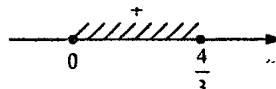


Ответ:  $-1 < x \leq -\frac{1}{2}$ .



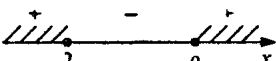


## 3.11(1)

$$x - \frac{3}{4}x^2 \geq 0; x\left(1 - \frac{3}{4}x\right) \geq 0; x_1 = 0; x_2 = \frac{4}{3}.$$


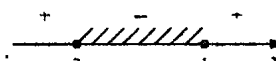
Ответ:  $0 \leq x \leq \frac{4}{3}$ .

## 3.11(2)

$$\frac{1}{2}x^2 + x \geq 0; x\left(\frac{1}{2}x + 1\right) \geq 0; x_1 = 0; x_2 = -2.$$


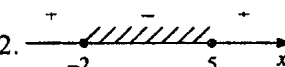
Ответ:  $x \leq -2; x \geq 0$ .

## 3.12(1)

$$3 - 2x - x^2 \geq 0; x^2 + 2x - 3 \leq 0; x_1 = -3; x_2 = 1.$$


Ответ:  $-3 \leq x \leq 1$ .

## 3.12(2)

$$10 + 3x - x^2 \geq 0; x^2 - 3x - 10 \leq 0; x_1 = 5; x_2 = -2.$$


Ответ:  $-2 \leq x \leq 5$ .

$$3.13(1) \sqrt{101} + \sqrt{102} > 0; \sqrt{99} + \sqrt{104} > 0$$

$$(\sqrt{101} + \sqrt{102})^2 = 101 + 102 + 2\sqrt{101 \cdot 102} = 203 + 2\sqrt{101 \cdot 102}$$

$$(\sqrt{99} + \sqrt{104})^2 = 99 + 104 + 2\sqrt{99 \cdot 104} = 203 + 2\sqrt{99 \cdot 104} =$$

$$= 203 + 2\sqrt{(101-2)(102+2)}; \text{ далее } (101-2)(102+2) = 101 \cdot 102 -$$

$$-204 + 202 - 4 = 101 \cdot 102 - 6, \text{ значит } \sqrt{101 \cdot 102} > \sqrt{101 \cdot 102 - 6},$$

$$\text{т.е. } \sqrt{101 \cdot 102} > \sqrt{99 \cdot 104}; (\sqrt{101} + \sqrt{102})^2 > (\sqrt{99} + \sqrt{104})^2;$$

$$\sqrt{101} + \sqrt{102} > \sqrt{99} + \sqrt{104} \text{ (см. условие).}$$

Ответ:  $\sqrt{101} + \sqrt{102} > \sqrt{99} + \sqrt{104}$

$$3.13(2) \sqrt{99} + \sqrt{108} > 0; \sqrt{103} + \sqrt{104} > 0$$

$$(\sqrt{99} + \sqrt{108})^2 = 99 + 108 + 2\sqrt{99 \cdot 108} = 207 + 2\sqrt{99 \cdot 108}$$

$$(\sqrt{103} + \sqrt{104})^2 = 103 + 104 + 2\sqrt{103 \cdot 104} = 207 + 2\sqrt{(99+4)(108-4)};$$

$$\sqrt{(99+4)(108-4)} = \sqrt{99 \cdot 108 + 20};$$

далее  $\sqrt{99 \cdot 108} < \sqrt{99 \cdot 108 + 20}$ , т.е.  $\sqrt{99 \cdot 108} < \sqrt{103 \cdot 104}$   
и  $(\sqrt{99} + \sqrt{108})^2 < (\sqrt{103} + \sqrt{104})^2$  отсюда  $\sqrt{99} + \sqrt{108} < \sqrt{103} + \sqrt{104}$   
(см условие).

**Ответ:**  $\sqrt{99} + \sqrt{108} < \sqrt{103} + \sqrt{104}$

**3.14(1)** 1)  $3 + \sqrt{5} > 0$ ;  $\sqrt{8} + \sqrt{6} > 0$

$$(3 + \sqrt{5})^2 = 9 + 5 + 6\sqrt{5} = 14 + \sqrt{36 \cdot 5} = 14 + \sqrt{180}$$

$$(\sqrt{8} + \sqrt{6})^2 = 8 + 6 + 2\sqrt{48} = 14 + \sqrt{4 \cdot 48} = 14 + \sqrt{192}; \sqrt{192} > \sqrt{180}$$

**Ответ:**  $3 + \sqrt{5} < \sqrt{8} + \sqrt{6}$

**3.14(2)**

$$\sqrt{5} + \sqrt{6} > 0; 2 + \sqrt{7} > 0; (\sqrt{5} + \sqrt{6})^2 = 11 + 2\sqrt{30} = 11 + \sqrt{120}$$

$$(2 + \sqrt{7})^2 = 11 + 4\sqrt{7} = 11 + \sqrt{112}; \sqrt{120} > \sqrt{112}.$$

**Ответ:**  $\sqrt{5} + \sqrt{6} > 2 + \sqrt{7}$

**3.15(1)** Сравните числа  $\sqrt{37} + \sqrt{35}$  и 12.

$$1) \sqrt{37} + \sqrt{35} > 0; (\sqrt{37} + \sqrt{35})^2 = 72 + 2\sqrt{37 \cdot 35} = 72 + 2\sqrt{1295};$$

$$12^2 = 144 = 72 + 72 = 72 + 2 \cdot 36.$$

$$2) \text{ Надо сравнить } \sqrt{1295} \text{ и } 36; 36 = \sqrt{1296}; \sqrt{1295} < \sqrt{1296}.$$

Следовательно,  $12 > \sqrt{37} + \sqrt{35}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{37} + \sqrt{35} < 12$ .

**3.15(2)** Сравните числа  $\sqrt{15} + \sqrt{17}$  и 8.

$$1) \sqrt{15} + \sqrt{17} > 0; (\sqrt{15} + \sqrt{17})^2 = 32 + 2\sqrt{15 \cdot 17} = 32 + 2\sqrt{255}$$

$$2) 8^2 = 64 = 32 + 2 \cdot 16 = 32 + 2\sqrt{256}$$

$$8^2 > 32 + 2\sqrt{255} \text{ Следовательно, } \sqrt{15} + \sqrt{17} < 8.$$

**Ответ:**  $\sqrt{15} + \sqrt{17} < 8$ .

**3.16(1)**  $3x + 2y = 6$ ;  $|x| \leq 8$

$$1) -8 \leq x \leq 8; 3x = 6 - 2y; x = 2 - \frac{2}{3}y;$$

$$2) -8 \leq 2 - \frac{2}{3}y \leq 8; -10 \leq -\frac{2}{3}y \leq 6; -9 \leq y \leq 15.$$

**Ответ:**  $-9 \leq y \leq 15$ .

$$3.16(2) \quad 4a+3b=8; |b| \leq 12; 1) -12 \leq b \leq 12, 3b=8-4a; b=\frac{8}{3}-\frac{4}{3}a$$

$$2) -12 \leq \frac{8}{3}-\frac{4}{3}a \leq 12; -36 \leq 8-4a \leq 36; -44 \leq -4a \leq 28; -7 \leq a \leq 11$$

**Ответ:**  $-7 \leq a \leq 11$ .

$$3.17(1) \quad \left( \frac{\sqrt{15} + \sqrt{17}}{8} - 1 \right) (4x - 13) < 0 \quad (I)$$

$$1) \text{ Сравним } \frac{\sqrt{15} + \sqrt{17}}{8} \text{ с } 1; \sqrt{15} + \sqrt{17} > 0$$

$$\left( \frac{\sqrt{15} + \sqrt{17}}{8} \right)^2 = \frac{32 + 2\sqrt{15 \cdot 17}}{64} = \frac{1}{2} + \frac{1}{32} \sqrt{15 \cdot 17};$$

$$\sqrt{15 \cdot 17} = \sqrt{255} < \sqrt{256}; \sqrt{256} = 16; \frac{\sqrt{15 \cdot 17}}{32} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{15} + \sqrt{17}}{8} < 1, \text{ т.е. } \frac{\sqrt{15} + \sqrt{17}}{8} - 1 < 0.$$

2) Неравенство (I) равносильно неравенству  $4x - 13 > 0$ .

$$x > \frac{13}{4}; x > 3\frac{1}{4}.$$

**Ответ:**  $x > 3\frac{1}{4}$

$$3.17(2) \quad \left( \frac{\sqrt{35} + \sqrt{37}}{6} - 2 \right) (10 + 3x) < 0 \quad (I)$$

$$1) \text{ Сравним } \frac{\sqrt{35} + \sqrt{37}}{6} \text{ с } 2; \sqrt{35} + \sqrt{37} > 0;$$

$$\left( \frac{\sqrt{35} + \sqrt{37}}{6} \right)^2 = \frac{72 + 2\sqrt{35 \cdot 37}}{36} = 2 + \frac{1}{18} \sqrt{35 \cdot 37};$$

$$\sqrt{35 \cdot 37} = \sqrt{1295}; \sqrt{1295} < \sqrt{1296}; \sqrt{1296} = 36; \frac{1}{18} \sqrt{35 \cdot 37} < 2$$

$$2 + \frac{1}{18} \sqrt{35 \cdot 37} < 4, \text{ т.е. } \frac{\sqrt{35} + \sqrt{37}}{6} - 2 < 0$$

2) Неравенство (I) равносильно неравенству  $10 + 3x > 0$

$$x > -\frac{10}{3}; x > -3\frac{1}{3}$$

**Ответ:**  $x > -3\frac{1}{3}$ .

$$3.18(1) \quad 3\sqrt{11}(6-3x) > 10(6-3x); (6-3x)(3\sqrt{11}-10) > 0 \quad (I)$$

Сравним  $3\sqrt{11}$  и 10:  $(3\sqrt{11})^2$  и  $10^2$ ;  $9 \cdot 11 < 100$ ;  $3\sqrt{11} < 10$ ;

$3\sqrt{11}-10 < 0$ . Неравенство (I) равносильно неравенству

$$6-3x < 0; -3x < -6; x > 2$$

Ответ:  $x > 2$ .

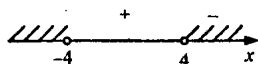
$$3.18(2) \quad 9(6+2x) < 4\sqrt{5}(6+2x); (6+2x)(9-4\sqrt{5}) < 0 \quad (I)$$

Сравним 9 и  $4\sqrt{5}$ ;  $9^2$  и  $(4\sqrt{5})^2$ ;  $9^2 > 16 \cdot 5$ ;  $9-4\sqrt{5} > 0$ .

Неравенство (I) равносильно неравенству  $6+2x < 0$ ;  $2x < -6$ ;  $x < -3$ .

Ответ:  $x < -3$ .

$$3.19(1) \quad \left(\frac{3}{2} - \sqrt{3}\right)(16-x^2) > 0 \quad (I)$$



$$1) \quad \sqrt{3} \approx 1,7; 1,5 - \sqrt{3} < 0$$

2) Неравенство (I) равносильно неравенству  $16-x^2 < 0$ ;  $(4-x)(4+x) < 0$ .

Ответ:  $x < -4$ ;  $x > 4$ .

$$3.19(2) \quad (\sqrt{6} - 2,5)(9-x^2) > 0 \quad (I)$$

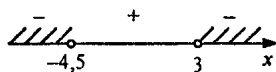


$$1) \quad 2,5^2 = 6,25; \sqrt{6} < 2,5; \sqrt{6} - 2,5 < 0.$$

2) Неравенство (I) равносильно неравенству  $9-x^2 < 0$ ;  $(3-x)(3+x) < 0$

Ответ:  $x < -3$ ;  $x > 3$ .

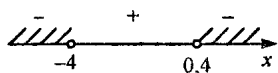
$$3.20(1) \quad \frac{-6}{(3-x)(9+2x)} > 0 \quad (I)$$



Неравенство (I) равносильно неравенству  $(3-x)(9+2x) < 0$ .

Ответ:  $x < -4,5$ ;  $x > 3$ .

$$3.20(2) \quad \frac{15}{(4+x)(2-5x)} < 0 \quad (I)$$



Неравенство (I) равносильно неравенству  $(4+x)(2-5x) < 0$

Ответ:  $x < -4$ ;  $x > 0,4$ .

$$3.21(1) \quad x^2 - x + 1 > 0 \text{ при любом значении } x, \text{ т.к. } D < 0: (-1)^2 - 4 \cdot 1 =$$

$$= 1 - 4 < 0. \frac{5}{x^2 - x + 1} > 0 \text{ при любых значениях } x.$$

3.21(2) 1)  $x^2 - x + 2 > 0$  при любых значениях  $x$ , т.к.  $D < 0$ :  $(-1)^2 - 4 \cdot 2 = 1 - 8 < 0$ .  $\frac{8}{x^2 - x + 2} > 0$  при любых значениях  $x$

3.22(1)  $4x - x^2 \leq 3$ ;  $-x^2 + 4x - 3 \leq 0$ ,  $x^2 - 4x + 3 \geq 0$ ;  $x^2 - 4x + 3 = 0$ ;  $x_1 = 3$ ;  $x_2 = 1$ ,  
 Ответ:  $0 < x \leq 1$ ;  $x \geq 3$ .

3.22(2) 1)  $x^2 + 3x \geq -2$ ,  $x^2 + 3x + 2 \geq 0$ ,  $x^2 + 3x + 2 = 0$ ;  $x_1 = -2$ ;  $x_2 = -1$   
 Ответ:  $x \leq -2$ ;  $-1 \leq x < 0$ .

3.23(1)  $\begin{cases} 18 - x\sqrt{3} \geq 0 \\ 20 - x\sqrt{5} \leq 0 \end{cases} \begin{cases} -x\sqrt{3} \geq -18 \\ -x\sqrt{5} \leq -20 \end{cases} \begin{cases} x \leq \frac{18}{\sqrt{3}} \\ x \geq \frac{20}{\sqrt{5}} \end{cases} \begin{cases} x \leq 6\sqrt{3} \\ x \geq 4\sqrt{5} \end{cases}$

$\sqrt{3} \approx 1,7$ ;  $\sqrt{5} \approx 2,2$ ,  $\begin{cases} x \leq 10,2 \\ x \geq 8,8 \end{cases}$ ;  $8,8 \leq x \leq 10,2$ .

Ответ: 9; 10.

3.23(2)  $\begin{cases} 12 - x\sqrt{3} \leq 0 \\ x\sqrt{2} - 10 \leq 0 \end{cases} \begin{cases} x\sqrt{3} \geq 12 \\ x\sqrt{2} \leq 10 \end{cases}$

$\sqrt{3} \approx 1,7$ ;  $\sqrt{2} \approx 1,4$ ;

$\begin{cases} x \geq 4\sqrt{3} \\ x \leq 5\sqrt{2} \end{cases} \begin{cases} x \geq 6,8 \\ x \leq 7,0 \end{cases}$ ;  $6,8 \leq x \leq 7$

Ответ: 7.

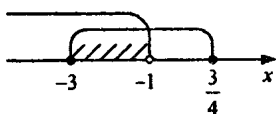
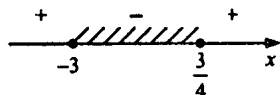
3.24(1)  $\begin{cases} 4x^2 + 9x - 9 \leq 0 \\ \frac{x+1}{2} < 0 \end{cases}$

1)  $4x^2 + 9x - 9 = 0$ ;

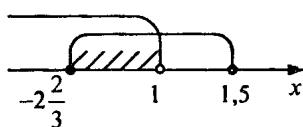
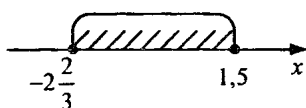
$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 144}}{8} = \frac{-9 \pm 15}{8}$ ;  $x_1 = -3$ ;  $x_2 = \frac{3}{4}$ .

2)  $\frac{x+1}{2} < 0$ ;  $x < -1$ ;  $\begin{cases} -3 \leq x \leq \frac{3}{4} \text{ (I)} \\ x < -1 \end{cases}$

Ответ:  $-3$ ;  $-2$ .



$$3.24(2) \begin{cases} 6x^2 + 7x - 24 \leq 0 \\ \frac{1-x}{2} > 0 \end{cases}$$



$$1) 6x^2 + 7x - 24 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 576}}{12} = \frac{-7 \pm 25}{12};$$

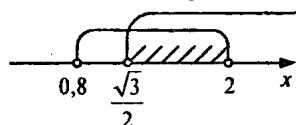
$$x_1 = \frac{3}{2}; x_2 = -\frac{32}{12} = -2\frac{2}{3}.$$

$$3) 1-x > 0; x < 1$$

Ответ:  $-2; -1; 0$ .

$$3.25(1) \begin{cases} 5x^2 - 14x + 8 < 0 \\ 2x - \sqrt{3} > 0 \end{cases}$$

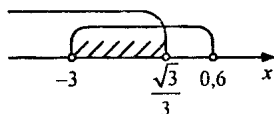
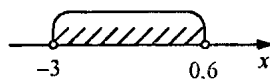
$$1) x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{5} = \frac{7 \pm 3}{5}; x_1 = 2; x_2 = \frac{4}{5}$$



$$2) x > \frac{\sqrt{3}}{2}; \sqrt{3} \approx 1,7; \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,85$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{3}}{2} < x < 2.$$

$$3.25(2) \begin{cases} 5x^2 + 12x - 9 < 0 \\ 3x - \sqrt{3} < 0 \end{cases}$$



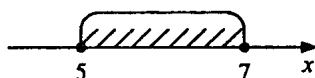
$$1) 5x^2 + 12x - 9 < 0;$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 45}}{5} = \frac{-6 \pm 9}{5}, x_1 = -3; x_2 = 0,6.$$

$$2) x < \frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3} < 0,6.$$

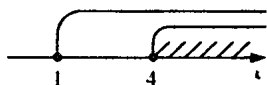
$$\text{Ответ: } -3 < x < \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$3.26(1) \frac{x-3}{2} \geq (\sqrt{x-5})^2; \begin{cases} \frac{x-3}{2} \geq x-5 \\ x-5 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x-3 \geq 2x-10 \\ x \geq 5 \end{cases} \begin{cases} x \leq 7, \\ x \geq 5; \end{cases}$$



Ответ:  $5 \leq x \leq 7$ .

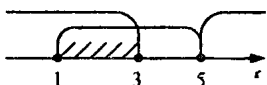
$$3.26(2) \frac{2x-11}{3} \leq (\sqrt{x-4})^2$$



$$\begin{cases} \frac{2x-11}{3} \leq x-4 \\ x-4 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} 2x-11 \leq 3x-12 \\ x \geq 4 \end{cases} \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

Ответ:  $x \geq 4$ .

$$3.27(1) \begin{cases} x^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ x^2 - 8x + 15 \geq 0 \end{cases}$$

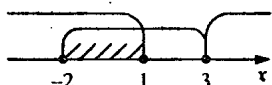


1)  $x^2 - 6x + 5 \leq 0$ ;  $x^2 - 6x + 5 = 0$ ;  $x_1 = 5$ ;  $x_2 = 1$ ;  $1 \leq x \leq 5$ .

2)  $x^2 - 8x + 15 \geq 0$ ;  $x^2 - 8x + 15 = 0$ ;  $x_1 = 3$ ;  $x_2 = 5$ ;  $x \leq 3$ ;  $x \geq 5$ .

Ответ: 1; 2; 3; 5.

$$3.27(2) \begin{cases} x^2 - 4x + 3 \geq 0 \\ x^2 - x - 6 \leq 0 \end{cases}$$



1)  $x^2 - 4x + 3 \geq 0$ ;  $x^2 - 4x + 3 = 0$ ;  $x_1 = 3$ ;  $x_2 = 1$ ;  $x \leq 1$ ;  $x \geq 3$ .

2)  $x^2 - x - 6 \leq 0$ ;  $x^2 - x - 6 = 0$ ;  $x_1 = 3$ ;  $x_2 = -2$ ;  $-2 \leq x \leq 3$ .

Ответ: -2; -1; 0; 1; 3.

3.28(1) Данное выражение имеет смысл при условии

$$\begin{cases} 2a^2 + 11a + 12 \geq 0 \\ 10 - 3a - a^2 \geq 0 \end{cases}$$

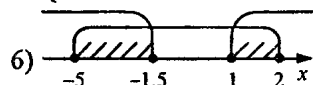
1)  $2a^2 + 11a + 12 = 0$ ;  $a = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 96}}{4} = \frac{-11 \pm 5}{4}$ ;  $a_1 = -1,5$ ;  $a_2 = 1$ ;

2)  $a^2 + 3a - 10 = 0$ ;  $a_1 = -5$ ;  $a_2 = 2$ ;

3)  $2a^2 + 11a + 12 \geq 0$  при  $a \leq -1,5$ ;  $a \geq 1$

4)  $10 - 3a - a^2 \geq 0$ ,  $a^2 - 3a - 10 \leq 0$  при  $-5 \leq a \leq 2$ .

5)  $\begin{cases} a \leq -1,5; & a \geq 1 \\ -5 \leq a \leq 2 \end{cases}$



Ответ:  $a = -5$ .

3.28(2) Данное выражение имеет смысл при условии

$$\begin{cases} 24 + 5a - a^2 \geq 0 \\ 2a^2 - 19a + 35 \geq 0 \end{cases}$$



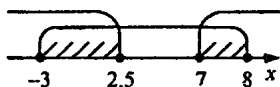
$$1) a^2 - 5a - 24 = 0; a_1 = 8; a_2 = -3.$$

$$2) 2a^2 - 19a + 35 = 0; a = \frac{19 \pm \sqrt{361 - 280}}{4} = \frac{19 \pm 9}{4}; a_1 = 7; a_2 = 2,5$$

$$3) a^2 - 5a - 24 \leq 0 \text{ при } -3 \leq a \leq 8;$$

$$4) 2a^2 - 19a + 35 \geq 0 \text{ при } a \leq 2,5; a \geq 7.$$

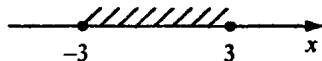
$$5) \begin{cases} -3 \leq a \leq 8 \\ a \leq 2,5; \quad a \geq 7 \end{cases}$$



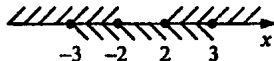
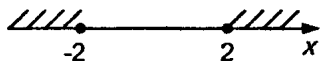
Ответ:  $a = 8$ .

$$3.29(1) \text{ Данное выражение имеет смысл при: } \begin{cases} 1 - \frac{1}{9}x^2 \geq 0 \\ x^2 - 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$1) 9 - x^2 \geq 0; x^2 \leq 9; -3 \leq x \leq 3$$



$$2) x^2 - 4 \geq 0; x^2 \geq 4; x \leq -2; x \geq 2.$$



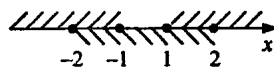
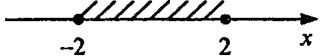
Ответ:  $-3 \leq x \leq -2; 2 \leq x \leq 3$ .

$$3.29(2) \text{ Данное выражение имеет смысл при: } \begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ 1 - \frac{1}{4}x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$1) x^2 \geq 1; x \leq -1; x \geq 1$$



$$2) \frac{1}{4}x^2 \leq 1; x^2 \leq 4; -2 \leq x \leq 2.$$



Ответ:  $-2 \leq x \leq -1; 1 \leq x \leq 2$ .

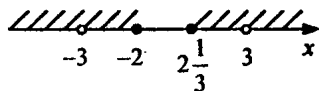
3.30(1)

$$\text{Данное выражение } \frac{\sqrt{3x^2 - x - 14}}{x^2 - 9} \text{ имеет смысл при } \begin{cases} 3x^2 - x - 14 \geq 0 \\ x^2 - 9 \neq 0 \end{cases}$$

$$1) 3x^2 - x - 14 = 0; x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 168}}{6} = \frac{1 \pm 13}{6}; x_1 = -2; x_2 = \frac{7}{3}.$$

$$3x^2 - x - 14 \geq 0 \text{ при } x \leq -2; x \geq \frac{7}{3}$$

$$2) x^2 \neq 9; x \neq \pm 3$$



Ответ:  $x \leq -2$  и  $x \neq -3$ ;  $x \geq 2\frac{1}{3}$  и  $x \neq 3$

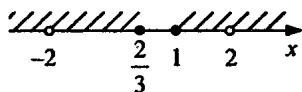
### 3.30(2)

Данное выражение  $\frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 2}}{x^2 - 4}$  имеет смысл при  $\begin{cases} 3x^2 - 5x + 2 \geq 0 \\ x^2 - 4 \neq 0 \end{cases}$

$$1) 3x^2 - 5x + 2 = 0, x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{6} = \frac{5 \pm 1}{6};$$

$$x_1 = 1; x_2 = \frac{2}{3}; 3x^2 - 5x + 2 \geq 0 \text{ при } x \leq \frac{2}{3}; x \geq 1$$

$$2) x^2 - 4 \neq 0; x \neq \pm 2$$



Ответ:  $x \leq \frac{2}{3}$  и  $x \neq -2$ ;  $x \geq 1$  и  $x \neq 2$ .

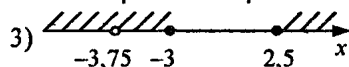
### 3.31(1)

Данное выражение  $\frac{\sqrt{2x^2 + x - 15}}{4x + 15}$  имеет смысл при  $\begin{cases} 2x^2 + x - 15 \geq 0 \\ 4x + 15 \neq 0 \end{cases}$

$$1) 2x^2 + x - 15 = 0, x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 120}}{4} = \frac{-1 \pm 11}{4}; x_1 = -3; x_2 = \frac{5}{2}$$

$$2x^2 + x - 15 \geq 0 \text{ при } x \leq -3, x \geq \frac{5}{2}$$

$$2) x \neq -\frac{15}{4}; x \neq -3\frac{3}{4}$$



Ответ:  $x < -3,75$ ;  $-3,75 < x \leq -3$ ;  $x \geq 2,5$ .

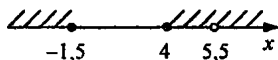
3.31(2) Данное выражение  $\frac{\sqrt{2x^2 - 5x - 12}}{11 - 2x}$  имеет смысл при

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x - 12 \geq 0 \\ 11 - 2x \neq 0 \end{cases}$$

$$1) 2x^2 - 5x - 12 = 0; x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 96}}{4} = \frac{5 \pm 11}{4};$$

$$x_1 = 4; x_2 = -1,5; 2x^2 - 5x - 12 \geq 0 \text{ при } x \leq -1,5; x \geq 4.$$

$$2) 11 - 2x \neq 0; x \neq 5,5$$



**Ответ:**  $x \leq -1,5; 4 \leq x < 5,5; x > 5,5$

### 3.32(1)

Данное выражение  $\frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x^2 - x - 2}$  имеет смысл при  $\begin{cases} x^2 + x + 1 \geq 0 \\ x^2 - x - 2 \neq 0 \end{cases}$

1)  $x^2 + x + 1 > 0$  при любом значении  $x$ , т.к.  $D < 0$ :  $(-1)^2 - 4 \cdot 1 < 0$ .

2)  $x^2 - x - 2 \neq 0$ ;  $x \neq 2$ ;  $x \neq -1$  (корни найдены по теореме, обратной теореме Виета).

**Ответ:**  $x \neq -1; x \neq 2$ .

### 3.32(2)

Данное выражение  $\frac{\sqrt{x^2 + x + 2}}{x^2 + x - 2}$  имеет смысл при  $\begin{cases} x^2 + x + 2 \geq 0 \\ x^2 + x - 2 \neq 0 \end{cases}$

1)  $x^2 + x + 2 > 0$  при любом значении  $x$ , т.к.  $D < 0$ :  $(-1)^2 - 4 \cdot 2 < 0$ .

2)  $x^2 + x - 2 \neq 0$ ;  $x \neq -2$ ;  $x \neq 1$

(корни найдены по теореме, обратной теореме Виета).

**Ответ:**  $x \neq -2; x \neq 1$ .

### 3.33(1) Запишем сравниваемые числа в виде:

$$\sqrt{7} - \sqrt{5} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{5}};$$

$$\sqrt{13} - \sqrt{11} = \frac{(\sqrt{13} - \sqrt{11})(\sqrt{13} + \sqrt{11})}{\sqrt{13} + \sqrt{11}} = \frac{2}{\sqrt{13} + \sqrt{11}}.$$

Далее:  $\sqrt{7} < \sqrt{13}$ ;  $\sqrt{5} < \sqrt{11}$ ;  $\sqrt{7} + \sqrt{5} < \sqrt{13} + \sqrt{11}$  и

$$\frac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} > \frac{2}{\sqrt{13} + \sqrt{11}}. \text{ Окончательно получим } \sqrt{7} - \sqrt{5} > \sqrt{13} - \sqrt{11}$$

**Ответ:**  $\sqrt{7} - \sqrt{5} > \sqrt{13} - \sqrt{11}$

### 3.33(2) Запишем эти числа в виде:

$$\sqrt{14} - \sqrt{11} = \frac{(\sqrt{14} - \sqrt{11})(\sqrt{14} + \sqrt{11})}{\sqrt{14} + \sqrt{11}} = \frac{3}{\sqrt{14} + \sqrt{11}},$$

$$\sqrt{10} - \sqrt{7} = \frac{(\sqrt{10} - \sqrt{7})(\sqrt{10} + \sqrt{7})}{\sqrt{10} + \sqrt{7}} = \frac{3}{\sqrt{10} + \sqrt{7}}.$$

Далее:  $\sqrt{10} < \sqrt{14}$ ,  $\sqrt{7} < \sqrt{11}$ ;  $\sqrt{10} + \sqrt{7} < \sqrt{14} + \sqrt{11}$  и

$$\frac{3}{\sqrt{14} + \sqrt{11}} < \frac{3}{\sqrt{10} + \sqrt{7}}. \text{ Окончательно получим: } \sqrt{14} - \sqrt{11} < \sqrt{10} + \sqrt{7}.$$

**Ответ:**  $\sqrt{14} - \sqrt{11} < \sqrt{10} + \sqrt{7}.$

**3.34(1)** Домножим обе части неравенства на положительное число  $\sqrt{2} + 2$ . Получим:  $(\sqrt{2} - 2)(\sqrt{2} + 2)x > (\sqrt{2} + 2)^2$ ;

$$(2 - 4)x > 6 + 4\sqrt{2}; \quad -2x > 6 + 4\sqrt{2}; \quad -x > 3 + 2\sqrt{2}. \quad x < -3 - 2\sqrt{2}; \quad x -$$

наибольшее целое, меньшее  $-3 - 2\sqrt{2}$ . Оценим число  $-3 - 2\sqrt{2}$ :

$$1,41 < \sqrt{2} < 1,42; \quad -2,84 < -2\sqrt{2} < -2,82; \quad -5,84 < -3 - 2\sqrt{2} < -5,82.$$

Наибольшее целое число, меньшее  $-3 - 2\sqrt{2}$  есть  $-6$ .

**Ответ:** Наибольшее целое решение неравенства  $x = -6$ .

**3.34(2)**  $(2 - \sqrt{5})x < 2 + \sqrt{5}$ . Домножим обе части неравенства на положительное число  $2 + \sqrt{5}$ . Получим:  $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})x < (2 + \sqrt{5})^2$ .

$$-x < 4 + 5 + 4\sqrt{5}; \quad x > -9 - 4\sqrt{5}. \text{ Далее: } 2,2 < \sqrt{5} < 2,3;$$

$$-9,2 < -4\sqrt{5} < -8,8; \quad -18,2 < -9 - 4\sqrt{5} < -17,8. \text{ Поскольку надо}$$

найти наименьшее целое  $x > -9 - 4\sqrt{5}$ , то это будет число  $-17$ .

**Ответ:**  $x = -17$ .

**3.35(1)**  $(x + 1 - \sqrt{3})(x - \sqrt{6} + 2) > 0$ . Запишем неравенство в виде:

$(x - (\sqrt{3} - 1))(x - (\sqrt{6} - 2)) > 0$ . Тогда  $(\sqrt{3} - 1)$  и  $(\sqrt{6} - 2)$  — корни квадратного трехчлена, ветви графика которого направлены вверх, следовательно, нужные нам значения  $x$  располагаются слева от меньшего корня и справа от большего. Выясним, что больше  $\sqrt{3} - 1$  или  $\sqrt{6} - 2$ .  $\sqrt{3} - 1 > 0$ ;  $\sqrt{6} - 2 > 0$ ,

$$(\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3} = 2(2 - \sqrt{3}), \quad (\sqrt{6} - 2)^2 = 10 - 4\sqrt{6} = 2(5 - 2\sqrt{6}).$$

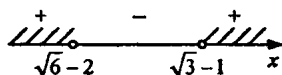
Сравним  $2 - \sqrt{3}$  и  $5 - 2\sqrt{6}$ ;

$$1) \quad 1,7 < \sqrt{3} < 1,8; \quad -1,8 < -\sqrt{3} < -1,7; \quad 0,2 < 2 - \sqrt{3} < 0,3;$$

$$2) \quad 2,4 < \sqrt{6} < 2,5; \quad 4,8 < 2\sqrt{6} < 5; \quad -5 < -2\sqrt{6} < -4,8.$$

$$0 < 5 - 2\sqrt{6} < 0,2. \text{ Таким образом, } 5 - 2\sqrt{6} < 0,2 < 2 - \sqrt{3}.$$

Следовательно  $5 - 2\sqrt{6} < 2 - \sqrt{3}$  и  $\sqrt{6} - 2 < \sqrt{3} - 1$ .

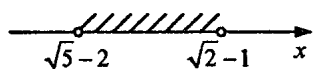


**Ответ:**  $x < \sqrt{6} - 2; \quad x > \sqrt{3} - 1.$

$$3.35(2) (x - \sqrt{5} + 2)(x + 1 - \sqrt{2}) < 0$$

Запишем неравенство в виде:  $(x - (\sqrt{5} - 2))(x - (\sqrt{2} - 1)) < 0$ . Тогда  $(\sqrt{5} - 2)$  и  $(\sqrt{2} - 1)$  – корни квадратного трехчлена, ветви графика которого направлены вверх, следовательно нужные нам значения  $x$  расположены между его корнями.

Выясним, как расположены корни этого трехчлена. Сравним, что больше  $\sqrt{5} - 2$  или  $\sqrt{2} - 1$ . Имеем:  $0,23 < \sqrt{5} - 2 < 0,24$ ;  $0,41 < \sqrt{2} - 1 < 0,42$ .



Следовательно  $\sqrt{2} - 1 > \sqrt{5} - 2$ .  
 $\sqrt{5} - 2 < x < \sqrt{2} - 1$

Ответ:  $\sqrt{5} - 2 < x < \sqrt{2} - 1$ .

3.36(1) Данное выражение имеет смысл при

$$(12 - x\sqrt{3})(x\sqrt{2} - 10) \geq 0; 12x\sqrt{2} - x^2\sqrt{6} - 120 + 10x\sqrt{3} \geq 0;$$

$$-x^2\sqrt{6} + 2x(6\sqrt{2} + 5\sqrt{3}) - 120 \geq 0; x^2\sqrt{6} - 2x(6\sqrt{2} + 5\sqrt{3}) + 120 \leq 0.$$

Найдем корни этого трехчлена:

$$x_{1,2} = \frac{6\sqrt{2} + 5\sqrt{3} \pm \sqrt{(6\sqrt{2} + 5\sqrt{3})^2 - 120\sqrt{6}}}{\sqrt{6}}$$

$$x_{1,2} = \frac{6\sqrt{2} + 5\sqrt{3} \pm \sqrt{(6\sqrt{2} + 5\sqrt{3})^2 - 120\sqrt{6}}}{\sqrt{6}} =$$

$$= \frac{6\sqrt{2} + 5\sqrt{3} \pm \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + 60\sqrt{6} + (5\sqrt{3})^2 - 120\sqrt{6}}}{\sqrt{6}} =$$

$$= \frac{6\sqrt{2} + 5\sqrt{3} \pm \sqrt{(6\sqrt{2} - 5\sqrt{3})^2}}{\sqrt{6}};$$

$$x_1 = \frac{6\sqrt{2} + 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 6\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = 5\sqrt{2}; 7,07 < 5\sqrt{2} < 7,08$$

$$x_2 = \frac{6\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 6\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}; 6,92 < 4\sqrt{3} < 6,93 \text{ и}$$

$x_1 > x_2$ . Данное выражение имеет смысл при  $x_2 \leq x \leq x_1$ , т.е. при  $4\sqrt{3} \leq x \leq 5\sqrt{2}$ . Но  $4\sqrt{3} < 7$ , а  $5\sqrt{2} > 7$ .

Ответ: 7.

3.36(2) Данное выражение не имеет смысла при

$$(18 - x\sqrt{3})(20 - x\sqrt{5}) < 0, \quad 360 - 20x\sqrt{3} - 18x\sqrt{5} + x^2\sqrt{15} < 0.$$

$$x^2\sqrt{15} - 2x(10\sqrt{3} + 9\sqrt{5}) + 360 < 0.$$

Найдем корни этого трехчлена

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{10\sqrt{3} + 9\sqrt{5} \pm \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (9\sqrt{5})^2 + 180\sqrt{15} - 360\sqrt{15}}}{\sqrt{15}} = \\ &= \frac{10\sqrt{3} + 9\sqrt{5} \pm \sqrt{(10\sqrt{3} - 9\sqrt{5})^2}}{\sqrt{15}} = \frac{10\sqrt{3} + 9\sqrt{5} \pm (9\sqrt{5} - 10\sqrt{3})}{\sqrt{15}} \\ x_1 &= \frac{10\sqrt{3} + 9\sqrt{5} + 9\sqrt{5} - 10\sqrt{3}}{\sqrt{15}} = \frac{18\sqrt{5}}{\sqrt{15}} = \frac{18}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}; \\ 10,3 &< 6\sqrt{3} < 10,4; \quad x_2 = \frac{10\sqrt{3} + 9\sqrt{5} - 9\sqrt{5} + 10\sqrt{3}}{\sqrt{15}} = \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{15}} = \frac{20}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5}. \end{aligned}$$

$$8,9 < 4\sqrt{5} < 9; \quad x_1 > x_2$$

Трехчлен отрицателен, если  $x_2 < x < x_1$ , т.е.  $4\sqrt{5} < x < 6\sqrt{3}$ ; но  $4\sqrt{5} < 9$ , а  $6\sqrt{3} > 10$ .

Ответ: 9; 10.

3.37(1)  $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$ . Сделаем замену переменной  $x^2 = y$ ;  $y > 0$ . Тогда  $y^2 - 5y + 4 < 0$ .

Найдем корни этого трехчлена:  $y_1 = 4$ ;

$y_2 = 1$ . Неравенство  $y^2 - 5y + 4 < 0$  выполня-

ется при  $1 < y < 4$ . Возвращаясь к переменной  $x$ , получим:  $1 < x^2 < 4$  или

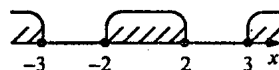
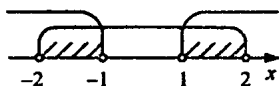
$$\begin{cases} x^2 < 4, \\ x^2 > 1; \end{cases} \text{ откуда } \begin{cases} -2 < x < 2 \\ x < -1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -2 < x < 2 \\ x > 1 \end{cases}$$

Ответ:  $-2 < x < -1$ ;  $1 < x < 2$ .

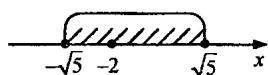
3.37(2)  $x^4 - 13x^2 + 36 \geq 0$ . Сделаем замену переменной  $x^2 = y$ ,  $y > 0$  и найдем корни полученного трехчлена:  $y^2 - 13y + 36 = 0$ ;

$y_1 = 9$ ;  $y_2 = 4$ . Неравенство  $y^2 - 13y + 36 \geq 0$  выполняется при  $y \leq 4$ ;  $y \geq 9$ . Возвращаясь к переменной  $x$ , получим  $x^2 \leq 4$ ;  $x^2 \geq 9$ . Отсюда исходное неравенство выполняется при  $-2 \leq x \leq 2$  и  $x \leq -3$ ;  $x \geq 3$ .

Ответ:  $x \leq -3$ ;  $-2 \leq x \leq 2$ ;  $x \geq 3$ .



3.38(1)  $x^4 + 4x^2 - 45 \leq 0$ . Сделаем замену переменной



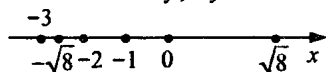
$x^2 = y, y \geq 0$  и найдем корни полученного трехчлена:  $y^2 + 4y - 45 = 0$ ;

$y_1 = -9; y_2 = 5$ . Трехчлен  $y^2 + 4y - 45 \leq 0$

при  $-9 \leq y \leq 5$ , т.к.  $y \geq 0$ , то  $0 \leq y \leq 5$ . Вернемся к  $x$ :  $0 \leq x^2 \leq 5$ ,  $-\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5}$ ;  $\sqrt{5} > 2$ ;  $-\sqrt{5} < -2$ .

Ответ:  $-2$ .

3.38(2)  $x^4 - 2x^2 - 48 \leq 0$ . Сделаем замену переменной  $x$ , положим  $x^2 = y; y \geq 0$  и найдем корни квадратного трехчлена



$y^2 - 2y - 48 \leq 0: y_1 = 8; y_2 = -6$ . Тогда

$-6 \leq y \leq 8$ . Возвращаясь к переменной

$x$  и учитывая, что  $y \geq 0$ , получим:  $0 \leq x^2 \leq 8$ , или  $-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}$ .

Ответ:  $x = -2$ .

3.39(1)  $(x^2 + 1)^2 - 12(x^2 + 1) + 20 \geq 0$ . Сделаем замену переменной



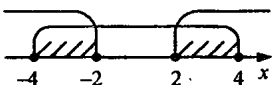
$x$ ; положим,  $x^2 + 1 = y; y > 0$  и найдем корни трехчлена  $y^2 - 12y + 20 \geq 0: y_1 = 10$ ;

$y_2 = 2$ . Трехчлен принимает положи-

тельные значения при  $y \leq 2; y \geq 10$ . Возвращаясь к  $x$ , получим:

$x^2 + 1 \leq 2; x^2 + 1 \geq 10$  или  $x^2 \leq 1; x^2 \geq 9$ , то есть  $-1 \leq x \leq 1$  и  $x \leq -3$ ;  $x \geq 3$ .

Ответ:  $x \leq -3; -1 \leq x \leq 1; x \geq 3$ .



3.39(2)  $(x^2 - 5)^2 - 10(x^2 - 5) - 11 \leq 0$ .

Пусть  $x^2 - 5 = y$ ; найдем корни уравнения  $y^2 - 10y - 11 = 0: y_1 = 11; y_2 = -1$ .

Неравенство  $y^2 - 10y - 11 \leq 0$  выполняется при  $-1 \leq y \leq 11$ . Возвращаясь к переменной  $x$ , получим

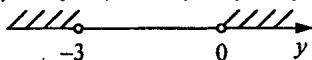
$$\begin{cases} x^2 - 5 \leq 11 \\ x^2 - 5 \geq -1 \end{cases}; \begin{cases} x^2 \leq 16 \\ x^2 \geq 4 \end{cases}; \begin{cases} -4 \leq x \leq 4 \\ x \leq -2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} -4 \leq x \leq 4 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

Ответ:  $-4 \leq x \leq -2; 2 \leq x \leq 4$ .

3.40(1)  $(x^2 + 2x)^2 + 3(x + 1)^2 > 3; (x^2 + 2x)^2 + 3(x^2 + 2x + 1) - 3 > 0$ .

1) Положим  $x^2 + 2x = y$ , тогда неравенство примет вид:

$y^2 + 3(y + 1) - 3 > 0; y^2 + 3y > 0; y(y + 3) > 0$ .



$y < -3; y > 0$

2)  $x^2+2x<-3$ ;  $x^2+2x+3<0$  (I) Неравенство (I) не имеет решений, т.к.  $x^2+2x+3>0$  при любых значениях  $x$  ( $D<0$ ).

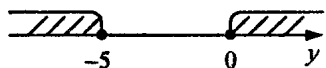


3)  $x^2+2x>0$ ;  $x(x+2)>0$ .

Ответ:  $x<-2$ ;  $x>0$ .

3.40(2)  $(x^2-4x)^2+5(x-2)^2>20$ ;

$(x^2-4x)^2+5(x^2-4x+4)-20>0$ . Произведем замену переменной:



$x^2-4x=y$ ; тогда  $y^2+5(y+4)-20>0$ ;  $y^2+5y>0$ ;  $y(y+5)>0$

$y<-5$ ;  $y>0$ . Вернемся к переменной  $x$ :  $x^2-4x<-5$ ;  $x^2-4x+5<0$  (I).

Неравенство (I) не имеет решений, т.к.  $x^2-4x+5>0$  при любом значении  $x$  ( $D<0$ ). Далее:  $x^2-4x>0$ ;  $x(x-4)>0$ . Решениями этого неравенства являются промежутки  $x<0$  и  $x>4$ .



Ответ:  $x<0$ ;  $x>4$ .

3.41(1)  $(x^2+3x+12)(x^2+3x-10)<-120$

1)  $x^2+3x=y$ ;

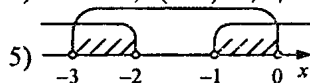
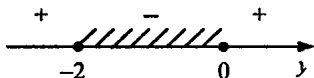
2)  $(y+12)(y-10)+120<0$ ;

$y^2+2y-120+120<0$ ;  $y^2+2y<0$ ;  $y(y+2)<0$ .

$-2<y<0$

3)  $x^2+3x>-2$ ;  $x^2+3x+2>0$ ;  $x_1=-2$ ;  $x_2=-1$ ;  $x<-2$ ;  $x>-1$ .

4)  $x^2+3x<0$ ;  $x(x+3)<0$ ;  $x_1=0$ ;  $x_2=-3$ ;  $-3<x<0$ .



Ответ:  $-3<x<-2$ ;  $-1<x<0$ .

3.41(2)  $(x^2-4x-15)(x^2-4x+10)\leq-150$ . Сделаем замену переменной  $x$ :  $x^2-4x=y$ . Тогда  $(y-15)(y+10)+150\leq 0$ ,

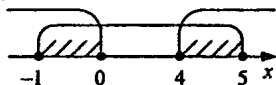
$y^2-5y-150+150\leq 0$

$y^2-5y\leq 0$ ;  $y(y-5)\leq 0$ . Решением последнего неравенства является интервал  $0\leq y\leq 5$ . Возвращаясь к переменной  $x$ , получим:

$0\leq x^2-4x\leq 5$ . Далее

$\begin{cases} x^2-4x\leq 5 \\ x^2-4x\geq 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} x^2-4x-5\leq 0 \\ x^2-4x\geq 0 \end{cases}$ ;  $\begin{cases} -1\leq x\leq 5 \\ x\leq 0 \end{cases}$  или  $\begin{cases} -1\leq x\leq 5 \\ x\geq 4 \end{cases}$ . От-

сюда  $-1\leq x\leq 0$  и  $4\leq x\leq 5$ .



Ответ:  $-1\leq x\leq 0$ ;  $4\leq x\leq 5$



3.42(1)  $x - 9\sqrt{x} + 14 \leq 0$ ;  $x > 0$ . Сделаем замену  $\sqrt{x} = y$ ;  $y > 0$ . Тогда  $y^2 - 9y + 14 \leq 0$ . Найдем корни уравнения  $y^2 - 9y + 14 = 0$ .  $y_1 = 2$ ;  $y_2 = 7$ ,  $y^2 - 9y + 14 \leq 0$  при  $2 \leq y \leq 7$ . Возвращаясь к переменной  $x$ , получим:  $2 \leq \sqrt{x} \leq 7$  или  $4 \leq x \leq 49$ .

Ответ:  $4 \leq x \leq 49$ .

3.42(2)  $x - 8\sqrt{x} + 15 \geq 0$ ,  $x > 0$ . Сделаем замену переменной  $x$ :  $\sqrt{x} = y$ ;  $y > 0$ , тогда  $y^2 - 8y + 15 \geq 0$ ;  $y_1 = 5$ ;  $y_2 = 3$  и  $y^2 - 8y + 15 \geq 0$  при  $y \leq 3$  и  $y \geq 5$ . Возвращаясь к переменной  $x$ , получим  $\sqrt{x} \leq 3$ ;  $0 \leq x \leq 9$  и  $\sqrt{x} \geq 5$ ;  $x \geq 25$ .

Ответ:  $0 \leq x \leq 9$ ;  $x \geq 25$ .

3.43(1)  $x^2 + (2a+4)x + 8a+1 > 0$ . Это неравенство выполняется при всех значениях  $x$ , если  $(2a+4)^2 - 4(8a+1) < 0$ ,  $4a^2 + 16a + 16 - 32a - 4 < 0$ ,  $4a^2 - 16a + 12 < 0$ ,  $a^2 - 4a + 3 < 0$ ;  $a_1 = 3$ ;  $a_2 = 1$ ;  $1 < a < 3$ .

Ответ:  $1 < a < 3$ .

3.43(2)  $x^2 - (2p+2)x + 3p+7 \leq 0$ . Это неравенство выполняется при всех значениях  $x$ , если  $(2p+2)^2 - 4(3p+7) < 0$ ;  $4p^2 + 8p + 4 - 12p - 28 < 0$ ;  $4p^2 - 4p - 24 < 0$ ;  $p^2 - p - 6 < 0$ ;  $p_1 = 3$ ;  $p_2 = -2$ ;  $-2 < p < 3$ .

Ответ:  $-2 < p < 3$ .

$$3.44(1) \begin{cases} x < \sqrt{3} - \sqrt{7} \\ x < \sqrt{2} - \sqrt{6} \end{cases}$$

1) Выясним, что больше  $\sqrt{3} - \sqrt{7}$  или  $\sqrt{2} - \sqrt{6}$ :

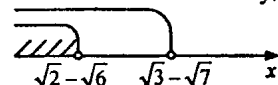
$$2) \sqrt{3} - \sqrt{7} = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{7})}{\sqrt{3} + \sqrt{7}} = \frac{-4}{\sqrt{3} + \sqrt{7}}$$

$$3) \sqrt{2} - \sqrt{6} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{6})(\sqrt{2} + \sqrt{6})}{\sqrt{2} + \sqrt{6}} = \frac{-4}{\sqrt{2} + \sqrt{6}}. \text{ Очевидно, что}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{6} < \sqrt{3} + \sqrt{7}, \text{ поэтому } \frac{4}{\sqrt{2} + \sqrt{6}} > \frac{4}{\sqrt{3} + \sqrt{7}} \text{ и}$$

$$-\frac{4}{\sqrt{2} + \sqrt{6}} < -\frac{4}{\sqrt{3} + \sqrt{7}}, \text{ т.е. } \sqrt{2} - \sqrt{6} < \sqrt{3} - \sqrt{7}.$$

Решением системы будет  $x < \sqrt{2} - \sqrt{6}$ .



Ответ:  $x < \sqrt{2} - \sqrt{6}$ .

$$3.44(2) \begin{cases} x > \sqrt{5} - 2\sqrt{2} \\ x < \sqrt{6} - 3 \end{cases} \begin{cases} x > \sqrt{5} - \sqrt{8} \\ x < \sqrt{6} - \sqrt{9} \end{cases}. 1) \text{ Выясним, что больше}$$

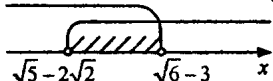
$$\sqrt{5} - \sqrt{8} \text{ или } \sqrt{6} - \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{8} = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{8})(\sqrt{5} + \sqrt{8})}{\sqrt{5} + \sqrt{8}} = \frac{-3}{\sqrt{5} + \sqrt{8}};$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{9} = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{9})(\sqrt{6} + \sqrt{9})}{\sqrt{6} + \sqrt{9}} = \frac{-3}{\sqrt{6} + \sqrt{9}}. \text{ Очевидно, что}$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{8} < \sqrt{6} + \sqrt{9}, \text{ поэтому } \frac{3}{\sqrt{5} + \sqrt{8}} > \frac{3}{\sqrt{6} + \sqrt{9}}$$

$$\text{и } \frac{-3}{\sqrt{5} + \sqrt{8}} < \frac{-3}{\sqrt{6} + \sqrt{9}}, \text{ следовательно, } \sqrt{5} - \sqrt{8} < \sqrt{6} - \sqrt{9}$$

и  $\sqrt{5} - \sqrt{8} < x < \sqrt{6} - \sqrt{9}$  — решение неравенства.



$$\text{Ответ: } \sqrt{5} - 2\sqrt{2} < x < \sqrt{6} - 3.$$

$$3.45(1) \begin{cases} 5x + 2 \geq 17 + 2x \\ p + 2x \leq 3 + x \end{cases}; \begin{cases} 3x \geq 15 \\ x \leq 3 - p \end{cases}; \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 3 - p \end{cases};$$

$$3 - p \geq 5; -p \geq 2; p \leq -2$$

$$\text{Ответ: } p \leq -2.$$

$$3.45(2) \begin{cases} 5 - 3x < 4x - 2 \\ 2 + 3x < 2a + 2x \end{cases}; \begin{cases} -4x - 3x < -2 - 5 \\ 3x - 2x < 2a - 2 \end{cases}; \begin{cases} x > 1 \\ x < 2a - 2 \end{cases};$$

$$2a - 2 \leq 1; 2a \leq 3; a \leq 1,5.$$

$$\text{Ответ: } a \leq 1,5.$$

$$3.46(1) \begin{cases} 5 - x < 2 \\ x + 6 < m + 1 \end{cases} \begin{cases} x > 3 \\ x < m - 5 \end{cases}, 3 < x < m - 5. \text{ Поскольку } x > 3,$$

то меньшим из трех целых решений системы является число  $x = 4$ , а затем  $x = 5$  и  $x = 6$  — тоже решения. Поэтому  $m - 5 > 6$ . По условию решений три, следовательно  $x < 7$  и  $m - 5 \leq 7$ .

Окончательно имеем  $6 < m - 5 \leq 7, 11 < m \leq 12$ .

$$\text{Ответ: } 11 < m \leq 12.$$

$$3.46(2) \begin{cases} 4 + x > 1 \\ x - 5 < m - 2 \end{cases} \begin{cases} x > -3 \\ x < m + 3 \end{cases}, -3 < x < m + 3.$$

Поскольку  $x > -3$ , то целыми решениями системы являются числа  $-2; -1; 0$ . Поэтому  $m + 3 > 0$ . По условию других решений нет,

следовательно  $m + 3 \leq 1$ . Окончательно имеем  $0 < m + 3 \leq 1$ ;  
 $-3 < m \leq -2$ . **Ответ:**  $-3 < m \leq -2$

$$3.47(1) \begin{cases} (x^2 - 7x + 12)^2 \leq 0 \\ (x^2 + 2x - 1)^2 \geq 400 \end{cases} . 1) x^2 - 7x + 12 = 0; x_1 = 3; x_2 = 4.$$

2) При  $x = 3$ ;  $(3^2 + 6 - 1)^2 = 14^2 = 196 < 400$ .

3)  $x = 4$ ,  $(4^2 + 8 - 1)^2 = 23^2 = 529 > 400$ .

**Ответ:** 4.

$$3.47(2) \begin{cases} (x^2 - 2x - 15)^2 \leq 0 \\ (x^2 + x + 1)^2 \leq 900 \end{cases} . 1) x^2 - 2x - 15 = 0; x_1 = 5; x_2 = -3.$$

2)  $x = 5$ ;  $(5^2 + 5 + 1)^2 = 961 > 900$

$x = 5$  не решение второго неравенства.

3)  $x = -3$ ;  $(9 - 3 + 1)^2 = 49 < 900$ .

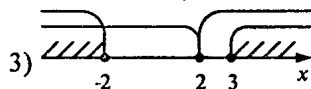
**Ответ:**  $x = -3$ .

$$3.48(1) \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{x^2 - 5x + 6}$$

Найдем область определения выражения:  $\begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 & (I) \\ x^2 - 5x + 6 \geq 0 & (II) \end{cases}$

1)  $x \leq -2$ ;  $x \geq 2$  решение неравенства (I)

2)  $x \leq 2$ ;  $x \geq 3$  решение неравенства (II)



Область определения выражения:  $x \leq -2$ ;  $x = 2$ ;  $x \geq 3$ .

4) Области определения не принадлежат:  $-1$ ;  $0$ ;  $1$ .

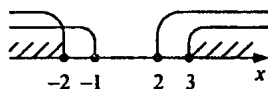
**Ответ:**  $-1$ ;  $0$ ;  $1$ .

$$3.48(2) \sqrt{x^2 - 2x - 3} + \sqrt{x^2 - 4}$$

1) Найдем область определения выражения  $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ x^2 - 4 \geq 0 \end{cases}$

2)  $x^2 - 2x - 3 = 0$ ;  $x_1 = 3$ ;  $x_2 = -1$ ;  $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ ;  $x \leq -1$ ;  $x \geq 3$ .

3)  $x^2 - 4 \geq 0$ ;  $x \leq -2$ ;  $x \geq 2$ . Область определения выражения:  $x \leq -2$ ;  $x \geq 3$



б) Области определения выражения не принадлежат  $-1$ ;  $0$ ;  $1$ ;  $2$ .

**Ответ:**  $-1$ ;  $0$ ;  $1$ ;  $2$ .

## 4. Функции

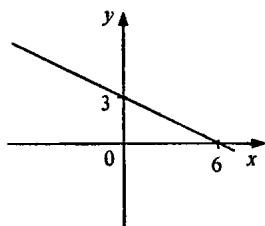
### 4.1(1) График функции прямая

$$y = -\frac{1}{2}x + 3$$

$x$	0	6
$y$	3	0

$x$	0	8
$y$	3	-1

Ответ: если  $0 \leq x \leq 8$ , то  $-1 \leq y \leq 3$



### 4.1(2) $y = \frac{1}{3}x - 2$

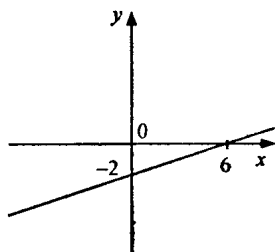
1)

$x$	0	6
$y$	-2	0

2)

$x$	0	9
$y$	-2	1

Ответ: если  $0 \leq x \leq 9$ , то  $-2 \leq y \leq 1$ .



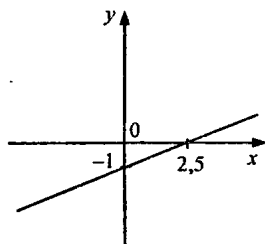
### 4.2(1) $y = 0,4x - 1$

1)

$x$	0	2,5
$y$	-1	0

2)  $0,4x - 1 < 0$ ;  $0,4x < 1$ ;  $x < 2,5$ .

Ответ:  $y < 0$  при  $x < 2,5$



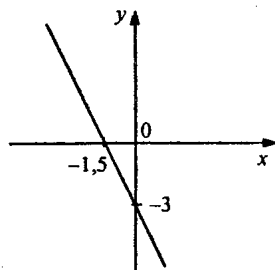
### 4.2(2) $y = -2x - 3$

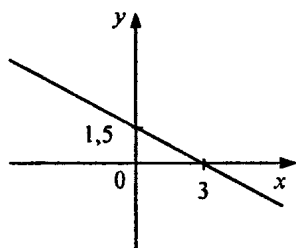
1)

$x$	0	-1,5
$y$	-3	0

2)  $y > 0$  при  $x < -1,5$ .

Ответ:  $y > 0$  при  $x < -1,5$ .



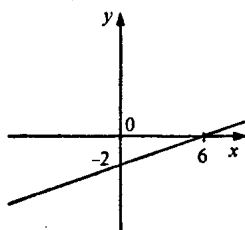


$$4.3(1) y = \frac{3-x}{2}$$

$x$	$0$	$3$
$y$	$1,5$	$0$

если  $0 \leq y \leq 1,5$ , то  $0 \leq x \leq 3$ .

**Ответ:** если  $0 \leq y \leq 1,5$ , то  $0 \leq x \leq 3$



$$4.3(2) y = \frac{x-6}{3}$$

$x$	$0$	$6$
$y$	$-2$	$0$

2) если  $-2 \leq y \leq 0$ , то  $0 \leq x \leq 6$ .

**Ответ:** если  $-2 \leq y \leq 0$ , то  $0 \leq x \leq 6$ .

$$4.4(1) y = -2x^2 + 4x - 3$$

График функции – парабола, ветви которой направлены вниз.

1)  $x = 0$ ;  $y = -3$ .

2)  $y = 0$ ;  $-2x^2 + 4x - 3 = 0$ ;  $2x^2 - 4x + 3 = 0$ ;  $D < 0$ .

Парабола не пересекает ось  $Ox$ .

3) Координаты вершины параболы:

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} \\ y_0 = f(x_0) \end{cases} \quad \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = -1 \end{cases}$$

График симметричен относительно прямой  $x = 1$ .

$x$	$0$	$1$	$2$
$y$	$-3$	$-1$	$-3$

**Ответ:**  $y_{\text{наиб}} = -1$ .

$$4.4(2) y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 4. \text{ График – парабола, ветви вверх.}$$

бола, ветви вверх.

$$\begin{cases} x_0 = -2 \\ y_0 = 2 \end{cases}$$

$x$	$-2$	$0$	$1$	$2$
$y$	$2$	$4$	$6,5$	$10$

График симметричен относительно прямой  $x = -2$ .

**Ответ:**  $y_{\text{наим}} = 2$ .

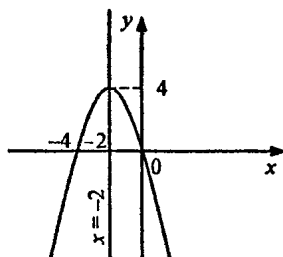
4.5(1)  $y = -x^2 - 4x$ . График – парабола,

ветви вниз.  $\begin{cases} x_0 = -2 \\ y_0 = 4 \end{cases}$ . График симметри-

чен относительно прямой  $x = -2$ .

$x$	-5	-4	-2	0
$y$	-5	0	4	0

Ответ:  $y < 0$ , если  $x < -4$ ;  $x > 0$ .



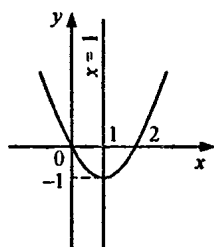
4.5(2)  $y = x^2 - 2x$ . График – парабола, ветви

вверх.  $\begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = -1 \end{cases}$

$x$	0	1	2	3
$y$	0	-1	0	3

График симметричен относительно прямой  $x = 1$ .

Ответ:  $y > 0$ , если  $x < 0$ ;  $x > 2$ .



4.6(1)  $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 1$ ;  $y = 0$

при  $x = 4 \pm 2\sqrt{3}$ .

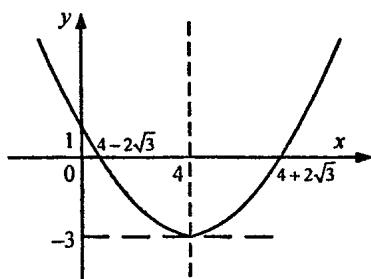
График – парабола, ветви

вверх.  $\begin{cases} x_0 = 4 \\ y_0 = -3 \end{cases}$ ;

$x$	0	2	4
$y$	1	-2	-3

График симметричен относительно прямой  $x = 4$ .

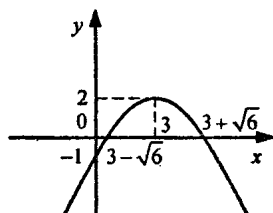
Ответ: область значений  $[-3; +\infty)$ .



4.6(2)  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 1$ ;  $y = 0$  при  $x = 3 \pm \sqrt{6}$ .

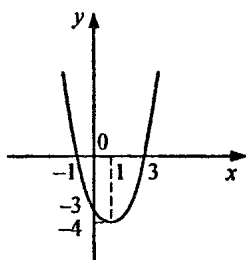
График – парабола, ветви вниз.

$\begin{cases} x_0 = 3 \\ y_0 = 2 \end{cases}$  График симметричен относительно прямой  $x = 3$ .



$x$	0	1	3
$y$	-1	2/3	2

Ответ: область значений функции  $(-\infty; 2]$ .



4.7(1)  $y = x^2 - 2x - 3$ . График – парабола, ветви вверх. 1)  $y = 0$ ;  $x_1 = 3$ ;  $x_2 = -1$

2)  $x = 0$ ;  $y = -3$

3)  $\begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = -4 \end{cases}$

4)

$x$	-1	0	1	3	4
$y$	0	-3	-4	0	5

Ответ: если  $0 \leq x \leq 4$ , то  $-4 \leq y \leq 5$ .

4.7(2)  $y = -x^2 + 4x - 3$ . График – парабола, ветви вниз.

1)  $x = 0$ ,  $y = -3$ .

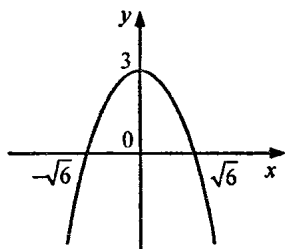
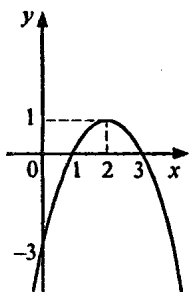
2)  $y = 0$ ;  $x^2 - 4x + 3 = 0$ ;  $x_1 = 3$ ;  $x_2 = 1$

3)  $\begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 1 \end{cases}$

4)

$x$	0	1	2	3
$y$	-3	0	1	0

Ответ: если  $0 \leq x \leq 3$ , то  $-3 \leq y \leq 1$ .

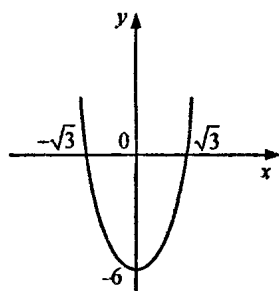


4.8(1)  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ . График – парабола, ветви вниз. Координаты вершины параболы: (0; 3).

Координаты вершины параболы: (0; 3).

$x$	$-\sqrt{6}$	0	1	$\sqrt{6}$
$y$	0	3	2,5	0

Ответ:  $(-\sqrt{6}; 0); (\sqrt{6}; 0)$ .



4.8(2)  $y = 2x^2 - 6$ . График – парабола, ветви вверх. (0; -6) – координаты вершины параболы.

$x$	0	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	1
$y$	-6	0	0	-4

График симметричен относительно прямой  $OY$ .

Ответ:  $(-\sqrt{3}; 0); (\sqrt{3}; 0)$ .

4.9(1)  $y = -x^2 - 6x - 5$ . График – парабола, ветви вниз.

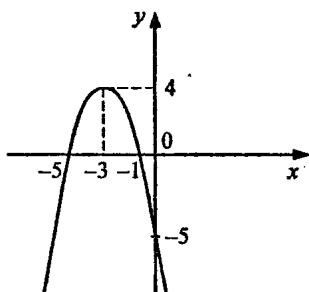
1)  $x = 0; y = -5$ .

2)  $y = 0; x^2 + 6x + 5 = 0; x_1 = -5; x_2 = -1$ .

3)  $x_0 = -3; y_0 = 4$ .

$x$	-5	-3	-1	0
$y$	0	4	0	-5

График симметричен относительно прямой  $x = -3$ .



Ответ: функция возрастает на промежутке  $(-\infty; -3]$ ; функция убывает на промежутке  $[-3; +\infty)$ .

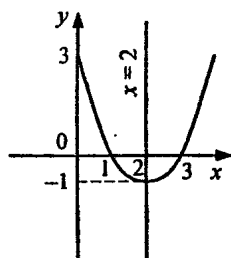
4.9(2)  $y = x^2 - 4x + 3$ . График – парабола, ветви вверх. 1)  $x = 0; y = 3$

2)  $y = 0; x^2 - 4x + 3 = 0; x_1 = 3; x_2 = 1$

3)  $x_0 = 2; y_0 = -1$

$x$	0	1	2	3
$y$	3	0	-1	0

График симметричен относительно прямой  $x = 2$ .



Ответ: функция убывает на промежутке  $(-\infty; 2]$ ; возрастает на промежутке  $[2; +\infty)$ .

4.10(1)  $\begin{cases} xy = 2 \\ x^2 + y = 5 \end{cases} \begin{cases} y = \frac{2}{x} (x \neq 0) \\ y = 5 - x^2 \end{cases}; y = \frac{2}{x}$ . График – гипербола,

график которой симметричен относительно начала координат.

$y = 5 - x^2$ . График парабола, ветви

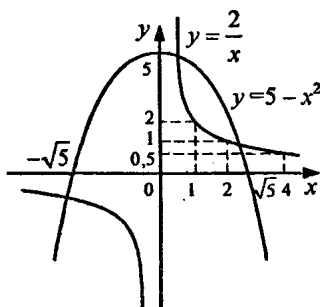
вниз.  $y = \frac{2}{x} (x \neq 0)$

$x$	1	2	4
$y$	2	1	$\frac{1}{2}$

$y = 5 - x^2$ . График парабола – ветви вниз.

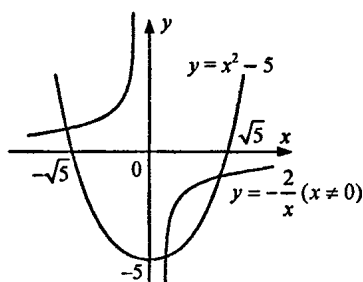
$x$	$-\sqrt{5}$	-1	0	1	$\sqrt{5}$
$y$	0	4	5	4	0

Ответ: 3 решения.





$$4.10(2) \begin{cases} xy = -2 \\ x^2 - y = 5 \end{cases} \begin{cases} y = -\frac{2}{x} (x \neq 0) \\ y = x^2 - 5 \end{cases}$$



$y = -\frac{2}{x}$ . График – гипербола,

график которой симметричен относительно начала координат.

$y = x^2 - 5$ . График – парабола, ветви

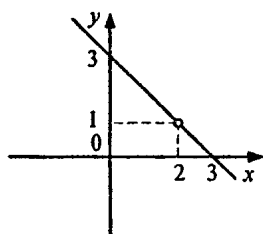
вверх.  $y = -\frac{2}{x} (x \neq 0)$

$x$	1	2	4
$y$	-2	-1	$-\frac{1}{2}$

$$y = x^2 - 5$$

$x$	$-\sqrt{5}$	-1	0	1	$\sqrt{5}$
$y$	0	-4	5	-4	0

Ответ: 3 решения.



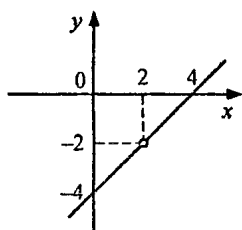
$$4.11(1) y = \frac{x^2 - 5x + 6}{2 - x}; x \neq 2.$$

1) Найдем корни квадратного трехчлена  $x^2 - 5x + 6$ .  $x_1 = 2$ ;  $x_2 = 3$ .

$$2) y = \frac{(x-2)(x-3)}{2-x}; y = -x+3 (x \neq 2)$$

$x$	0	3
$y$	3	0

Ответ: График – прямая  $y = -x+3$  без точки  $(2; 1)$ ;  $y > 0$ , если  $x < 3$ ;  $x \neq 2$ .



$$4.11(2) y = \frac{-x^2 + 6x - 8}{2 - x}; x \neq 2.$$

1) Найдем корни квадратного трехчлена  $-x^2 + 6x - 8$ :  $x^2 - 6x + 8 = 0$ ;  $x_1 = 4$ ;  $x_2 = 2$ ;

$$y = \frac{-(x-4)(x-2)}{2-x}; y = x-4 (x \neq 2).$$

$x$	0	4
$y$	-4	0

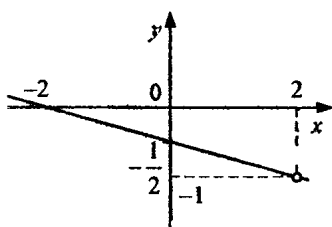
Ответ: График – прямая  $y = x-4$  без точки  $(2; -2)$ ;  $y < 0$ , если  $x < 4$ ;  $x \neq 2$

$$4.12(1) y = \frac{x^2 - 4}{8 - 4x}; x \neq 2;$$

$$y = \frac{(x-2)(x+2)}{4(2-x)} \quad (x \neq 2);$$

$$y = -\frac{x+2}{4}$$

$x$	0	-2
$y$	$-\frac{1}{2}$	0

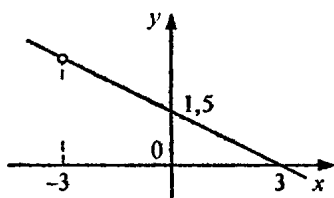


**Ответ:** График – прямая  $y = -\frac{x+2}{4}$  без точки  $(2; -1)$ ; область значений  $-\infty < y < -1$ ;  $-1 < y < +\infty$ .

$$4.12(2) y = \frac{9 - x^2}{6 + 2x},$$

$$y = \frac{(3-x)(3+x)}{2(3+x)}; x \neq -3; y = \frac{3-x}{2}.$$

$x$	0	3
$y$	1,5	0



**Ответ:** График – прямая  $y = -\frac{x-3}{2}$  без точки  $(-3; 3)$ ; область значений – множество всех чисел, кроме 3

$$4.13(1) y = \frac{x^3 - x}{x-1}; y = \frac{x(x^2-1)}{x-1}; x \neq 1; y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x-1};$$

$y = x(x+1)$ ; (1)  $y = x^2 + x$ . График функции (1) – парабола, ветви вверх.

$x$	-1	$-\frac{1}{2}$	0
$y$	0	$-\frac{1}{4}$	0

Ветви параболы симметричны относительно прямой  $x = -\frac{1}{2}$ .

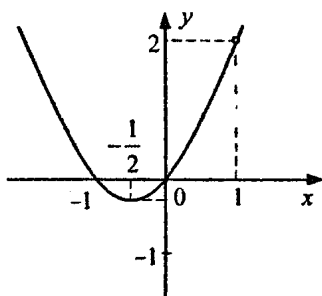
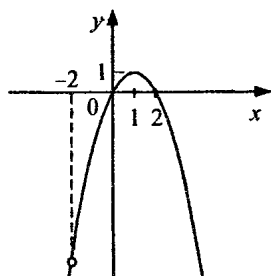


График функции – парабола  $y = x^2 + x$  ( $x \neq 1$ )

**Ответ:**  $y > 0$  на каждом из промежутков  $(-\infty; -1)$ ;  $(0; 1)$ ;  $(1; \infty)$



$$4.13(2) \quad y = \frac{4x - x^3}{x + 2}; \quad x \neq -2;$$

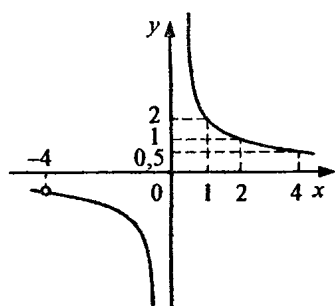
$$y = \frac{x(4 - x^2)}{x + 2}; \quad y = \frac{x(2 - x)(2 + x)}{x + 2};$$

$y = x(2 - x); y = -x^2 + 2x$  (I). График функции (I) — парабола, ветви вниз.

$x$	0	1	2
$y$	0	1	0

(1; 1) — координаты вершины параболы.

Ответ:  $y < 0$  на каждом из промежутков  $(-\infty; -2); (-2; 0); (2; +\infty)$ .



$$4.14(1) \quad y = \frac{2x + 8}{x^2 + 4x}; \quad y = \frac{2(x + 4)}{x(x + 4)};$$

$$x \neq -4; x \neq 0; y = \frac{2}{x} \quad (I)$$

График функции (I) — гипербола, ветви которой симметричны относительно начала координат.

$x$	1	2	4
$y$	2	1	$\frac{1}{2}$

Ответ: График — гипербола  $y = \frac{2}{x}$  без точки  $\left(-4; -\frac{1}{2}\right); y < 2$  при  $x < -4; -4 < x < 0; x > 1$ .

$$4.14(2) \quad y = \frac{12 - 6x}{x^2 - 2x}; \quad y = \frac{6(2 - x)}{x(x - 2)}; \quad x \neq 2; \quad x \neq 0; \quad y = -\frac{6}{x} \quad (I)$$

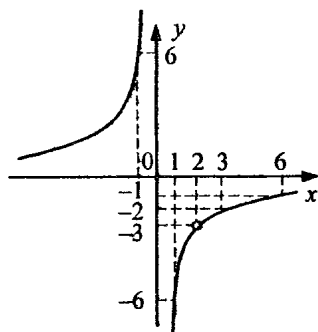
График функции (I) — гипербола.

$x$	1	3	6	-1
$y$	-6	-2	-1	6

Ветви симметричны относительно начала координат.

Ответ: График — гипербола

$y = -\frac{6}{x}$  без точки  $(2; -3); y < 6$  при  $x < -1; 0 < x < 2; x > 2$ .



$$4.15(1) f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{2}, & \text{если } x \leq -2 \\ -2, & \text{если } -2 \leq x < 2 \\ \frac{x-6}{2}, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

$$1) y = \frac{x-2}{2}, x \leq -2$$

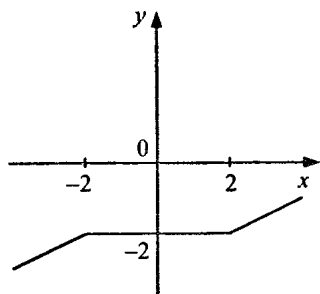
$x$	$-4$	$-2$
$y$	$-3$	$-2$

$$2) y = \frac{x-6}{2}, \text{если } x \geq 2;$$

$x$	$2$	$4$
$y$	$-2$	$-1$

$$3) f(-10) = -6$$

Ответ:  $f(-10) = -6$ .



4.15(2)

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x+6}{2}, & \text{если } x \leq -2 \\ -2, & \text{если } -2 < x < 2 \\ -\frac{x+2}{2}, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

$$1) y = -\frac{x+6}{2}, x \leq -2$$

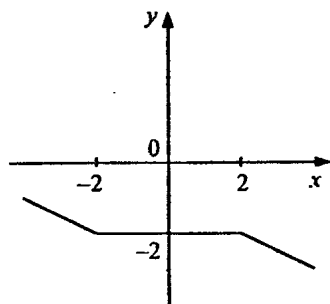
$x$	$-2$	$-4$
$y$	$-2$	$-1$

$$2) y = -\frac{x+2}{2}, \text{если } x \geq 2;$$

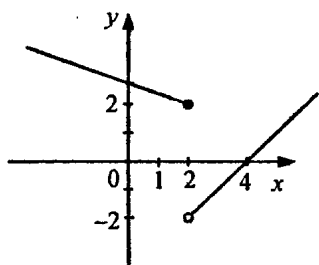
$x$	$2$	$4$
$y$	$-2$	$-3$

$$3) f(-20) = -\frac{-20+6}{2} = 7$$

Ответ:  $f(-20) = 7$ .



$$4.16(1) f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x+3, & \text{если } x \leq 2 \\ x-4, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$



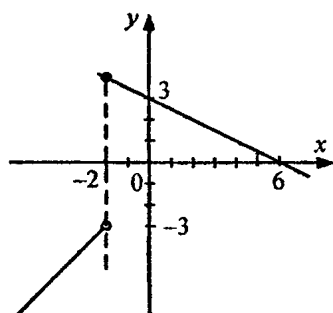
$$1) y = -\frac{1}{2}x + 3; x \leq 2$$

x	0	2
y	3	2

$$2) y = x - 4; x > 2$$

x	3	4
y	-1	0

Ответ: функция убывает на промежутке  $(-\infty; 2]$ .



$$4.16(2) f(x) = \begin{cases} x-1, & \text{если } x < -2 \\ -\frac{1}{2}x+3, & \text{если } x \geq -2 \end{cases}$$

$$1) y = x - 1; x < -2$$

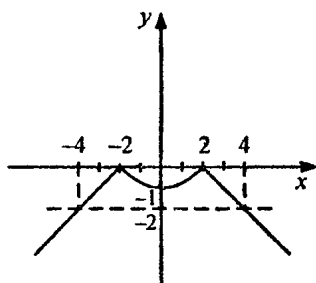
x	-3	-4
y	-4	-5

$$2) y = -\frac{1}{2}x + 3; x \geq -2$$

x	0	6
y	3	0

Ответ: функция убывает на промежутке  $[-2; +\infty)$ .

$$4.17(1) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 - 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ 2 - x, & \text{если } x > 2 \\ x + 2, & \text{если } x < -2 \end{cases}$$



$$1) y = \frac{1}{4}x^2 - 1; -2 \leq x \leq 2$$

x	-2	0	2
y	0	-1	0

$$2) y = 2 - x; x > 2$$

x	3	4
y	-1	-2

$$3) y = x + 2; x < -2$$

x	-3	-4
y	-1	-2

Ответ: функция возрастает на каждом из промежутков  $(-\infty; -2]$  и  $[0; 2]$ .

$$4.17(2) f(x) = \begin{cases} 2 - 2x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 1 \\ x - 1, & \text{если } x > 1 \\ -x - 1, & \text{если } x < -1 \end{cases}$$

$$1) y = 2 - 2x^2; -1 \leq x \leq 1$$

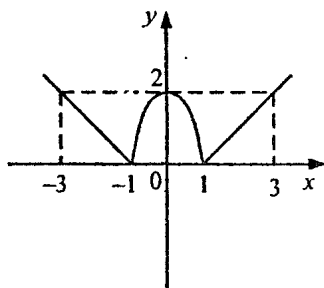
x	-1	0	1
y	0	2	0

$$2) y = x - 1; x > 1$$

x	2	3
y	1	2

$$3) y = -x - 1, x < -1.$$

x	-3	-2
y	2	1



**Ответ:** функция возрастает на каждом из промежутков  $[-1; 0]$  и  $[1; +\infty)$ .

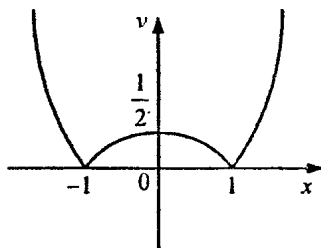
$$4.18(1) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1, & \text{если } x < -1; x > 1 \end{cases}$$

$$1) y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2, \text{ если } -1 \leq x \leq 1.$$

x	-1	0	1
y	0	$\frac{1}{2}$	0

$$2) y = x^2 - 1; x < -1; x > 1$$

x	-3	-2	2	3
y	8	3	3	8



**Ответ:** функция возрастает на каждом из промежутков  $[-1; 0]$  и  $[1; +\infty)$ .

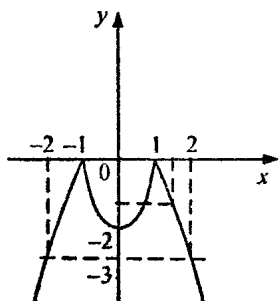
$$4.18(2) f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 2, & \text{если } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 - x^2, & \text{если } x < -1; x > 1 \end{cases}$$

$$1) y = 2x^2 - 2, \text{ если } -1 \leq x \leq 1.$$

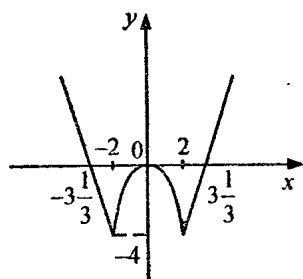
x	-1	0	1
y	0	-2	0

$$2) y = 1 - x^2; x < -1; x > 1$$

x	-2	2
y	-3	-3



**Ответ:** функция возрастает на каждом из промежутков  $(-\infty; -1]$  и  $[0; 1]$ .



$$4.19(1) f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ 3x - 10, & \text{если } x > 2 \\ -3x - 10, & \text{если } x < -2 \end{cases}$$

$$1) y = -x^2; -2 \leq x \leq 2$$

$x$	-2	-1	0	1	2
$y$	-4	-1	0	-1	-4

$$2) y = 3x - 10; x > 2$$

$x$	$\frac{10}{3}$	3
$y$	0	-1

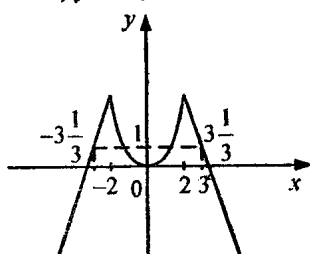
$$3) y = -3x - 10; x < -2$$

$x$	$-3\frac{1}{3}$	-3
$y$	0	-1

Ответ:  $f(x) \geq 0$  если  $x = 0$ ;  $|x| \geq 3\frac{1}{3}$ .

$$4.19(2) f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ 10 - 3x, & \text{если } x > 2 \\ 10 + 3x, & \text{если } x < -2 \end{cases}$$

$$1) y = x^2; -2 \leq x \leq 2$$



$x$	-2	-1	0	1	2
$y$	4	1	0	1	4

$$2) y = 10 - 3x; x > 2$$

$x$	3	$\frac{10}{3}$
$y$	1	0

$$3) y = 10 + 3x; x < -2$$

$x$	$-\frac{10}{3}$	-3
$y$	0	1

Ответ:  $f(x) > 0$ , если  $|x| < 3\frac{1}{3}$ ;  $x \neq 0$

$$4.20(1) f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ 6 - x^2, & \text{если } |x| > 2 \end{cases}$$

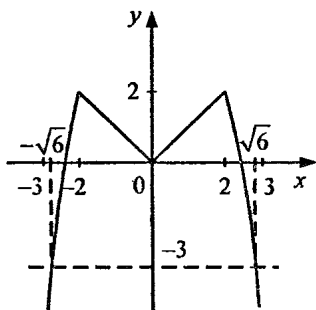
$$1) y = |x|; -2 \leq x \leq 2$$

$x$	-2	0	2
$y$	2	0	2

$$2) y = 6 - x^2; x < -2; x > 2$$

$x$	$-\sqrt{6}$	-3	$\sqrt{6}$	3
$y$	0	-3	0	-3

Ответ:  $f(x) > 0$ , если  $|x| < \sqrt{6}$ ;  $x \neq 0$ .



$$4.20(2) f(x) = \begin{cases} -|x|, & \text{если } |x| \leq 2 \\ x^2 - 6, & \text{если } |x| > 2 \end{cases}$$

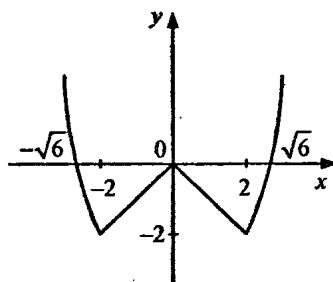
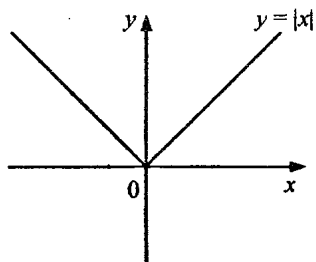
Построим график сразу, помня о том, что  $f(x)$  задана по-разному при различных  $x$ . График  $y = |x|$ .

Общая таблица:

$x$	$-\sqrt{6}$	-2	0	2	$\sqrt{6}$
$y$	0	-2	0	-2	0

В т. 0  $f(x) = 0$  и при  $-2 \leq x \leq 2$  график функции – два отрезка (график  $y = |x|$ ). Слева от  $x = -2$  и справа от  $x = 2$  график функции – часть параболы  $y = x^2 - 6$ , проходящей через точки  $(-\sqrt{6}; 0)$  и  $(\sqrt{6}; 0)$ .

Ответ:  $f(x) \geq 0$ , если  $|x| \geq \sqrt{6}$ ;  $x = 0$ .



$$4.21(1) f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{если } x \leq 0 \\ (x-1)^2, & \text{если } x > 0 \end{cases}$$

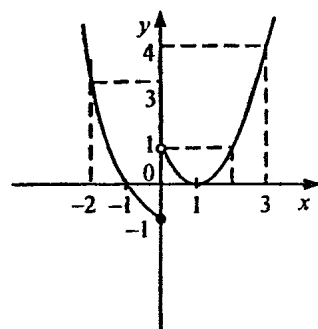
$$1) y = x^2 - 1; x \leq 0$$

$x$	-2	-1	0
$y$	3	0	-1

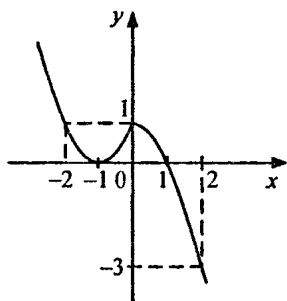
$$2) y = (x-1)^2, x > 0$$

$x$	1	2	3
$y$	0	1	4

Ответ:  $y \geq 0$ , если  $x \leq -1$ ;  $x > 0$







$$4.21(2) \quad f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & \text{если } x < 0 \\ 1-x^2, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

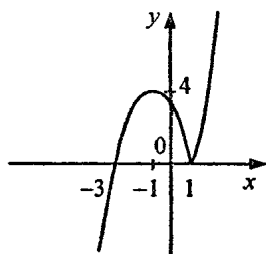
$$1) y = (x+1)^2; x < 0$$

x	-3	-2	-1	0
y	4	1	0	1

$$y = 1-x^2, x \geq 0$$

x	0	1	2
y	1	0	-3

Ответ:  $y > 0$ , если  $x < -1$ ,  $-1 < x < 1$ .



$$4.22(1) \quad f(x) = \begin{cases} (1-x)(x+3); & x \leq 1 \\ (x-1)(x+3); & x > 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3; & x \leq 1 \\ x^2 + 2x - 3; & x > 1 \end{cases}$$

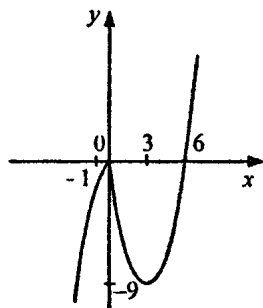
1)  $y = -x^2 - 2x + 3$ ;  $x \leq 1$ . График этой функции – парабола, ветви вниз. Координаты вершины  $x_0 = -1$ ;  $y_0 = 4$ .

x	0	-3	1
y	3	0	0

2)  $y = x^2 + 2x - 3$ ,  $x > 1$ . Это часть параболы с вершиной в т.  $(-1; -4)$ .

x	1	2
y	0	5

Ответ: прямая  $y = m$  имеет с графиком функции 2 общие точки при  $m = 0$ ;  $m = 4$ .



$$4.22(2) \quad f(x) = \begin{cases} x(6-x); & x \leq 0 \\ x(x-6); & x > 0 \end{cases}$$

$$1) y = x^2 - 6x; x > 0$$

x	0	6	3
y	0	0	-9

$$2) y = -x^2 + 6x; x \leq 0$$

x	0	-1
y	0	-7

Ответ: при  $-9 < m < 0$ .

$$4.23(1) \frac{6}{x} > 5 + 2x - x^2. \quad 1) \quad y = \frac{6}{x}$$

график – гипербола, ветви симметричны относительно начала координат.

$x$	1	-2	3	6
$y$	6	-3	2	1

$$2) y = -x^2 + 2x + 5; \quad x^2 - 2x - 5 = 0;$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{6}$$

$x$	$1 - \sqrt{6}$	0	1	$1 + \sqrt{6}$	3	-2
$y$	0	5	6	0	2	-3

Из таблицы и графиков видно, что графики пересекаются в точках  $(-2; -3)$ ;  $(1; 6)$  и  $(3; 2)$ .

Ответ:  $x < -2$ ;  $0 < x < 1$ ;  $x > 3$ .

$$4.23(2) \quad x^2 - 2x - 5 < -\frac{6}{x}$$

1)  $y = x^2 - 2x - 5$  График – парабола, ветви вверх.  $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{6}$

$x$	$1 - \sqrt{6}$	-2	0	1	$1 + \sqrt{6}$	3
$y$	0	3	-5	-6	0	-2

II.  $y = -\frac{6}{x}$  График – гипербола.

$x$	-3	-2	-1	1	2	3
$y$	2	3	6	-6	-3	-2

Графики пересекаются в точках:  $(-2; 3)$ ;  $(1; -6)$ ;  $(3; -2)$ .

Ответ: при  $-2 < x < 0$ ;  $1 < x < 3$ .

$$4.24(1) \quad y = \frac{x^3 - x^2 - 2x}{2x - x^2};$$

$$y = \frac{x(x^2 - x - 2)}{x(2 - x)}. \quad 1) \quad y = \frac{x(x-2)(x+1)}{x(2-x)};$$

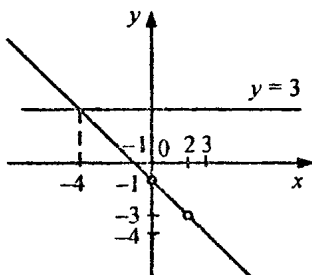
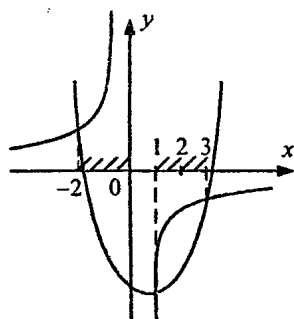
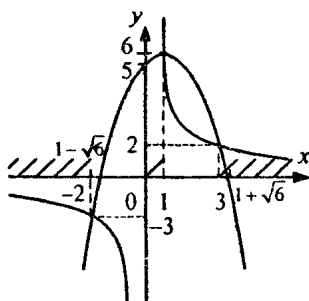
$$y = -x - 1; \quad x \neq 0; \quad x \neq 2.$$

$$2) y = -x - 1$$

$x$	-1	-4
$y$	0	3

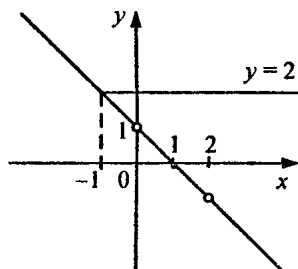
$$3) y \leq 3 \text{ при } x > -4; \quad x \neq 0; \quad x \neq 2.$$

Ответ:  $-4 \leq x < 0$ ;  $0 < x < 2$ ;  $x > 2$ .



$$4.24(2) \quad y = \frac{-x^3 + 3x^2 - 2x}{x^2 - 2x}; \quad y = \frac{-x(x^2 - 3x + 2)}{x(x-2)}; \quad x \neq 0; x \neq 2.$$

$$y = \frac{-x(x-2)(x-1)}{x(x-2)}; \quad y = -x+1 \quad (x \neq 0; x \neq 2)$$



$x$	1	-1
$y$	0	2

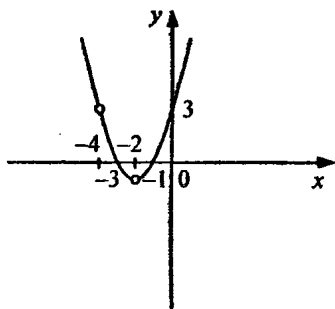
$y \leq 2$  при  $x \geq -1; x \neq 0; x \neq 2$ .

Ответ:  $-1 \leq x < 0; 0 < x < 2; x > 2$ .

$$4.25(1) \quad y = \frac{(x^2 + 7x + 12)(x^2 + 3x + 2)}{x^2 + 6x + 8};$$

$$y = \frac{(x+4)(x+3)(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+4)}; \quad x \neq -2; x \neq -4. \quad y = (x+3)(x+1);$$

1)  $y = x^2 + 4x + 3$  (I) График функции (I) – парабола, ветви вверх.  
 $x_0 = -2; y_0 = -1$ .



2)

$x$	-3	-1	0
$y$	0	0	3

Ответ: Парабола  $y = x^2 + 4x + 3$  с выколотыми точками  $(-2, -1); (-4, 3)$ .

$$4.25(2) y = \frac{(x^2 + 4x + 3)(x^2 - 3x + 2)}{x^2 - x - 2};$$

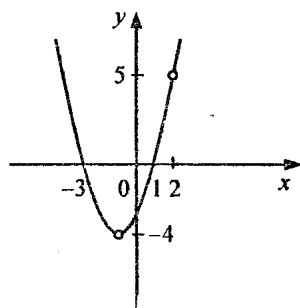
$$y = \frac{(x+3)(x+1)(x-2)(x-1)}{(x-2)(x+1)}; x \neq 2;$$

$$x \neq -1, y = (x+3)(x-1);$$

$y = x^2 + 2x - 3$  (I) График функции (I) – параболa, ветви вверх.

$x$	-3	1	0	-1	2
$y$	0	0	-3	-4	5

Ответ: Парабола  $y = x^2 + 2x - 3$  с выколотыми точками (2; 5) и (-1; -4).



$$4.26(1) f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 1, & \text{если } x \geq 4 \\ -x^2 + 4x - 1, & \text{если } x < 4 \end{cases}$$

$$1) y = (x^2 - 4x + 4) - 5; y = (x-2)^2 - 5, x \geq 4.$$

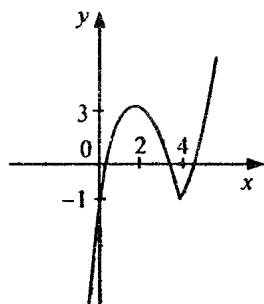
$x$	4	5	6
$y$	-1	4	11

$$2) y = -x^2 + 4x - 1; y = -(x^2 - 4x + 1);$$

$$y = -(x-2)^2 + 3, x < 4. x_0 = 2; y_0 = 3.$$

$x$	-1	0	1	2	4
$y$	-6	-1	2	3	-1

Ответ: прямая  $y = t$  имеет с графиком 2 общие точки при  $t = 3$  и  $t = -1$ .



4.26(2)

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 1, & \text{если } x \geq 1 \\ x^2 + 2x - 5, & \text{если } x < 1 \end{cases}$$

$$1) y = -(x^2 + 2x - 1 + 1 - 1);$$

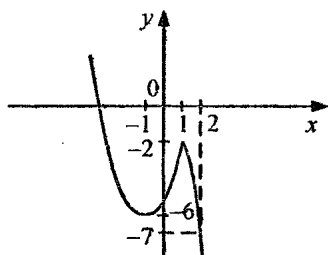
$$y = -(x+1)^2 + 2, x \geq 1$$

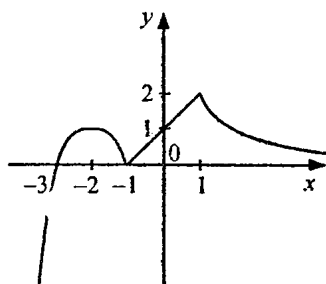
$x$	1	2
$y$	-2	-7

$$2) y = x^2 + 2x + 1 - 1 - 5; y = (x+1)^2 - 6, x < 1.$$

$x$	-4	-3	-1	0	1
$y$	3	-2	-6	-5	-2

Ответ: прямая  $y = t$  имеет с графиком 3 общие точки при  $-6 < t < -2$ .





$$4.27(1) \ y = \begin{cases} -x^2 - 4x - 3, & x \leq -1 \\ x+1, & -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{2}{x}, & x > 1 \end{cases}$$

$$1) \ y = -(x^2 + 4x + 4 - 4 + 3);$$

$$y = -(x+2)^2 + 1, \ x \leq -1.$$

$x$	-4	-3	-2	-1
$y$	-3	0	1	0

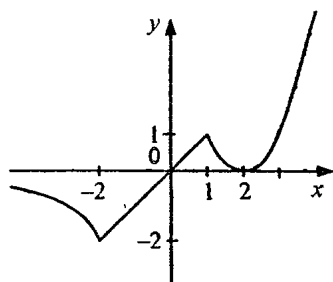
$$2) \ y = x+1, \ -1 < x < 1.$$

$x$	-1	1
$y$	0	2

$$3) \ y = \frac{2}{x}, \ x > 1$$

$x$	2	4	6
$y$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

Ответ: прямая  $y = m$  имеет с графиком 2 общие точки при  $m = 0$ ;  
 $< m < 2$



$$4.27(2)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & \text{если } x \leq -2 \\ x, & \text{если } -2 < x \leq 1 \\ x^2 - 4x + 4, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

$$1) \ y = \frac{4}{x}, \ x \leq -2$$

$x$	-8	-4	-2
$y$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2

$$2) \ y = x^2 - 4x + 4, \ x > 1; \ y = (x-2)^2$$

$x$	2	3	4
$y$	0	1	4

Ответ: прямая  $y = m$  имеет с графиком одну общую точку при  
 $m = -2, m > 1$

4.28(1) 1-й прямой принадлежат точки  $(0; 2); (-3; 0)$ .  $y = kx + b$ ;  
 $b = 2; -3k + 2 = 0; k = \frac{2}{3}; y = \frac{2}{3}x + 2$ . 2-й прямой принадлежат точки

$$(5; 0); (4; 2). \begin{cases} 5k + b = 0 \\ 4k + b = 2 \end{cases}; k = -2; b = 10; y = -2x + 10.$$

Ответ:  $y = \begin{cases} \frac{2}{3}x + 2, & \text{если } x \leq 3 \\ -2x + 10, & \text{если } x > 3 \end{cases}$ .

4.28(2) 1) 1-й прямой принадлежат точки  $(-2; 0); (0; -3)$ .

2) уравнение прямой  $y = kx + b$

$$\begin{cases} -2k + b = 0 \\ b = -3 \end{cases}; k = -1,5; b = -3; y = -1,5x - 3.$$

3) 2-я прямая проходит через точки  $(4; 0); (5; 3)$ .

$$\begin{cases} 4k + b = 0 \\ 5k + b = 3 \end{cases} \begin{cases} b = -4k \\ 5k - 4k = 3 \end{cases}; k = 3; b = -12; y = 3x - 12$$

$$4) y = \begin{cases} -1,5x - 3, & x \leq 2 \\ 3x - 12, & x > 2 \end{cases}$$

Ответ:  $y = \begin{cases} -1,5x - 3, & \text{если } x \leq 2 \\ 3x - 12, & \text{если } x > 2 \end{cases}$

4.29(1) 1) Прямая (слева) проходит через точки  $(-4; 0); (-2; 2)$

$$\begin{cases} -4k + b = 0 \\ -2k + b = 2 \end{cases} \begin{cases} b = 4k \\ -2k + 4k = 2 \end{cases}; k = 1; b = 4; y = x + 4.$$

Ответ:  $y = \begin{cases} x + 4, & \text{если } x \leq -2 \\ |x|, & \text{если } -2 < x \leq 3 \\ 3, & \text{если } x > 3 \end{cases}$ .

4.29(2) 1) Прямая (слева) проходит через точки  $(-4; 0); (-2, -2)$

$$\begin{cases} -4k + b = 0 \\ -2k + b = -2 \end{cases} \begin{cases} b = 4k \\ -2k + 4k = -2 \end{cases}; k = -1; b = -4; y = -x - 4$$

Ответ:  $y = \begin{cases} -x - 4, & \text{если } x \leq -2 \\ -|x|, & \text{если } -2 < x \leq 3 \\ -3, & \text{если } x > 3 \end{cases}$

4.30(1)  $y = ax^2 + bx + 2$

1) Точке  $A(-2; -4)$  относительно прямой  $x = 2$  будет симметрична точка  $N(6; -4)$ .

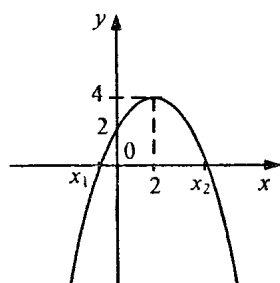
2) Точки  $(-2; -4)$  и  $(6; -4)$  принадлежат параболы.

$$3) \begin{cases} 4a - 2b + 2 = -4 \\ 36a + 6b + 2 = -4 \end{cases} \begin{cases} 4a - 2b = -6 \\ 36a + 6b = -6 \end{cases} \begin{cases} 2a - b = -3 \\ 6a + b = -1 \end{cases}; a = -\frac{1}{2}, b = 2.$$

Функция задается формулой

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2.$$

График – парабола, ветви вниз.



$$4) \begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a}, \\ y_0 = f(x_0), \end{cases} \begin{cases} x_0 = 2, \\ y_0 = 4, \end{cases} -x^2 + 4x + 4 = 0;$$

$$x^2 - 4x - 4 = 0; x = 2 \pm \sqrt{8};$$

$$x_1 \approx 4,8; x_2 \approx -0,8$$

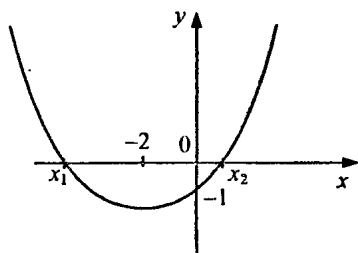
$x$	-2	0	2	4
$y$	-4	2	4	2

Ответ: функция задана формулой  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$ .

$$4.30(2) y = ax^2 + bx - 1$$

1) Точке  $M(4; 7)$  относительно прямой  $x = -2$  будет симметрична точка  $N(-8; 7)$ .

2) Парабола  $y = ax^2 + bx - 1$  проходит через точки  $M$  и  $N$ , следовательно



$$\begin{cases} 64a - 8b - 1 = 7 \\ 16a + 4b - 1 = 7 \end{cases} \begin{cases} 64a - 8b = 8 \\ 16a + 4b = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8a - b = 1 \\ 4a + b = 2 \end{cases}; a = \frac{1}{4}; b = 1$$

Функция задается формулой

$$y = \frac{1}{4}x^2 + x - 1.$$

График – парабола, ветви вверх.  $x_0 = -2; y_0 = -2; \frac{1}{4}x^2 + x - 1 = 0$ ,

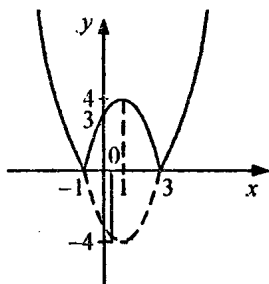
$$x^2 + 4x - 4 = 0; x = -2 \pm \sqrt{8} = -2 \pm 2\sqrt{2}; x_1 \approx -4,8; x_2 \approx 0,8$$

Ответ: функция задана формулой  $y = \frac{1}{4}x^2 + x - 1$

**4.31(1)**  $y = |x^2 - 2x - 3|$ ;  $y \geq 0$  при любом значении  $x$ .

1)  $x_1 = 3$ ;  $x_2 = -1$ ;  $x_0 = 1$ ;  $y_0 = -4$  (для  $y = x^2 - 2x - 3$ ).

Для построения данного графика, построим график функции  $y = x^2 - 2x - 3$  и отобразим часть параболы, находящуюся ниже оси  $Ox$ , симметрично относительно этой оси.



$x$	-2	-1	0	1	3	4
$y$	5	0	3	4	0	5

**Ответ:** Прямая  $y = m$  может иметь с графиком:

1) 2 общие точки (при  $m = 0$  и  $m > 4$ );

2) 3 общие точки (при  $m = 4$ );

3) 4 общие точки (при  $0 < m < 4$ ).

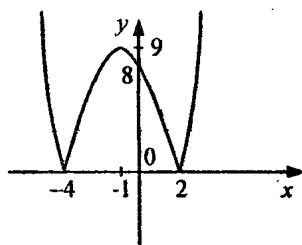
**4.31(2)**

$y = |-x^2 - 2x + 8| = |x^2 + 2x - 8|$ ;  $y \geq 0$  при

любом значении  $x$ ;

1)  $y = 0$  при  $x = -4$ ;  $x = 2$ ;

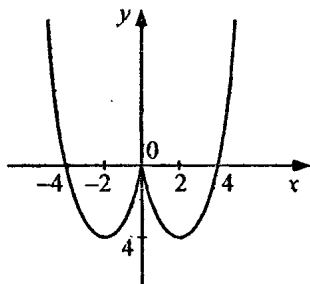
$x$	-3	-4	-1	0	2	3
$y$	5	0	9	8	0	7



**Ответ:** прямая  $y = m$  может иметь с графиком 2 общие точки при  $m = 0$  и  $m > 9$ ; 3 общие точки при  $m = 9$ ; 4 общие точки при  $0 < m < 9$ .

**4.32(1)**  $y = x^2 - 4|x|$ ;  $x^2 - 4|x| = x^2 - 4|-x|$

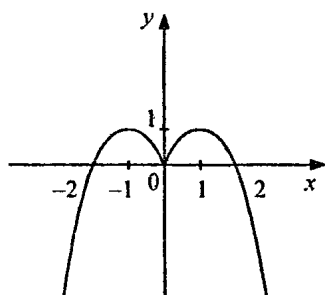
График симметричен относительно  $OY$ . При  $x \geq 0$   $y = x^2 - 4x$ ;  $y = x(x - 4)$ ;  $y = 0$  при  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = 4$ , а также ввиду симметрии графика при  $x_3 = -4$ .



$x$	-5	-4	-2	0	2	4	5
$y$	5	0	-4	0	-4	0	5

**Ответ:** прямая  $y = m$  может иметь с графиком 2 общие точки (при  $m = -4$  и  $m > 0$ ); 3 общие точки (при  $m = 0$ ); 4 общие точки при  $-4 < m < 0$ .





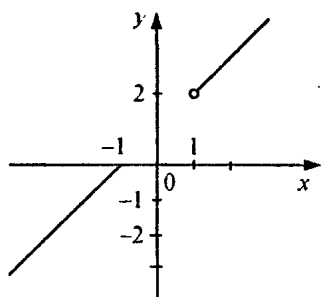
$$4.32(2) \quad y = -x^2 + 2|x|; \quad -x^2 + 2|x| = -(-x)^2 + 2|-x|$$

График симметричен относительно ОУ. При  $x \geq 0$   $y = -x^2 + 2x$ ;  $y = x(-x + 2)$ ;  $y = 0$  при  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = 2$ , а также при  $x_3 = -2$ .

$$1) \quad y = -x^2 + 2x; \quad y = -x(x-2)$$

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y$	-3	0	1	0	1	0	-3

Ответ: прямая  $y = m$  может иметь с графиком 2 общие точки при  $m = 1$  и  $m < 0$ ; 3 общие точки (при  $m = 0$ ); 4 общие точки при  $0 < m < 1$



$$4.33(1) \quad y = \frac{(\sqrt{x^2 - 1})^2}{x - 1} = \frac{x^2 - 1}{x - 1},$$

$x^2 - 1 \geq 0$ , т.к.  $x^2 - 1$  стоит под знаком радикала,  $x \neq 1$  Далее:  $\frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$ ;

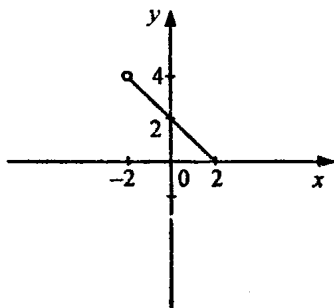
$$x^2 \geq 1; \quad x \neq 1; \quad x > 1; \quad x \leq -1.$$

График функции  $y = x + 1$  — две части прямой линии:

$x$	-3	-1	2	3
$y$	2	0	3	4
	$x \leq -1$		$x > 1$	

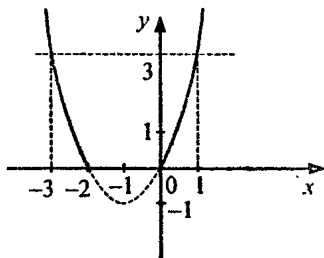
$$4.33(2) \quad y = \frac{(\sqrt{4 - x^2})^2}{x + 2}; \quad 4 - x^2 \geq 0, \quad x \neq -2; \quad y = \frac{4 - x^2}{x + 2} = 2 - x,$$

$$x^2 \leq 4, \quad -2 < x \leq 2$$



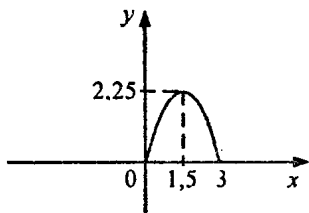
$$4.34(1) y = x^2 + 2x; x^2 + 2x \geq 0$$

График функции – верхняя часть ( $y \geq 0$ ) параболы. Ветви направлены вверх;  $x^2 + 2x = x(x + 2)$ ; точки пересечения параболы с осью  $Ox$ :  $x = 0$  и  $x = -2$ , координаты вершины:  $x = -1$ ;  $y = -1$ . График симметричен относительно прямой  $x = -1$ .



$$4.34(2) y = 3x - x^2; 3x - x^2 \geq 0.$$

График – часть параболы ( $y \geq 0$ ), ветви которой направлены вниз;  $3x - x^2 = 0$ ,  $x(3 - x) = 0$ ;  $x = 0$ ;  $x = 3$  – точки пересечения с осью  $Ox$ , координаты вершины:  $x = 1,5$ ;  $y = 2,25$ .



$$4.35(1) y = -x + 4\sqrt{x} + 1; x \geq 0.$$

$$1) -x + 4\sqrt{x} + 1 = -(x - 4\sqrt{x} - 1) = -(x - 4\sqrt{x} + 4 - 4 - 1) = -(\sqrt{x} - 2)^2 + 5$$

2)  $y = -(\sqrt{x} - 2)^2 + 5$ . Наибольшее значение этой функции достигается при равенстве нулю отрицательного слагаемого  $-(\sqrt{x} - 2)^2 = 0$ ;  $\sqrt{x} - 2 = 0$ ;  $\sqrt{x} = 2$ ;  $x = 4$ .

Ответ: наибольшее значение функции 5; оно достигается при  $x = 4$

$$4.35(2) y = x - 6\sqrt{x}; x \geq 0.$$

$$1) x - 6\sqrt{x} = x - 6\sqrt{x} + 9 - 9 = (\sqrt{x} - 3)^2 - 9.$$

2)  $y = (\sqrt{x} - 3)^2 - 9$ . Наименьшее значение достигается при  $(\sqrt{x} - 3)^2 = 0$ ;  $\sqrt{x} - 3 = 0$ ;  $\sqrt{x} = 3$ ;  $x = 9$ .

Ответ: наименьшее значение функции  $-9$ ; оно достигается при  $x = 9$ .

$$4.36(1) y = \frac{x^2 + 10}{x^2 + 5}. 1) y = \frac{x^2 + 5 + 5}{x^2 + 5}; y = 1 + \frac{5}{x^2 + 5}.$$

Наибольшее значение достигается при наименьшем значении знаменателя второго слагаемого, т.е. при  $x^2 + 5 = 5$ ,  $x = 0$ .

2) при  $x = 0$ ;  $y = 2$ .

Ответ:  $y_{\text{наиб}} = 2$ .

$$4.36(2) \quad y = \frac{x^2 + 6}{x^2 + 8}; \quad y = \frac{x^2 + 8 - 2}{x^2 + 8}; \quad y = 1 - \frac{2}{x^2 + 8}. \quad \text{Наименьшее}$$

значение достигается при наибольшем значении дроби

$$\frac{2}{x^2 + 8}, \text{ т.е. при } x = 0. \text{ Тогда } y_{\text{наим}} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ при } x = 0.$$

$$\text{Ответ: } y_{\text{наим}} = \frac{3}{4}.$$

## 5. Координаты и графики

$$5.1(1) \quad y = kx + b$$

$$1) A(2, 5; 1); \quad k = -0,4$$

$$-0,4 \cdot 2,5 + b = 1; \quad b = 1 + 1; \quad b = 2; \quad y = -0,4x + 2$$

$$2) y = 0; \quad -0,4x + 2 = 0; \quad -0,4x = -2; \quad x = 5.$$

$$\text{Ответ: } y = -0,4x + 2; \quad (5; 0).$$

$$5.1(2) \quad y = kx + b; A(1, 6; -2, 2); k = 0,5$$

$$1) 0,5 \cdot 1,6 + b = -2,2; b = -2,2 - 0,8 = -3; y = 0,5x - 3$$

$$2) y = 0; 0,5x - 3 = 0; x = 6.$$

$$\text{Ответ: } y = 0,5x - 3; (6; 0).$$

$$5.2(1) \quad y = -1,5x + 4; C(7; -2,5)$$

$$k = -1,5; -1,5 \cdot 7 + b = -2,5; b = -2,5 + 10,5 = 8; y = -1,5x + 8.$$

$$\text{Ответ: } y = -1,5x + 8.$$

$$5.2(2) \quad y = 3,6x - 1; D(-0,5; 8,2)$$

$$k = 3,6; -0,5 \cdot 3,6 + b = 8,2; b = 8,2 + 1,8 = 10; y = 3,6x + 10.$$

$$\text{Ответ: } y = 3,6x + 10.$$

$$5.3(1) \quad y = kx + b; A(18; 0); B(0; 9).$$

$$1) \begin{cases} 18k + b = 0 \\ b = 9 \end{cases}; k = -0,5; b = 9; y = -0,5x + 9$$

$$2) (-42; -12). -0,5 \cdot (-42) + 9 \neq -12; 30 \neq -12$$

$$\text{Ответ: } y = -0,5x + 9; \text{ не проходит.}$$

$$5.3(2) \quad y = kx + b; A(21; 0); B(0; 7)$$

$$1) \begin{cases} 21k + b = 0 \\ b = 7 \end{cases}; k = -\frac{1}{3}; y = -\frac{1}{3}x + 7$$

$$2) (-27; -2); -\frac{1}{3} \cdot (-27) + 7 \neq -2; 16 \neq -2.$$

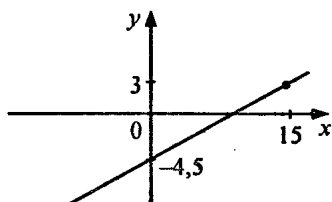
$$\text{Ответ: } y = -\frac{1}{3}x + 7; \text{ не проходит.}$$

**5.4(1)**  $y = kx + b$ . Точки с координатами  $(0; -4,5)$  и  $(15; 3)$  принадлежат данной прямой.

$$\begin{cases} b = -4,5 \\ 15k + b = 3 \end{cases}; 15k - 4,5 = 3;$$

$$15k = 7,5; k = 0,5; y = 0,5x - 4,5.$$

**Ответ:**  $y = 0,5x - 4,5$ ; во II координатной четверти.



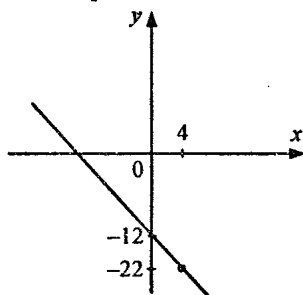
**5.4(2)**  $y = kx + b$ . Точки с координатами  $(0; -12)$  и  $(4; -22)$  принадлежат данной прямой.

$$\begin{cases} b = -12 \\ 4k + b = -22 \end{cases}$$

$$1) 4k = -22 + 12; 4k = -10; k = -2,5$$

$$2) y = -2,5x - 12$$

**Ответ:**  $y = -2,5x - 12$ ; в I координатной четверти.



**5.5(1)**  $y = 2x^2 - 12x + c$

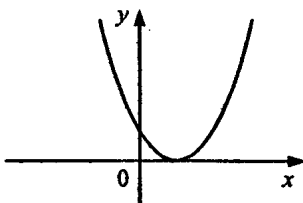
$$D = b^2 - 4ac = 144 - 8c = 0;$$

$$c = 18; y = 2x^2 - 12x + 18$$

$$y = 2(x^2 - 6x + 9); y = 2(x - 3)^2;$$

$$y = 0, \text{ если } x = 3.$$

**Ответ:**  $c = 18$ ;  $(3; 0)$ .



**5.5(2)**  $y = ax^2 + 12x + 12$ ;  $D = 144 - 48a = 0$ ;  $a = 3$

$$y = 3x^2 + 12x + 12; y = 3(x^2 + 4x + 4); y = 3(x + 2)^2; y = 0 \text{ при } x = -2$$

**Ответ:**  $a = 3$ ;  $(-2; 0)$ .

**5.6(1)**  $y = ax^2 - 4x + 2$ ;  $D = (3; -1)$

$$1) 9a - 12 + 2 = -1; 9a = 9; a = 1;$$

$$2) y = x^2 - 4x + 2; D = 16 - 8 > 0$$

**Ответ:**  $a = 1$ ; пересекает.

**5.6(2)**  $y = 2x^2 + bx + 3$ ;  $B(2; 9)$

$$1) 8 + 2b + 3 = 9; 2b = -2; b = -1;$$

$$2) 2x^2 - x + 3 = y; D = 1 - 24 < 0$$

**Ответ:**  $b = -1$ ; не пересекает.

**5.7(1)**  $y = ax^2 + bx + c$ ;  $B(-1; 1/4)$ ;  $x_0 = 0$ ;  $y_0 = 0$ ;

$$1) x_0 = -\frac{b}{2a}; b = 0; f(0) = c; c = 0; a - b + c = \frac{1}{4}; a = \frac{1}{4}.$$

$$2) y = \frac{1}{4}x^2; \frac{x^2}{4} = 9; x^2 = 36; x_1 = 6; x_2 = -6.$$

**Ответ:**  $y = \frac{1}{4}x^2$ ;  $(6; 9)$ ;  $(-6; 9)$ .

$$5.7(2) y = ax^2 + bx + c; a \neq 0; A\left(1; -\frac{1}{3}\right); B(0; 0).$$

$$1) x_0 = -\frac{b}{2a}; -\frac{b}{2a} = 0; b = 0; f(x_0) = f(0) = c; c = 0;$$

$$a + b + c = -\frac{1}{3}; a = -\frac{1}{3}$$

$$2) y = -\frac{1}{3}x^2; -\frac{1}{3}x^2 = -27; x^2 = 81; x_1 = -9; x_2 = 9.$$

$$\text{Ответ: } y = -\frac{1}{3}x^2; (-9; -27); (9; -27).$$

$$5.8(1) y = 2x^2 + c.$$

Точка  $(-\sqrt{3}; 0)$  принадлежит параболе;  $6 + c = 0; c = -6; y = 2x^2 - 6; 2x^2 - 6 = -10; 2x^2 = -4$  (I). Уравнение (I) не имеет решений.

Ответ:  $c = -6$ ; не пересекает.

$$5.8(2) y = -3x^2 + c.$$

Точка  $(\sqrt{2}; 0)$  принадлежит параболе;  $-6 + c = 0; c = 6;$

$$y = -3x^2 + 6; -3x^2 + 6 = 10; -3x^2 = 4; x^2 = -\frac{4}{3} \text{ (I).}$$

Уравнение (I) не имеет корней.

Ответ:  $c = 6$ ; не пересекает.

$$5.9(1) y = -2; 6x + y = 22; 6x - 5y = -2$$

$$\begin{cases} y = -2 \\ 6x + y = 22 \end{cases} \begin{cases} 6x = 24 \\ y = -2 \end{cases} \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases} \begin{cases} y = -2 \\ 6x - 5y = -2 \end{cases} \begin{cases} 6x = -12 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases} \begin{cases} 6x + y = 22 \\ 6x - 5y = -2 \end{cases} \begin{cases} 6y = 24 \\ 6x + y = 22 \end{cases} \begin{cases} y = 4 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ответ:  $(4; -2); (-2; -2); (3; 4).$

$$5.9(2) \begin{cases} 4x - 5y = -3 \\ x + 5y = -7 \end{cases} \begin{cases} 5x = -10 \\ x + 5y = -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \begin{cases} x + 5y = -7 \\ x = 3 \end{cases} \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 5y = -3 \\ x = 3 \end{cases} \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

Ответ:  $(-2; -1); (3; -2); (3; 3).$

## 5.10(1)

$$\begin{cases} 3x - y = 4 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \begin{cases} 2x + y = 6 \\ 2x - y = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \begin{cases} 3x - y = 4 \\ 2x - y = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Ответ: проходят.

## 5.10(2)

$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - y = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}; \begin{cases} 3x + y = 4 \\ 3x - y = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}; \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x - y = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Ответ: проходят.

5.11(1)  $A(-12; -7); B(15; 2); y = kx + b$ 

$$\begin{cases} -12k + b = -7 \\ 15k + b = 2 \end{cases} \begin{cases} 27k = 9 \\ b = 2 - 15k \end{cases} \begin{cases} k = \frac{1}{3} \\ b = -3 \end{cases}; y = \frac{1}{3}x - 3$$

$x$	$0$	$9$
$y$	$-3$	$0$

Ответ:  $y = \frac{1}{3}x - 3$ ;  $(0; -3)$ ;  $(9; 0)$ .

5.11(2)  $A(10; -3); B(-20; 12); y = kx + b$ 

$$\begin{cases} 10k + b = -3 \\ -20k + b = 12 \end{cases} \begin{cases} k = -0,5 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$y = -0,5x + 2$$

$x$	$4$	$0$
$y$	$0$	$2$

Ответ:  $y = -0,5x + 2$ ;  $(4; 0)$ ;  $(0; 2)$ .

5.12(1)  $y = kx + b; A(-15; -16); B(9; 0)$ 

$$\begin{cases} -15k + b = -16 \\ 9k + b = 0 \end{cases} \begin{cases} -24k = -16 \\ b = -9k \end{cases} \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ b = -6 \end{cases}; y = \frac{2}{3}x - 6$$

Ответ:  $y = \frac{2}{3}x - 6$ .

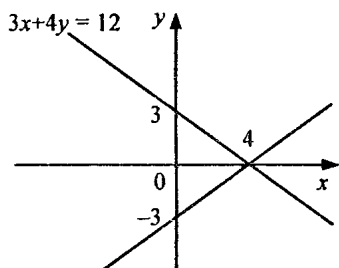
5.12(2)  $y = kx + b; C(8; 3); A(12; 0)$ 

$$\begin{cases} 8k + b = 3 \\ 12k + b = 0 \end{cases} \begin{cases} -4k = 3 \\ b = -12k \end{cases} \begin{cases} k = -\frac{3}{4} \\ b = 9 \end{cases}$$

Ответ:  $y = -\frac{3}{4}x + 9$ .

5.13(1)  $3x+4y=12$

$x$	0	4
$y$	3	0

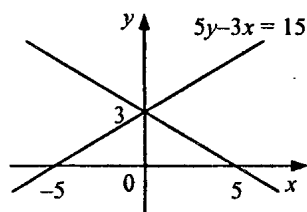


Уравнение симметричной относительно  $Ox$  прямой содержит  $b = -3$ ; эта прямая проходит через точку

$$(4; 0); 4k-3=0; k=\frac{3}{4}$$

$$2) y=\frac{3}{4}x-3 \text{ или } 3x-4y=12$$

Ответ:  $y=\frac{3}{4}x-3$  или  $3x-4y=12$ .



5.13(2)  $5y-3x=15$

$x$	0	-5
$y$	3	0

1) Прямая проходит через точку  $(5; 0)$ ,  $b=3$ ;

$$y=kx+b; 5k+3=0; k=-\frac{3}{5}; y=-\frac{3}{5}x+3 \text{ или } 5y+3x=15$$

Ответ:  $y=-\frac{3}{5}x+3$  или  $5y+3x=15$ .

5.14(1)  $A(12; 3); B(14; 7); y=kx+b$

$$1) \begin{cases} 12k+b=3 \\ 14k+b=7 \end{cases}$$

$$k=2; b=-21. \text{ Уравнение прямой } AB: y=2x-21.$$

$$2) C(-5; -28); 2(-5)-21 \neq -28$$

Ответ: нет.

5.14(2)  $M(-8; 12); N(-10; 18); y=kx+b$

$$1) \begin{cases} -8k+b=12 \\ -10k+b=18 \end{cases}$$

$$k=-3; b=-12; y=-3x-12 - \text{уравнение прямой } MN$$

$$2) Q(10; -42); -3 \cdot 10 - 12 = -42 \text{ верно.}$$

$Q$  лежит на прямой  $MN$ .

Ответ: да.

**5.15(1)**  $A(2; 5); B(8; 5); C(8; 2); y = kx + b$

$$AB: \begin{cases} 2k + b = 5 \\ 8k + b = 5 \end{cases} \begin{cases} k = 0, \\ b = 5; \end{cases} y = 5$$

$$AC: \begin{cases} 2k + b = 5 \\ 8k + b = 2 \end{cases} \begin{cases} -6k = 3 \\ b = 5 - 2k \end{cases} \begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ b = 6; \end{cases} y = -\frac{1}{2}x + 6.$$

$$BC: \begin{cases} 8k + b = 5; \\ 8k + b = 2. \end{cases} x = 8$$

**Ответ:**  $AB: y = 5; AC: y = -\frac{1}{2}x + 6; BC: x = 8.$

**5.15(2)**  $M(-1; 4); N(5; 4); P(-1; -8)$

$$MN: \begin{cases} -k + b = 4 \\ 5k + b = 4 \end{cases} \begin{cases} k = 0 \\ b = 4 \end{cases} y = 4 \quad MP: \begin{cases} -k + b = 4 \\ -k + b = -8 \end{cases} x = -1$$

$$NP: \begin{cases} 5k + b = 4 \\ -k + b = -8 \end{cases} \begin{cases} k = 2 \\ b = -6 \end{cases} y = 2x - 6$$

**Ответ:**  $MN: y = 4; MP: x = -1; NP: y = 2x - 6.$

**5.16(1)**  $y = 2x^2 + bx + 18;$

1)  $D = b^2 - 144 = 0; b_1 = -12; b_2 = 12$

2)  $y = 2x^2 + 12x + 18 (b = 12); y = 2(x^2 + 6x + 9); y = 2(x+3)^2; y = 0$  при  $x = -3$

3)  $y = 2x^2 - 12x + 18 (b = -12); y = 2(x^2 - 6x + 9); y = 2(x-3)^2; y = 0$  при  $x = 3.$

**Ответ:**  $(-3; 0); (3; 0).$

**5.16(2)** 1)  $y = -3x^2 + bx - 3; D = b^2 - 36 = 0; b_1 = -6; b_2 = 6$

2)  $y = -3x^2 - 6x - 3; y = -3(x^2 + 2x + 1); y = -3(x+1)^2; y = 0; x = -1 (b = -6)$

4)  $y = -3x^2 + 6x - 3; y = -3(x^2 - 2x + 1); y = -3(x-1)^2; y = 0; x = 1 (b = 6)$

**Ответ:**  $(1; 0); (-1; 0).$

**5.17(1)**  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0).$  Вершина в точке  $A(0; -3); B(6; 15).$

1)  $c = -3$ , т.к. парабола проходит через точку  $A$ ;  $36a + 6b - 3 = 15$ ,

т.к. парабола проходит через точку  $B$ ;  $36a + 6b = 18; 6a + b = 3;$

$$x_0 = -\frac{b}{a}; b = 0, \text{ следовательно } a = \frac{1}{2}.$$

2)  $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$  — уравнение параболы.

3)  $y = 0; \frac{1}{2}x^2 - 3 = 0; x^2 = 6; x_1 = -\sqrt{6}; x_2 = \sqrt{6}$

**Ответ:**  $(-\sqrt{6}; 0); (\sqrt{6}; 0)$



5.17(2)  $C(0; 5)$  – вершина параболы; парабола проходит через  $B(4; -3)$ .

1)  $y = ax^2 + bx + c$ ;  $c = 5$ , т.к. парабола проходит через точку  $(0; 5)$ .

Далее  $16a + 4b + 5 = -3$  (т.  $B$  принадлежит параболе);  $x_0 = -\frac{b}{2a}$ ;  $x_0 = 0$ ;

$$b = 0; 16a = -8; a = -\frac{1}{2}.$$

2)  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$  – уравнение параболы.

$$y = 0; x^2 = 10; x_1 = -\sqrt{10}; x_2 = \sqrt{10}.$$

Ответ:  $(-\sqrt{10}; 0); (\sqrt{10}; 0)$ .

$$5.18(1) y = ax^2 - 2x - 3$$

1)  $D > 0$ ;  $a < 0$ ;  $D = 4 + 12a$ ;  $4 + 12a > 0$ ;  $12a > -4$ ;  $a > -\frac{1}{3}$ ;

$$2) -\frac{1}{3} < a < 0.$$

Ответ:  $-\frac{1}{3} < a < 0$ .

$$5.18(2) y = ax^2 - 3x + 1$$

1)  $D > 0$ ;  $a > 0$ ;  $D = 9 - 4a$ ;  $9 - 4a > 0$ ;  $-4a > -9$ ;  $a < 2,25$ .

2)  $0 < a < 2,25$ .

Ответ:  $0 < a < 2,25$ .

5.19(1)  $y = -x^2 + px + q$ . Парабола проходит через точки  $(-2; 0)$  и  $(0; 8)$ :

$$1) \begin{cases} -4 - 2p + q = 0, \\ q = 0; \end{cases} \begin{cases} -4 - 2p + 8 = 0, \\ q = 8; \end{cases} \begin{cases} p = 2, \\ q = 8. \end{cases}$$

2)  $y = -x^2 + 2x + 8$ ;  $y = 0$ ;  $x^2 - 2x - 8 = 0$ ;  $x_1 = 4$ ;  $x_2 = -2$ .

Ответ:  $(4; 0)$ .

$$5.19(2) y = x^2 + px + q.$$

Парабола проходит через точки  $(-1; 0)$  и  $(0; -5)$ :

$$1) \begin{cases} 1 - p + q = 0, \\ q = -5; \end{cases} \begin{cases} 1 - p - 5 = 0, \\ q = -5; \end{cases} \begin{cases} p = -4, \\ q = -5. \end{cases}$$

2)  $y = x^2 - 4x - 5$ ;  $y = 0$ ;  $x^2 - 4x - 5 = 0$ ;  $x_1 = 5$ ;  $x_2 = -1$ .

Ответ:  $(5; 0)$ .

$$5.20(1) y = x^3 - x^2 - 4x + 4; x = 0; y = 4; B(0; 4); y = 0; x^3 - x^2 - 4x + 4 = x^2(x-1) - 4(x-1) = (x-1)(x-2)(x+2) = 0 \text{ при: } x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = -2.$$

Ответ:  $A(-2; 0)$ ;  $B(0; 4)$ ;  $C(2; 0)$ .

**5.20(2)**  $y = -x^3 - 2x^2 + x + 2$ ;  $x = 0$ ;  $y = 2$ ;  $K(0; 2)$ ;  $y = 0$ ;  
 $-x^2(x+2) + (x+2) = (x+2)(1-x)(1+x) = 0$  при  $x_1 = -2$ ;  $x_2 = 1$ ;  $x_3 = -1$ .

**Ответ:**  $M(-2; 0)$ ;  $N(-1; 0)$ ;  $K(0; 2)$ .

**5.21(1)**  $y = -9x^4 + 10x^2 - 1$ ,  $x = 0$ ;  $y = -1$ ;  $B(0; -1)$ .

$y = 0$ ;  $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$ ;  $x^2 = x$ ;  $a > 0$ ;  $9a^2 - 10a + 1 = 0$ ;

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 9}}{9} = \frac{5 \pm 4}{9}; a_1 = 1; a_2 = \frac{1}{9}; x^2 = 1; x_1 = -1; x_2 = 1;$$

$$x^2 = \frac{1}{9}; x_3 = -\frac{1}{3}; x_4 = \frac{1}{3}.$$

**Ответ:**  $A(-1; 0)$ ;  $C(\frac{1}{3}; 0)$ ;  $B(0; -1)$ .

**5.21(2)**  $y = 4x^4 - 5x^2 + 1$ ;  $x = 0$ ;  $y = 1$ ;  $K(0; 1)$ .

$y = 0$ ;  $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ ;  $x^2 = a$ ;  $a > 0$ ;  $4a^2 - 5a + 1 = 0$

$$a = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{8} = \frac{5 \pm 3}{8}; a_1 = 1; a_2 = \frac{1}{4};$$

$$x^2 = \frac{1}{4}; x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = \frac{1}{2}; x^2 = 1; x_3 = -1; x_4 = 1$$

**Ответ:**  $K(0; 1)$ ;  $L(-\frac{1}{2}; 0)$ ;  $M(1; 0)$ .

**5.22(1)** Поскольку координата по оси  $Ox$  точки  $B$  отрицательна,

рассмотрим систему  $\begin{cases} (x+4)^2 + y^2 = 10. \\ y = -x; \end{cases}$

1)  $(x+4)^2 + x^2 = 10$ ;  $2x^2 + 8x + 16 - 10 = 0$ ;  $2x^2 + 8x + 6 = 0$ ;  $x^2 + 4x + 3 = 0$ ;  $x_1 = -3$ ;  $x_2 = -1$ ;  $y_1 = -x_1 = 3$ ;  $y_2 = -x_2 = 1$ . Точка  $B$  имеет координаты  $(x_2; y_2)$ , т.к. она ближе к оси  $Oy$ , чем вторая точка пересечения графиков:  $B(-1; 1)$ .

**Ответ:**  $B(-1; 1)$ .

**5.22(2)**  $\begin{cases} (x-4)^2 + y^2 = 10 \\ y = -|x| \end{cases}$ . Абсцисса точки  $C$  положительна, по-

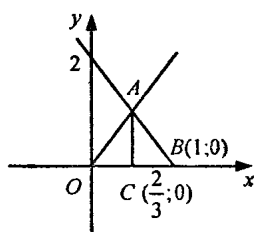
этому  $-|x| = -x$ , и второе уравнение системы примет вид  $y = -x$ .

Далее:  $\begin{cases} (x-4)^2 + y^2 = 10 \\ y = -x \end{cases}$

$$x^2 - 8x + 16 + (-x)^2 - 10 = 0; 2x^2 - 8x + 6 = 0; x^2 - 4x + 3 = 0;$$

$x_1 = 3$ ;  $x_2 = 1$ ;  $y_1 = -3$ ;  $y_2 = -1$ . Точка  $C(3; -3)$  расположена на рисунке правее точки  $(1; -1)$ .

**Ответ:**  $C(3; -3)$ .



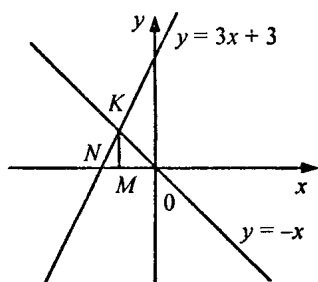
$$5.23(1) 1) \begin{cases} y = -2x + 2, \\ y = x; \end{cases} \quad 3x = 2; \quad x = \frac{2}{3};$$

$$y = \frac{2}{3}; \quad \left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right) - \text{точка } A. \quad \begin{cases} y = -2x + 2, \\ y = 0; \end{cases}$$

$$2x = 2; x = 1; y = 0; (1; 0) - \text{точка } B.$$

$$\text{Имеем: } B(1; 0); A\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right); O(0; 0). \quad S = \frac{1}{2} OB \cdot AC; \quad S = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{3}.$$



$$5.23(2) 1) \begin{cases} y = 3x + 3, \\ y = -x; \end{cases} \quad 4x = -3;$$

$$x = -\frac{3}{4}; \quad y = \frac{3}{4}; \quad K\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right)$$

$$2) \begin{cases} y = 3x + 3, \\ y = 0; \end{cases} \quad x = -1; \quad y = 0;$$

$$N(-1; 0). \quad K\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right); \quad N(-1; 0); \quad O(0; 0).$$

$$3) S = \frac{1}{2} KM \cdot |NO|; \quad |NO| = 1; \quad KM = \frac{3}{4}; \quad S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{3}{8}.$$

$$5.24(1) y = kx + b \text{ уравнение прямой, } y = \frac{3}{x} - \text{гипербола.}$$

$$1) y = kx + 3 \text{ (прямая проходит через точку } (0; 3)); (x_0; y_0) - \text{координаты точки касания.}$$

$$\begin{cases} y_0 = kx_0 + 3, \\ y_0 = \frac{3}{x_0}; \end{cases} \quad \frac{3}{x_0} = kx_0 + 3; \quad kx_0^2 + 3x_0 - 3 = 0 \quad (I)$$

$$2) \text{ Уравнение (I) имеет единственное решение, если:}$$

$$D = 9 + 12k = 0; \quad k = -\frac{3}{4}.$$

$$3) \text{ Уравнение прямой: } y = -\frac{3}{4}x + 3; \quad y = 0; \quad \frac{3}{4}x = 3; \quad x = 4.$$

$$\text{Ответ: } (4; 0).$$

**5.24(2)**  $y = kx + b$  уравнение прямой.

1)  $y = kx - 1$  (точка  $(0; -1)$  принадлежит прямой);  $(x_0; y_0)$  — точка касания.

$$\begin{cases} y_0 = kx_0 - 1, \\ y_0 = \frac{1}{x_0}; \end{cases} \quad \frac{1}{x_0} = kx_0 - 1; \quad kx_0^2 - x_0 - 1 = 0 \quad (I)$$

Уравнение (I) имеет единственное решение, если:

$$D = 1 + 4k = 0; \quad k = -\frac{1}{4}.$$

2) Уравнение прямой:  $y = -\frac{1}{4}x - 1; y = 0; -\frac{1}{4}x - 1 = 0; x = -4$

**Ответ:**  $(-4; 0)$ .

$$5.25(1) \begin{cases} 3x + 2y = c \\ y = \frac{6}{x} \end{cases}; \quad x \neq 0; x > 0; y > 0. \quad 3x + \frac{12}{x} = c; \quad 3x^2 - cx + 12 =$$

$= 0$  (I). Уравнение (I) имеет единственное решение, если  $D = c^2 - 144 = 0; c^2 = 144; c_1 = -12; c_2 = 12; 3x + \frac{12}{x} = 12; 3x^2 - 12x + 12 = 0; x^2 - 4x + 4 = 0; (x-2)^2 = 0; x = 2; y = 3. (2; 3) — точка касания; 2 > 0; 3 > 0.$

**Ответ:**  $(2; 3)$ .

$$5.25(2) \begin{cases} 2x - 3y = c \\ y = -\frac{6}{x} \end{cases}; \quad x \neq 0; x < 0$$

$2x + \frac{18}{x} = c; 2x^2 - cx + 18 = 0$  (I). Уравнение (I) имеет единственное решение, если  $c^2 - 144 = 0; c_1 = -12; c_2 = 12.$

$$2x + \frac{18}{x} = -12; 2x^2 + 12x + 18 = 0; x^2 + 6x + 9 = 0, (x+3)^2 = 0, x = -3;$$

$y = 2; (-3; 2) — точка касания; -3 < 0.$

**Ответ:**  $(-3; 2)$ .

**5.26(1)** По условию  $x_0 < 0; y_0 > 0$ , где  $(x_0; y_0)$  — точка касания. Уравнение прямой  $y = kx - 2; \begin{cases} y_0 = x_0^2 - 3x_0 + 2 \\ y_0 = kx_0 - 2 \end{cases}; \quad kx_0 - 2 = x_0^2 - 3x_0 + 2,$

$$x_0^2 - 3x_0 - kx_0 + 4 = 0; \quad x_0^2 - x_0(3+k) + 4 = 0 \quad (I)$$

Уравнение (I) имеет единственное решение, если  $(3+k)^2 - 16 = 0; 3+k = 4$  или  $3+k = -4; k_1 = 1; k_2 = -7.$

Условию удовлетворяет  $k_2 = -7$ . Уравнение прямой  $y = -7x - 2$ .

$$\begin{cases} y = -7x - 2 \\ y = x^2 - 3x + 2; \end{cases} \quad x < 0; \quad x^2 - 3x + 2 = -7x - 2; \quad x^2 + 4x + 4 = 0; \quad (x+2)^2 = 0$$

$$x_0 = -2; y_0 = 12.$$

**Ответ:**  $(-2; 12)$ .

**5.26(2)**  $y = kx + 2$  – уравнение прямой.  $(x_0; y_0)$  – точка касания; по

$$\text{условию } x_0 > 0; y_0 > 0; \begin{cases} y_0 = x_0^2 + x_0 + 3 \\ y_0 = kx_0 + 2 \end{cases}$$

$$kx_0 + 2 = x_0^2 + x_0 + 3; \quad x_0^2 + x_0 - kx_0 + 1 = 0; \quad x_0^2 + x_0(1-k) + 1 = 0 \quad (I)$$

Уравнение (I) имеет единственное решение, если  $(1-k)^2 - 4 = 0$ ;  
 $1-k = 2; k_1 = -1; 1-k = -2; k_2 = 3$ .

$$1) \begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = x^2 + x + 3; \end{cases} \quad 3x + 2 = x^2 + x + 3; \quad x^2 - 2x + 1 = 0; \quad (x-1)^2 = 0; \quad x = 1; \quad y = 5.$$

$$2) \begin{cases} y = -x + 2 \\ y = x^2 + x + 3; \end{cases} \quad x^2 + x + 3 = -x + 2; \quad x^2 + 2x + 1 = 0; \quad x = -1 < 0.$$

**Ответ:**  $(1; 5)$ .

$$\mathbf{5.27(1)} \quad 1) y = kx - 2 \text{ – уравнение касательной; } \begin{cases} y = kx - 2 \\ y = x^2 - 1 \end{cases}$$

а)  $kx - 2 = x^2 - 1; \quad x^2 - kx + 1 = 0 \quad (I)$ . Уравнение (I) имеет единственное решение, если  $k^2 - 4 = 0; k_1 = 2; k_2 = -2$ .

2) Уравнения касательных:  $y = 2x - 2; y = -2x - 2; 2x - 2 = 0; x = 1, -2x - 2 = 0; x = -1$ .

**Ответ:**  $(-1; 0); (1; 0)$ .

**5.27(2)**  $y = kx + 10$  – уравнение касательной.

$$\begin{cases} y = kx + 10 \\ y = 1 - x^2 \end{cases}$$

$$1) kx + 10 = 1 - x^2; \quad x^2 + kx + 9 = 0; \quad D = 0; \quad k^2 - 36 = 0; \quad k_1 = -6; \quad k_2 = 6.$$

$$2) \text{ Уравнения касательных: } y = 6x + 10; y = -6x + 10.$$

$$\begin{cases} y = 6x + 10 \\ y = 1 - x^2; \end{cases} \quad 6x + 10 = 1 - x^2; \quad x^2 + 6x + 9 = 0; \quad (x+3)^2 = 0; \quad x = -3; \quad y = -8.$$

$$\begin{cases} y = -6x + 10 \\ y = 1 - x^2; \end{cases}$$

$$-6x + 10 = 1 - x^2; \quad x^2 - 6x + 9 = 0; \quad (x-3)^2 = 0; \quad x = 3; \quad y = -8.$$

**Ответ:**  $(3; -8); (-3; -8)$ .

$$5.28(1) \begin{cases} y = x^2 + x - 1 \\ y = kx - 2 \end{cases}$$

1)  $kx - 2 = x^2 + x - 1$ ;  $x^2 + x - kx + 1 = 0$  (I);  $x^2 + x(1-k) + 1 = 0$ . Уравнение (I) не имеет решений, если  $(1-k)^2 - 4 < 0$ ;  $(1-k)^2 < 4$ ;  $-2 < 1-k < 2$ ,  $-3 < -k < 1$ ;  $-1 < k < 3$ , но по условию  $k > 0$ . Следовательно,  $0 < k < 3$ .

Ответ:  $0 < k < 3$ .

$$5.28(2) \begin{cases} y = kx - 7 \\ y = x^2 + 2x - 3 \end{cases}$$

1)  $kx - 7 = x^2 + 2x - 3$ ;  $x^2 + 2x - kx + 4 = 0$ ;  $x^2 + x(2-k) + 4 = 0$  (I)

2) Уравнение (I) имеет 2 решения, если  $D > 0$ ;  $(2-k)^2 - 16 > 0$ ;  $(2-k)^2 > 16$ ;  $2-k < -4$ ;  $-k < -6$ ;  $k > 6$ ;  $2-k > 4$ ;  $-k > 2$ ;  $k < -2$ .

3) По условию  $k > 0$ , следовательно,  $k > 6$ .

Ответ:  $k > 6$ .

5.29(1) 1)  $y = 6x + b$  (уравнение касательной к параболе).

$$2) \begin{cases} y = 6x + b \\ y = x^2 \end{cases}$$

3)  $6x + b = x^2$ ;  $x^2 - 6x - b = 0$  (I). Уравнение (I) имеет единственное решение, если  $D = 36 + 4b = 0$ ;  $b = -9$ . Уравнение касательной:  $y = 6x - 9$

$$3) \begin{cases} y = 6x - 9 \\ y = x^2 \end{cases} \text{ а) } x^2 = 6x - 9; x^2 - 6x + 9 = 0 (x-3)^2 = 0$$

$$4) \begin{cases} x = 3 \\ y = 9 \end{cases}$$

Ответ: (3; 9).

5.29(2) 1)  $y = -4x + b$  (уравнение касательной).

$$2) \begin{cases} y = -4x + b \\ y = x^2 + 1 \end{cases} \text{ а) } x^2 + 1 = -4x + b; x^2 + 4x + 1 - b = 0 \text{ (I).}$$

Уравнение (I) имеет единственное решение, если  $D = 0$ .

$$16 - 4 + 4b = 0; b = -3; y = -4x - 3 \text{ (уравнение касательной)}$$

$$3) \begin{cases} y = -4x - 3 \\ y = x^2 + 1 \end{cases} \text{ а) } x^2 + 1 = -4x - 3; x^2 + 4x + 4 = 0; (x+2)^2 = 0; \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Ответ: (-2; 5).

$$5.30(1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 8 \\ x + y = c \end{cases} \begin{cases} x = c - y \\ (c - y)^2 + y^2 = 8 \end{cases}$$

$$1) c^2 - 2cy + 2y^2 - 8 = 0; 2y^2 - 2cy + c^2 - 8 = 0 \text{ (I)}$$

Уравнение (I) имеет 2 различных корня, если  $D = 4c^2 - 8(c^2 - 8) > 0$ ;  
 $c^2 - 2(c^2 - 8) > 0$ ;  $c^2 - 2c^2 + 16 > 0$ ;  $c^2 < 16$ ;  $-4 < c < 4$ .

Ответ:  $-4 < c < 4$ .

$$5.30(2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 18 \\ x - y = c \end{cases} \begin{cases} x = c + y \\ (c + y)^2 + y^2 = 18 \end{cases}$$

$$1) c^2 + 2cy + 2y^2 - 18 = 0; 2y^2 + 2cy + c^2 - 18 = 0 \quad (I)$$

$$2) \text{ Уравнение (I) не имеет решений, если } D = 4c^2 - 8(c^2 - 18) < 0;$$

$$c^2 - 2(c^2 - 18) < 0; -c^2 < -36; c^2 > 36; c < -6; c > 6.$$

Ответ:  $c < -6$ ;  $c > 6$ .

5.31(1) Парабола проходит через точки  $K(0; 1)$ ;  $L(1; 2)$ ;  $M(-1; 6)$ .  
 $y = ax^2 + bx + c$ ;  $c = 1$ , т.к. точка  $K$  принадлежит параболу,  $a + b + 1 = 2$ ,  
 т.к. точка  $L$  принадлежит параболу,  $a - b + 1 = 6$ , т.к. точка  $M$   
 принадлежит параболу. Имеем:  $\begin{cases} a + b = 1 \\ a - b = 5 \end{cases}$ ;  $a = 3$ ;  $b = -2$ .

$$y = 3x^2 - 2x + 1; x_0 = -\frac{b}{2a}; x_0 = \frac{1}{3}; y_0 = f(x_0); y_0 = \frac{2}{3}$$

Ответ:  $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ .

5.31(2) Парабола проходит через точки  $(0; -3)$ ;  $(2; -7)$ ;  $(-2; -15)$ .

$$b = -3; \begin{cases} 4a + 2b - 3 = -7, \\ 4a - 2b - 3 = -15; \end{cases} \begin{cases} 4a + 2b = -4, \\ 4a - 2b = -12; \end{cases} a = -2; b = 2$$

$$y = -2x^2 + 2x - 3 - \text{уравнение параболы.} \begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} \\ y_0 = f(x_0) \end{cases} \begin{cases} x_0 = \frac{1}{2} \\ y_0 = -2\frac{1}{2} \end{cases}$$

Отвст:  $\left(\frac{1}{2}; -2\frac{1}{2}\right)$ .

$$5.32(1) y = a(x - x_0)^2 + y_0; a > 0. y = a(x + 1)^2 - 8 = ax^2 + 2ax + a - 8;$$

$$y = 0; x^2 + 2x + \frac{a - 8}{a} = 0. x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1 - \frac{a - 8}{a}} = -1 \pm \sqrt{\frac{8}{a}}.$$

Подставляя в это выражение различные  $a > 0$ , будем получать различные пары координат точек пересечения параболы вида  $y = a(x + 1)^2 - 8$  с осью  $OX$ . Для однозначного ответа в условии задачи недостаточно данных. В сборнике приведена парабола  $y = 2(x + 1)^2 - 8$ ;  $a = 2$ ,  $x_1 = -3$ ;  $x_2 = 1$  (см. ответ в сборнике).

$$5.32(2) y = a(x-3)^2 + 4; a < 0.$$

$$(x-3)^2 + \frac{4}{a} = 0; \quad x^2 - 6x + 9 + \frac{4}{a} = 0; \quad x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9 - 9 - \frac{4}{a}},$$

$x_{1,2} = 3 \pm \frac{2}{\sqrt{-a}}$  ( $a < 0$  по условию). Подставляя в это выражение различные  $a < 0$ , будем получать различные пары координат точек пересечения параболы вида  $y = a(x-3)^2 + 4$  с осью  $OX$ . Для однозначного ответа в условии задачи не достаточно данных. В сборнике приведена парабола  $y = -(x-3)^2 + 4$ ;  $a = -1$ ;  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = 5$  (см. ответ в сборнике).

Ответ: (1; 0); (5; 0).

5.33(1)  $y = -x^2 + (n-1)x + n$ ;  $y < 1$ , если координата вершины  $y_0 < 1$  (ветви параболы направлены вниз);  $x_0 = \frac{1-n}{-2} = \frac{n-1}{2}$ ;

$$y_0 = -\left(\frac{n-1}{2}\right)^2 + (n-1)\frac{n-1}{2} + n = \\ = \frac{-n^2 + 2n - 1 + 2n^2 - 4n + 2 + 4n}{4} = \frac{n^2 + 2n + 1}{4} = \frac{(n+1)^2}{4} < 1.$$

$$(n+1)^2 < 4; -2 < n+1 < 2; -3 < n < 1.$$

Ответ:  $-3 < n < 1$ .

$$5.33(2) x^2 + (m+1)x + m > -4; x^2 + (m+1)x + m + 4 > 0;$$

$$D < 0; (m+1)^2 - 4m - 16 < 0; m^2 - 2m - 15 < 0; m_1 = 5; m_2 = -3. -3 < m < 5$$

Ответ:  $-3 < m < 5$ .

5.34(1) 1) График функции  $y = x^2 - 2px - 1$  — парабола; ветви вверх.

$D = 4p^2 + 4 > 0$  при любых значениях  $p$ . Следовательно, парабола пересекает ось  $OX$  в 2-х точках; вершина параболы находится ниже оси  $OX$ .

2) График функции  $y = -x^2 + 4px + p$  парабола; ветви которой направлены вниз. Координаты вершины параболы:

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} \\ y_0 = f(x_0) \end{cases} \begin{cases} x_0 = 2p \\ y_0 = -4p^2 + 8p^2 + p \end{cases} \begin{cases} y_0 = 4p^2 + p, \\ x_0 = 2p; \end{cases} \text{ по условию}$$

$$y_0 = 4p^2 + p > 0 \text{ (вершина 1-й параболы ниже оси } OX; p(4p + 1) > 0 \\ p < -\frac{1}{4}; p > 0.$$

Ответ:  $p < -\frac{1}{4}; p > 0$ .



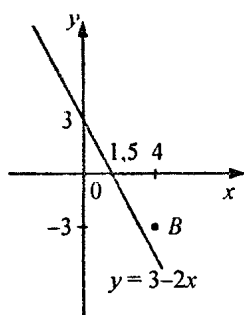
$$5.34(2) \quad 1) y = x^2 - 4mx - 2.$$

График функции – парабола, ветви вверх.  $D = 16m^2 + 8 > 0$  при любых значениях  $m$ . Следовательно, парабола пересекает ось  $OX$  в 2-х точках; вершина параболы ниже оси  $OX$ .

2) График функции  $y = -x^2 - 6mx + m$  парабола, ветви вниз;  
 $x_0 = -\frac{b}{2a}$ ;  $x_0 = \frac{6m}{-2} = -3m$ ;  $y_0 = f(x_0) = f(-3m)$ ;  $y_0 = -9m^2 + 18m^2 + m = 9m^2 + m$ . Условие задачи выполняется, если  $9m^2 + m < 0$ ;

$$m(9m + 1) < 0; m_1 = 0; m_2 = -\frac{1}{9}.$$

Ответ:  $-\frac{1}{9} < m < 0$ .

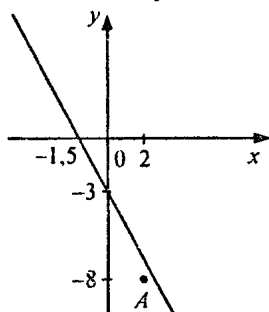


5.35(1) Точки  $A(4, a)$  и  $B(4; -3)$  расположены в разных полуплоскостях относительно прямой  $y = 3 - 2x$

$x$	$0$	$4$
$y$	$3$	$-5$

Точка  $(4; -5)$  расположена на прямой  $y = 3 - 2x$ , следовательно  $B(4; -3)$  расположена выше прямой  $y = 3 - 2x$ , поэтому  $A(4; a)$  должна быть расположена ниже прямой и, следовательно,  $a < -5$ .

Ответ: при  $a < -5$ .



5.35(2) Точки  $A(2; -8)$  и  $B(2; a)$  расположены в разных полуплоскостях относительно прямой  $y = -2x - 3$ .

$x$	$0$	$2$
$y$	$-3$	$-7$

Точка  $(2; -7)$  лежит на прямой  $y = -2x - 3$ ; точка  $A(2; -8)$  расположена ниже прямой  $y = -2x - 3$ ; условие задачи выполнено, если  $a > -7$ .

Ответ: при  $a > -7$ .

$$5.36(1) \quad \begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = a - 5x \end{cases}$$

$$1) 2x + 1 = a - 5x; 7x = a - 1; x = \frac{a - 1}{7};$$

$$x > 0; a - 1 > 0; a > 1.$$

$$2) y = a - \frac{5(a-1)}{7}; y = \frac{2a+5}{7}; y > 0; 2a+5 > 0; a > -2,5.$$

$$3) \begin{cases} a > 1 \\ a > -2,5 \end{cases}$$

Ответ:  $a > 1$ .

$$5.36(2) \begin{cases} y = 2 - 3x \\ y = a + 2x \end{cases}$$

$$1) 2 - 3x = a + 2x; 5x = 2 - a; x = \frac{2-a}{5}; x < 0; 2-a < 0; a > 2.$$

$$2) y = a + \frac{2(2-a)}{5}; y = \frac{3a+4}{5}; y > 0; 3a+4 > 0; a > -\frac{4}{3}$$

$$3) \begin{cases} a > 2 \\ a > -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Ответ:  $a > 2$ .

$$5.37(1) A(-3; 15); B(9; -5); C(24; m). \begin{cases} -3k + b = 15 \\ 9k + b = -5 \end{cases} \quad 3$$

$$\begin{cases} -9k + 3b = 45 \\ 9k + b = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 10 \\ k = -\frac{5}{3} \end{cases} \text{ . Уравнение прямой } AB: y = -\frac{5}{3}x + 10.$$

Точка  $C$  принадлежит прямой  $AB$ .  $m = -\frac{5}{3} \cdot 24 + 10 = -30$

Ответ:  $m = -30$ .

$$5.37(2) A(a; -36); B(12; -4); C(-3; -14)$$

$$1) y = kx + b$$

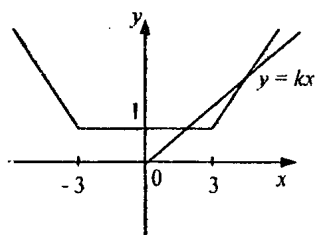
$$\begin{cases} 12k + b = -4 \\ -3k + b = -14 \end{cases} \quad 4 \quad \begin{cases} 12k + b = -4 \\ -12k + 4b = -56 \end{cases}$$

$$\text{Уравнение прямой } BC: \begin{cases} b = -12, \\ k = \frac{2}{3}; \end{cases} y = \frac{2}{3}x - 12.$$

Точка  $A$  принадлежит прямой  $BC$ .

$$\frac{2}{3}a - 12 = -36; \frac{2}{3}a = -24; a = -36$$

Ответ:  $a = -36$ .



$$5.38(1) \quad y = \begin{cases} 1, & \text{если } |x| < 3 \\ -2x-5, & \text{если } x \leq -3 \\ 2x-5, & \text{если } x \geq 3 \end{cases}$$

$$1) y = -2x-5, \quad x \leq -3$$

$x$	-4	-5
$y$	3	5

$$2) y = 2x-5, \quad x \geq 3$$

$x$	4	5
$y$	3	5

 $y > 0; k > 0; y = kx; kx > 0, x > 0; \text{пересечение в 1-й четверти.}$

$$1) 0 < x < 3 \text{ тогда } \begin{cases} y = 1 \\ y = kx \end{cases}; \quad kx = 1; \quad k = \frac{1}{x}; \quad k > \frac{1}{3}.$$

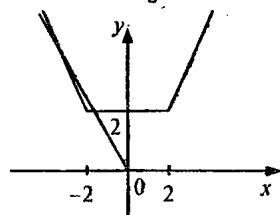
$$2) x \geq 3 \text{ тогда } \begin{cases} y = kx, \\ y = 2x-5; \end{cases} \quad kx = 2x-5; \quad kx-2x = -5; \quad x(k-2) = -5 \quad (I);$$

$$x = -\frac{5}{k-2}, \quad x = \frac{5}{2-k} \geq 3; \quad 2-k > 0, \text{ т.к. } x > 0, \text{ следовательно,}$$

$$0 < 2-k \leq \frac{5}{3}; \quad \frac{1}{3} < k < 2. \quad (\text{При } \frac{5}{2-k} = 3, \quad 2-k = \frac{5}{3} \text{ получим } k = \frac{1}{3} \text{ и}$$

только одну точку пересечения (3; 1).

Ответ:  $\frac{1}{3} < k < 2$ .



$$5.38(2) \quad y = \begin{cases} 2, & \text{если } |x| \leq 2 \\ -3x-4, & \text{если } x < -2 \\ 3x-4, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

$x$	-3	-4
$y$	5	8

$$y = 3x-4$$

$x$	3	4
$y$	5	8

 $y > 0; k < 0; kx > 0; x < 0; \text{пересечение во 2-й четверти.}$

$$1) -2 \leq x < 0; \text{ тогда } \begin{cases} y = 2 \\ y = kx \end{cases}; \quad kx = 2; \quad k = \frac{2}{x}; \quad k \leq -1.$$

$$2) x < -2, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} y = kx, \\ y = -3x-4; \end{cases} \quad kx = -3x-4; \quad x(k+3) = -4; \quad x = -\frac{4}{k+3}; \quad \frac{-4}{k+3} < 0; \quad k+3 > 0;$$

$k > -3$ . (Заметим, что при  $k = -1$  будет только одна точка пересечения  $(-2; 2)$ ).

Ответ:  $-3 < k < -1$ .

$$5.39(1) y = 0,5x + p$$

$x$	$0$	$-2p$
$y$	$p$	$0$

$$a) p > 0$$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{|AO| \cdot OB}{2} = \frac{2p \cdot p}{2} = p^2;$$

$$p^2 = 81; \quad p = 9. \quad (p > 0).$$

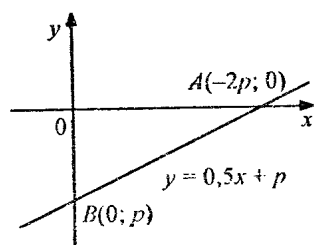
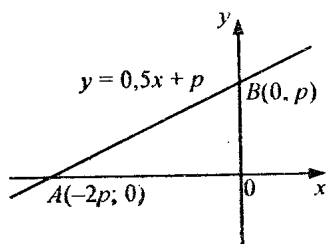
$$б) p < 0$$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{AO \cdot |OB|}{2} =$$

$$= \frac{-2p(-p)}{2} = +p^2 = 81; \quad p = -9.$$

$$(p < 0).$$

Ответ: при  $p = \pm 9$ .



$$5.39(2) y = px + 2$$

$x$	$0$	$-\frac{2}{p}$
$y$	$2$	$0$

$$a) p > 0$$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{\left|-\frac{2}{p}\right| \cdot 2}{2} = \frac{\frac{2}{p} \cdot 2}{2} =$$

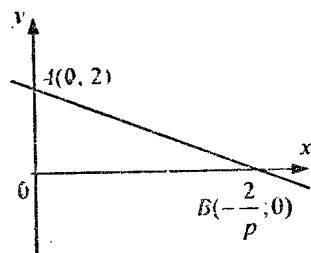
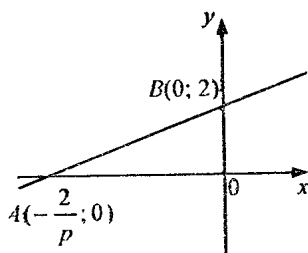
$$= \frac{2}{p} = 16; \quad p = \frac{1}{8}.$$

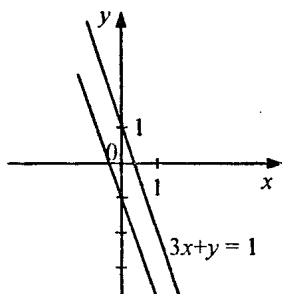
$$б) p < 0$$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{-\frac{2}{p} \cdot 2}{2} = -\frac{2}{p} = 16;$$

$$-p = \frac{1}{8}; \quad p = -\frac{1}{8}.$$

Ответ: при  $p = \pm \frac{1}{8}$ .





$$5.40(1) \quad 9x^2 + 6xy + y^2 = 1; (3x + y)^2 = 1;$$

$$3x + y = 1; 3x + y = -1.$$

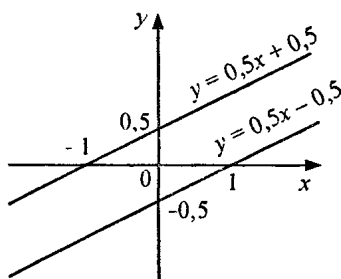
$$1) \quad 3x + y = 1; y = 1 - 3x$$

$x$	0	1
$y$	1	-2

$$2) \quad 3x + y = -1; y = -1 - 3x$$

$x$	0	1
$y$	-1	-4

Ответ: Графиком уравнения являются две параллельные прямые:  $y = 1 - 3x$  и  $y = -1 - 3x$ .



$$5.40(2) \quad x^2 - 4xy + 4y^2 = 1; (x - 2y)^2 = 1;$$

$$x - 2y = 1; x - 2y = -1.$$

$$1) \quad x - 2y = 1; y = \frac{x - 1}{2};$$

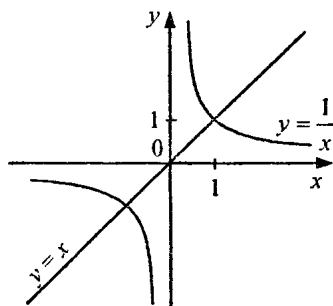
$$y = 0.5x - 0.5.$$

$$2) \quad x - 2y = -1; y = \frac{x + 1}{2};$$

$$y = 0.5x + 0.5.$$

Ответ: Графиком уравнения являются две параллельные прямые:  $y = 0.5x - 0.5$  и  $y = 0.5x + 0.5$ .

$$5.41(1) \quad (y - x)(xy - 1) = 0;$$



1)  $y - x = 0; y = x$ ; график – прямая.

$$2) \quad xy - 1 = 0; y = \frac{1}{x} \quad (x \neq 0);$$

график – гипербола.

$x$	1	2	$\frac{1}{2}$
$y$	1	$\frac{1}{2}$	2

Ответ: График – объединение гиперболы  $y = \frac{1}{x}$  и прямой  $y = x$ .

$$5.41(2) (x^2 - 2y)(x^2 - 1) = 0$$

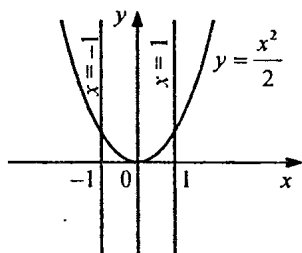
$$1) x^2 - 2y = 0; y = \frac{x^2}{2}$$

$x$	0	1	2	3
$y$	0	$\frac{1}{2}$	2	4,5

График – парабола, ветви которой симметричны относительно прямой  $OY$ .

2)  $x = 1; x = -1$ . График – две прямые, параллельные  $OY$ .

Ответ: График – объединение параболы  $y = \frac{1}{2}x^2$  и двух вертикальных прямых  $x = -1$  и  $x = 1$ .

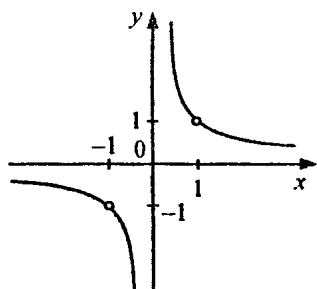


$$5.42(1) \frac{xy - 1}{y - x} = 0; \begin{cases} xy - 1 = 0 \\ y - x \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ y \neq x \end{cases}$$

График – гипербола.

$x$	$\frac{1}{2}$	1	2
$y$	2	1	$\frac{1}{2}$



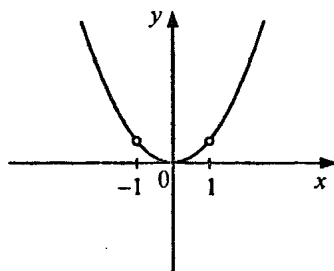
Ответ: Гипербола  $y = \frac{1}{x}$  без точек  $(1; 1)$  и  $(-1; -1)$ .

$$5.42(2) \frac{x^2 - 2y}{x^2 - 1} = 0; \begin{cases} x^2 - 2y = 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \end{cases}$$

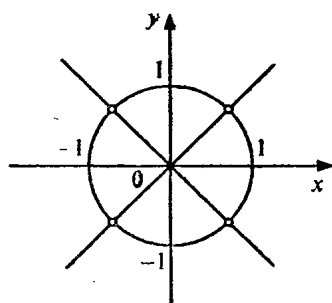
$$\begin{cases} y = \frac{x^2}{2} \\ x \neq \pm 1 \end{cases}$$

График – парабола, ветви вверх.

$x$	0	2	3
$y$	0	2	4,5



Ответ: Парабола  $y = \frac{1}{2}x^2$  без точек  $\left(1; \frac{1}{2}\right)$  и  $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ .



$$5.43(1) \frac{x^2 + y^2 - 1}{x^2 - y^2} = 0;$$

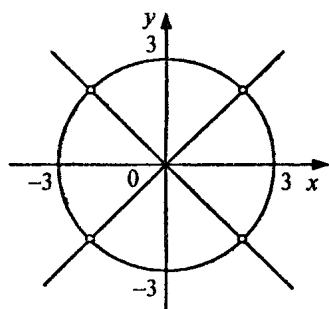
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ (x-y)(x+y) \neq 0 \end{cases}$$

1) График уравнения  $x^2 + y^2 = 1$  – окружность с центром в начале координат и радиусом 1.

2)  $(x-y)(x+y) \neq 0$ ; означает, что  $y \neq \pm x$ , т.е. нужно исключить точки,

принадлежащие прямым  $y = x$  и  $y = -x$  из решения уравнения  $x^2 + y^2 = 1$ .

**Ответ:** окружность  $x^2 + y^2 = 1$  без 4-х точек, принадлежащих прямым:  $y = x$  и  $y = -x$ .

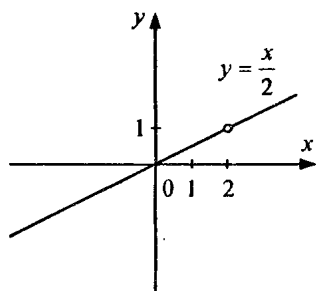


$$5.43(2) \frac{x^2 + y^2 - 9}{x^2 - y^2} = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9; & (I) \\ (x-y)(x+y) \neq 0; \end{cases}$$

График уравнения (I) – окружность с центром в начале координат и радиусом 3.

**Ответ:** окружность  $x^2 + y^2 = 9$  без 4-х точек, принадлежащих прямым:  $y = x$ ;  $y = -x$ .



$$5.44(1) \frac{2y - x}{(x-2)^2 + (y-1)^2} = 0;$$

$$\begin{cases} 2y - x = 0 \\ (x-2)^2 + (y-1)^2 \neq 0 \end{cases}$$

$$1) y = \frac{x}{2}$$

$x$	0	2
$y$	0	1

$$2) (x-2)^2 + (y-1)^2 \neq 0; \begin{cases} x-2 \neq 0 \\ y-1 \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \neq 2 \\ y \neq 1 \end{cases};$$

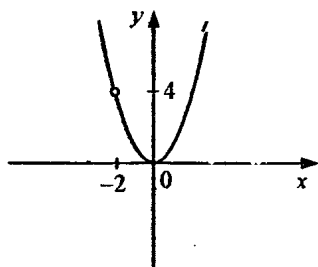
**Ответ:** Прямая  $y = \frac{1}{2}x$  без точки (2; 1).

$$5.44(2) \frac{y-x^2}{(x+2)^2 + (y-4)^2} = 0,$$

$$\begin{cases} y = x^2 \\ x \neq -2; y \neq 4 \end{cases}; v = x^2$$

График – парабола.

$x$	-1	0	1	2	-2
$y$	1	0	1	4	4



Ответ: Парабола  $y = x^2$  без точки  $(-2; 4)$ .

## 6. Арифметическая и геометрическая прогрессии

6.1(1)  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия;  $a_5 = 8,4$ ;  $a_{10} = 14,4$

$$\begin{cases} a_1 + 4d = 8,4 \\ a_1 + 9d = 14,4 \end{cases} \quad 5d = 6$$

$$a_{15} = a_1 + 14d; \text{ или } a_{15} = a_{10} + 5d = 14,4 + 6 = 20,4$$

Ответ: 20,4.

6.1(2)  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия.  $a_4 = 4,5$ ;  $a_{12} = -12$

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 4,5 \\ a_1 + 11d = -12 \end{cases}, 8d = -16,5; a_{20} = a_{12} + 8d = -12 - 16,5 = -28,5.$$

Ответ:  $a_{20} = -28,5$ .

$$6.2(1) \begin{cases} a_1 + 7d = -3,8 \\ a_1 + 11d = -11 \end{cases}; \begin{cases} 4d = -7,2 \\ a_1 = -3,8 - 7d \end{cases};$$

$$\begin{cases} d = -1,8 \\ a_1 = -3,8 + 12,6 \end{cases}; \begin{cases} d = -1,8 \\ a_1 = 8,8 \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + d(n-1); 8,8 - 1,8(n-1) = -30,8; 1,8(n-1) = 8,8 + 30,8 = 39,6;$$

$$n-1 = 22; n = 23$$

Ответ: является.

$$6.2(2) \begin{cases} a_1 + 5d = 10,4 \\ a_1 + 15d = 5,8 \end{cases}; \begin{cases} -10d = 4,6 \\ a_1 = 10,4 - 5d \end{cases}; \begin{cases} d = -0,46 \\ a_1 = 10,4 + 2,3 \end{cases};$$

$$\begin{cases} d = -0,46 \\ a_1 = 12,7 \end{cases}; a_n = 12,7 - 0,46(n-1) = 6,2; 6,5 = 0,46(n-1);$$

$$a_n = a_1 + d(n-1); \frac{13}{2} = \frac{23}{50}(n-1); n-1 = \frac{13 \cdot 50}{2 \cdot 23} = \frac{325}{23}, n = 14 \frac{3}{23} + 1 \notin N$$

Ответ: не является.



$$6.3(1) a_1 = 6; d = 4; a_n > 260; a_n = a_1 + d(n-1);$$

$$6 + 4(n-1) > 260; 4(n-1) > 254; n-1 > \frac{254}{4}; n > 1 + 63,5; n > 64,5$$

Ответ: с 65 номера.

$$6.3(2) a_1 = 380; d = -6; a_n < 100; a_1 + d(n-1) < 100; 380 - 6(n-1) < 100;$$

$$-6(n-1) < -280; n-1 > \frac{280}{6}; n > 1 + 46\frac{2}{3}; n > 47\frac{2}{3}$$

Ответ: начиная с номера 48.

$$6.4(1) a_2 - a_1 = d; d = 91,8 - 96,4 = -4,6; a_1 = 96,4; d = -4,6; a_n > 0;$$

$$a_n = a_1 + d(n-1); 96,4 - 4,6(n-1) > 0; 96,4 > 4,6(n-1);$$

$$n-1 < \frac{96,4}{4,6}; n < 1 + 20\frac{22}{23}; n < 21\frac{22}{23}$$

Ответ:  $n = 21$ .

$$6.4(2) d = -35,8 + 38,5 = 2,7; a_1 = -38,5; a_n < 0; -38,5 + 2,7(n-1) < 0;$$

$$n-1 < \frac{38,5}{2,7}; n < 1 + 14\frac{7}{27}; n < 15\frac{7}{27}$$

Ответ:  $n = 15$  (в книге  $n = 35$ ).

$$6.5(1) a_1 = 6; a_6 = 17; \begin{cases} a_1 = 6 \\ a_1 + 5d = 17 \end{cases} \begin{cases} a_1 = 6 \\ d = 2,2 \end{cases}$$

$$a_2 = 8,2; a_3 = 10,4; a_4 = 10,4 + 2,2 = 12,6; a_5 = 14,8$$

Ответ: 6; 8,2; 10,4; 12,6; 14,8; 17.

$$6.5(2) a_1 = 12; a_5 = 26; \begin{cases} a_1 + 4d = 26 \\ a_1 = 12 \end{cases}; \begin{cases} 4d = 14 \\ a_1 = 12 \end{cases}; \begin{cases} a_1 = 12 \\ d = 3,5 \end{cases}$$

Ответ: 12; 15,5; 19; 22,5; 26.

$$6.6(1) a_1 = 60; a_n = 110; d = 1. 1) a_n = a_1 + d(n-1); 60 + n - 1 = 110; n = 51$$

$$2) S_{51} = \frac{(60 + 110)51}{2} = 85 \cdot 51 = 4335$$

Ответ: 4335.

$$6.6(2) a_1 = 50; a_n = 120; d = 1.$$

$$1) a_n = a_1 + d(n-1); 120 = 50 + n - 1; n = 120 - 50 + 1; n = 71$$

$$2) S_{71} = \frac{(50 + 120)71}{2} = 85 \cdot 71 = 6035$$

Ответ: 6035.

$$6.7(1) S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n; a_1 = 1; d = 1; \frac{2 + n - 1}{2} \cdot n = 120;$$

$$(n+1)n-240=0; n^2+n-240=0; n=\frac{-1\pm\sqrt{961}}{2}=\frac{-1\pm31}{2}$$

$n_1=-16; n_2=15; n$  – натуральное число.

Ответ: 15.

$$6.7(2) S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n;$$

$$a_1=1; d=1; \frac{2+n-1}{2} \cdot n=105; (n+1)n=210; n^2+n-210=0,$$

$$n=\frac{-1\pm\sqrt{841}}{2}=\frac{-1\pm29}{2}; n_1=-15; n_2=14; n - \text{натуральное число}$$

Ответ: 14.

$$6.8(1) \begin{cases} b_1 q^{11} = 3^{15} & (1) \\ b_1 q^{13} = 3^{17} & (2) \end{cases} \text{разделим почленно (2):(1):}$$

$$1) q^2 = 3^2; q^2 = 9; q_1 = 3; q_2 = -3;$$

$$2) b_1 = \frac{3^{15}}{q^{11}}; \begin{cases} b_1 = \frac{3^{15}}{3^{11}}, & b_1 = 3^4 = 81; \\ q = 3; \end{cases} \begin{cases} b_1 = \frac{3^{15}}{(-3)^{11}}; & b_1 = -3^4; \\ q = -3 \end{cases} b_1 = -81$$

Ответ:  $b_1 = 3^4$  или  $b_1 = -3^4$ .

$$6.8(2) b_8 = 2^{-12}; b_{10} = 2^{-14}; \begin{cases} b_1 q^7 = 2^{-12} \\ b_1 q^9 = 2^{-14} \end{cases}; \begin{cases} \frac{b_1 q^7}{b_1 q^9} = \frac{2^{-12}}{2^{-14}} = 2^2 \\ b_1 q^7 = 2^{-12} \end{cases} : \frac{1}{q^2} = 2^2,$$

$$q^2 = \frac{1}{4}; q = -\frac{1}{2} \text{ или } q = \frac{1}{2};$$

$$2) \begin{cases} b_1 = 2^{-12} : \left(-\frac{1}{2}\right)^7 \\ q = -\frac{1}{2} \end{cases} b_1 = 2^{-12} : (-2^{-7}) = -2^{-5} \text{ или}$$

$$3) \begin{cases} b_1 = 2^{-12} : \left(\frac{1}{2}\right)^7 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases} b_1 = 2^{-12} : 2^{-7} = 2^{-5}$$

Ответ:  $b_1 = 2^{-5}$  или  $b_1 = -2^{-5}$ .

6.9(1)  $(b_n)$  – геометрическая прогрессия;  $b_4 = \frac{1}{24}$ ;  $q = \frac{1}{2}$

$$1) \begin{cases} b_1 q^3 = \frac{1}{24}, \\ q = \frac{1}{2}; \end{cases} \begin{cases} b_1 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{24}, \\ q = \frac{1}{2}; \end{cases} \begin{cases} b_1 = \frac{1}{3}, \\ q = \frac{1}{2}; \end{cases} S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q};$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{3}(1 - (\frac{1}{2})^6)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{3}(1 - \frac{1}{64})}{\frac{1}{2}} = \frac{63 \cdot 2}{3 \cdot 64} = \frac{63}{3 \cdot 32} = \frac{63}{96} = \frac{21}{32}$$

Ответ:  $\frac{21}{32}$ .

6.9(2)  $b_1 q^4 = \frac{3}{4}$ ,  $q = -2$ ;  $b_1 = \frac{3}{4} : (-2)^4 = \frac{3}{64}$ .

$$S_6 = \frac{\frac{3}{64} \cdot ((-2)^6 - 1)}{-3} = \frac{3 \cdot 63}{64(-3)} = -\frac{63}{64}.$$

Ответ:  $-\frac{63}{64}$ .

6.10(1)  $(b_n)$  – геометрическая прогрессия;  $S_4 = 40$ ;  $q = 3$ .

$$S_4 = \frac{b_1(q^4 - 1)}{q - 1} = \frac{b_1 \cdot 80}{2} = 40b_1 = 40; \quad b_1 = 1;$$

$$S_8 = \frac{1 \cdot (3^8 - 1)}{2} = \frac{1 \cdot (3^4 + 1)(3^4 - 1)}{2} = \frac{82 \cdot 80}{2} = 82 \cdot 40 = 3280. \quad S_8 = 3280$$

Ответ: 3280.

6.10(2)  $(b_n)$  – геометрическая прогрессия;  $S_3 = 39$ ;  $q = -4$ .

$$S_3 = \frac{b_1(q^3 - 1)}{q - 1} = \frac{b_1((-4)^3 - 1)}{-5} = b_1 \cdot 13 = 39; \quad b_1 = 3. \quad S_4 = \frac{3 \cdot (4^4 - 1)}{-5} =$$

$$= 3 \cdot (2^8 - 1) : (-5) = -153.$$

Ответ: -153.

$$6.11(1) \begin{cases} a_1 + 4d = -150, \\ a_1 + 5d = -147; \end{cases} \quad d = 3; \quad a_1 = -162; \quad a_n > 0; \quad -162 + 3(n-1) > 0;$$

$$-54 + n - 1 > 0; \quad n - 55 > 0; \quad n > 55.$$

Ответ:  $n = 56$ .

$$6.11(2) \begin{cases} a_1 + 5d = 160, \\ a_1 + 6d = 156; \end{cases} a_1 = 180; d = -4; a_n < 0; a_n = a_1 + d(n-1);$$

$$180 - 4(n-1) < 0; 45 - (n-1) < 0; 45 - n + 1 < 0; -n < -46; n > 46.$$

Ответ:  $n = 47$ .

6.12(1)  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия.  $d = 21,4 - 22,7 = -1,3$ ,  
 $a_1 = 22,7$ ;  $a_n = a_1 + d(n-1)$ .  $a_n = 22,7 - 1,3(n-1) > 0$ ;  $a_{n+1} = 22,7 - 1,3n < 0$ ,

$$\begin{cases} 1,3(n-1) < 22,7, \\ 1,3n > 22,7; \end{cases} \begin{cases} n-1 < \frac{227}{13} = 17\frac{6}{13}, \\ n > 17\frac{6}{13}; \end{cases} \begin{cases} n < 18\frac{6}{13}, \\ n > 17\frac{6}{13}. \end{cases}$$

$n$  – натуральное;  $n = 18$ .  $a_{18} = 22,7 + (-1,3) \cdot 17 = 0,6$ .

$a_{19} = 22,7 + (-1,3) \cdot 18 = 0,6 - 1,3 = -0,7$ . К нулю ближе  $a_{18}$ .

Ответ:  $a_{18} = 0,6$ .

6.12(2)  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия;  $a_1 = -15,1$ .  $d =$   
 $= -14,4 + 15,1 = 0,7$ ;  $a_n = -15,1 + 0,7(n-1) < 0$ ;  $a_{n+1} = -15,1 + 0,7n > 0$

$$\begin{cases} 0,7(n-1) < 15,1 \\ 0,7n > 15,1 \end{cases} \begin{cases} n-1 < 21\frac{4}{7}, \\ n > 21\frac{4}{7}; \end{cases} \begin{cases} n < 22\frac{4}{7}, \\ n > 21\frac{4}{7} \end{cases}; n = 22;$$

$$a_{22} = -15,1 + 0,7 \cdot 21 = -0,4; a_{23} = -15,1 + 0,7 \cdot 22 = 0,3. \text{ К нулю ближе } a_{23}$$

Ответ:  $a_{23} = 0,3$ .

6.13(1)  $d = -6,3 + 7,1 = 0,8$ ;  $a_1 = -7,1$

$$a_n = -7,1 + 0,8(n-1); a_n < 0; 0,8(n-1) < 7,1; n < \frac{71}{8} + 1; n < 9\frac{7}{8}; n = 9$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n; S_9 = \frac{-14,2 + 0,8 \cdot 8}{2} \cdot 9 = (-7,1 + 3,2) \cdot 9 = -35,1$$

Ответ:  $-35,1$ .

6.13(2)  $d = 5,8 - 6,3 = -0,5$ ;  $a_1 = 6,3$ ;  $a_n > 0$

$$6,3 - 0,5(n-1) > 0; -0,5(n-1) > -6,3; n < \frac{63}{5} + 1; n < 13,6; n = 13;$$

$$S_{13} = \frac{12,6 - 0,5 \cdot 12}{2} \cdot 13 = (6,3 - 3) \cdot 13 = 42,9$$

Ответ:  $42,9$ .

6.14(1)  $a_6 = 14$ ;  $a_{10} = 20$ ;  $a_{16} = 28$ ;

$$1) \begin{cases} a_1 + 5d = 14 \\ a_1 + 9d = 20 \end{cases}; \begin{cases} d = 1,5 \\ a_1 = 6,5 \end{cases}; 2) \begin{cases} a_1 + 9d = 20 \\ a_1 + 15d = 28 \end{cases}; d = \frac{4}{3}.$$

Ответ: не существует.

$$6.14(2) a_8 = 50; a_{12} = 44; a_{20} = 32$$

$$1) \begin{cases} a_1 + 11d = 44 \\ a_1 + 7d = 50 \end{cases} \begin{cases} d = -1,5; \\ a_1 = 60,5; \end{cases} 2) \begin{cases} a_1 + 19d = 32, \\ a_1 + 11d = 44; \end{cases} \begin{cases} 8d = -12; \\ a_1 = 60,5 \end{cases} \begin{cases} d = -1,5 \\ a_1 = 60,5 \end{cases}$$

Ответ: существует.

$$6.15(1) 1) a_5 + a_9 = 40; a_1 + 4d + a_1 + 8d = 40; 2a_1 + 12d = 40; a_1 + 6d = 20; a_7 = 20.$$

$$2) a_3 + a_{11} = a_1 + 2d + a_1 + 10d = 2a_1 + 12d = 2(a_1 + 6d) = 2a_7 = 40$$

$$3) a_3 + a_{11} + a_7 = 60$$

Ответ: 60.

6.15(2)  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия

$$1) a_4 + a_6 = 38; a_1 + 3d + a_1 + 5d = 38; 2a_1 + 8d = 38; a_1 + 4d = 19; a_5 = 19.$$

$$2) a_2 + a_5 + a_8 = 19 + a_1 + d + a_1 + 7d = 19 + 2a_1 + 8d = 19 + 2(a_1 + 4d) = 19 + 2a_5 = 57$$

Ответ: 57.

$$6.16(1) a_1 = 1; d = 2; S_n = \frac{(2 + 2(n-1))n}{2} < 300; n^2 < 300; n = 17.$$

Ответ: 17 чисел.

$$6.16(2) a_1 = 1; d = 2; S_n = \frac{(2 + 2(n-1))n}{2} > 500; n^2 > 500; n = 23.$$

Ответ: 23 числа.

$$6.17(1) d = 3; a_1 = 3; a_n = 150; a_n = a_1 + d(n-1); 3 + 3(n-1) = 150; 1 + n - 1 = 50; n = 50.$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n; S_{50} = \frac{3 + 150}{2} \cdot 50 = 153 \cdot 25 = 3825.$$

Ответ: 3825.

$$6.17(2) d = 5; a_1 = 5; a_n = 300; a_n = a_1 + d(n-1); 5 + 5(n-1) = 300, 1 + n - 1 = 60; n = 60. S_{60} = \frac{5 + 300}{2} \cdot 60 = 305 \cdot 30 = 9150.$$

Ответ: 9150.

6.18(1) Найдем сумму всех натуральных чисел от 1 до 200:

$$S_{200} = \frac{1 + 200}{2} \cdot 200 = 20100$$

$$\text{Найдем сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 200, которые делятся на 6: } a_1 = 6; d = 6; a_n = 6 + 6(n-1) = 198; 1 + n - 1 = 33; n = 33. S_{33} = \frac{6 + 198}{2} \cdot 33 = 3366; S_{200} - S_{33} = 20100 - 3366 = 16734$$

Ответ: 16734.

**6.18(2)** Найдем сумму всех натуральных чисел от 1 до 250

$$S_{250} = \frac{1+250}{2} \cdot 250 = 31375. \text{ Найдем сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 250, которые делятся на 7.}$$

$$a_1 = 7; a_n = 245; n = 35; S_{35} = \frac{7+245}{2} \cdot 35 = 4410;$$

$$S_{250} - S_{35} = 31375 - 4410 = 26965$$

**Ответ:** 26965.

**6.19(1)**  $a_n = 3n+5$ ;  $a_{30} = 3 \cdot 30 + 5 = 95$ ;  $a_{40} = 3 \cdot 40 + 5 = 125$  количество членов с 30-го по 40-й одиннадцать.

$$S_{11} = \frac{95+125}{2} \cdot 11 = 1210$$

**Ответ:** 1210.

**6.19(2)**  $a_n = 4n+2$ ;  $a_{25} = 102$ ;  $a_{35} = 142$ ;  $n = 35 - 24 = 11$ .

$$S_{11} = \frac{102+142}{2} \cdot 11 = 1342$$

**Ответ:** 1342.

$$\mathbf{6.20(1)} \quad S_5 = 27,5; a_6 + a_7 + \dots + a_{10} = 90; \frac{2a_1 + 4d}{2} \cdot 5 = 27,5;$$

$$2a_1 + 4d = 11; \frac{2a_1 + 9d}{2} \cdot 10 = 117,5; 2a_1 + 9d = 23,5. \quad \begin{cases} 2a_1 + 4d = 11, \\ 2a_1 + 9d = 23,5, \end{cases}$$

$$d = 2,5; a_1 = 0,5. a_{11} = a_1 + 10d; a_{11} = 0,5 + 25 = 25,5; a_{15} = a_1 + 14d;$$

$$a_{15} = 0,5 + 14 \cdot 2,5 = 35,5; S = \frac{25,5 + 35,5}{2} \cdot 5 = 152,5.$$

**Ответ:** 152,5.

$$\mathbf{6.20(2)} \quad S_{10} = 95; a_{11} + a_{12} + \dots + a_{20} = 295, S_{20} = 95 + 295 = 390;$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n; S_{10} = \frac{2a_1 + 9d}{2} \cdot 10 = (2a_1 + 9d)5; 2a_1 + 9d = 19;$$

$$S_{20} = \frac{2a_1 + 19d}{2} \cdot 20 = (2a_1 + 19d) \cdot 10; 2a_1 + 19d = 39;$$

$$\begin{cases} 2a_1 + 9d = 19, \\ 2a_1 + 19d = 39, \end{cases} \quad d = 2; a_1 = 0,5; a_{21} = a_1 + 20d; a_{21} = 0,5 + 40 = 40,5,$$

$$a_{30} = a_1 + 29d = 0,5 + 29 \cdot 2 = 58,5; S = \frac{40,5 + 58,5}{2} \cdot 10 = 495.$$

**Ответ:** 495.

$$6.21(1) S_3 = 0; S_4 = 1. a_4 = 1; S_4 = 1, \frac{a_1 + a_4}{2} \cdot 4 = 1, (a_1 + 1)2 = 1;$$

$$a_1 = \frac{1}{2} - 1 = -0,5; S_3 = 0; \frac{2a_1 + 2d}{2} \cdot 3 = 0; 2a_1 + 2d = 0; d = 0,5.$$

$$S_{10} = \frac{2a_1 + 9d}{2} \cdot 10; S_{10} = \frac{-1 + 4,5}{2} \cdot 10 = 17,5$$

Ответ: 17,5.

$$6.21(2) S_4 = 3; S_5 = 5;$$

$a_5 = S_5 - S_4 = 2$ . Воспользуемся свойством  $m$ -го ( $m > 1$ ) члена

арифметической прогрессии:  $a_m = \frac{a_{m-k} + a_{m+k}}{2}$ ; имеем:

$$a_5 = \frac{a_{5-4} + a_{5+4}}{2} = \frac{a_1 + a_9}{2} = \frac{2a_1 + 8d}{2} = 2, \text{ где } d - \text{знаменатель про-}$$

$$\text{грессии. } S_9 = \frac{2a_1 + 8d}{2} \cdot 9 = 2 \cdot 9 = 18.$$

Ответ: 18.

$$6.22(1) b_2 = -6; b_5 = 48; b_7 = 192$$

$$1) \begin{cases} b_1 q = -6, \\ b_1 q^4 = 48, \end{cases} \quad q^3 = -8; q = -2;$$

$$2) \begin{cases} b_1 q = -6 \\ b_1 q^6 = 192 \end{cases} \quad q^5 = -32; q = -2$$

$$3) \begin{cases} b_1 q^4 = 48 \\ b_1 q^6 = 192 \end{cases} \quad q^2 = 4; q_1 = 2; q_2 = -2$$

при  $q = -2$  существует

Ответ: существует.

$$6.22(2) b_2 = 12; b_3 = \frac{3}{2}; b_7 = \frac{3}{4}$$

$$I. \begin{cases} b_1 q = 12, \\ b_1 q^4 = \frac{3}{2}, \end{cases} \quad q^3 = \frac{1}{8}; q = \frac{1}{2};$$

$$II. \begin{cases} b_1 q = 12 \\ b_1 q^6 = \frac{3}{4} \end{cases}; q^5 = \frac{1}{16}; q = \frac{1}{\sqrt[5]{16}}; \frac{1}{2} \neq \frac{1}{\sqrt[5]{16}}$$

Ответ: не существует.

6.23(1)  $(b_n)$  – геометрическая прогрессия;  $b_1 = 2$ ;  $b_5 = 18$ .

$$\begin{cases} b_1 q^4 = 18 \\ b_1 = 2; \end{cases} q^4 = 9; q = \pm\sqrt{3}. \text{ Если } q = \sqrt{3}, \text{ то } b_2 = 2\sqrt{3}; b_3 = 6; b_4 = 6\sqrt{3},$$

$$b_5 = 18. \text{ Если } q = -\sqrt{3}, \text{ то } b_2 = -2\sqrt{3}; b_3 = 6; b_4 = -6\sqrt{3}; b_5 = 18$$

Ответ:  $2\sqrt{3}; 6; 6\sqrt{3}$  или  $-2\sqrt{3}; 6; -6\sqrt{3}$ .

6.23(2)  $(b_n)$  – геометрическая прогрессия.  $b_1 = 3$ ;  $b_5 = 12$

$$\begin{cases} b_1 = 3 \\ b_1 q^4 = 12 \end{cases} q^4 = 4; q = \sqrt{2}; \text{ или } q = -\sqrt{2}$$

$$\text{Если } q = \sqrt{2}, \text{ то } b_2 = 3\sqrt{2}; b_3 = 6; b_4 = 6\sqrt{2}; b_5 = 12.$$

$$\text{Если } q = -\sqrt{2}, \text{ то } b_2 = -3\sqrt{2}; b_3 = 6; b_4 = -6\sqrt{2}; b_5 = 12.$$

Ответ:  $3\sqrt{2}; 6; 6\sqrt{2}$  или  $-3\sqrt{2}; 6; -6\sqrt{2}$ .

$$6.24(1) b_1 + b_2 = 45; b_2 + b_3 = 30; \begin{cases} b_1 + b_1 q = 45, \\ b_1 q + b_1 q^2 = 30; \end{cases} \begin{cases} b_1(1 + q) = 45, \\ b_1 q(1 + q) = 30; \end{cases}$$

$$\frac{1}{q} = \frac{3}{2}; q = \frac{2}{3}. b_1 \left(1 + \frac{2}{3}\right) = 45; b_1 = 45 \cdot \frac{3}{5}; b_1 = 27; b_2 = 27 \cdot \frac{2}{3} = 18;$$

$$b_3 = 18 \cdot \frac{2}{3} = 12.$$

Ответ: 27; 18; 12.

6.24(2)  $(b_n)$  – геометрическая прогрессия.  $b_1 + b_2 = 140$ ;  $b_2 + b_3 = 105$

$$\begin{cases} b_1 + b_1 q = 140, \\ b_1 q + b_1 q^2 = 105; \end{cases} \begin{cases} b_1(1 + q) = 140, \\ b_1 q(1 + q) = 105; \end{cases} \frac{1}{q} = \frac{140}{105}; \frac{1}{q} = \frac{4}{3}; q = \frac{3}{4}.$$

$$b_1 \left(1 + \frac{3}{4}\right) = 140; b_1 \cdot \frac{7}{4} = 140; b_1 = 80; b_2 = 80 \cdot \frac{3}{4} = 60; b_3 = 60 \cdot \frac{3}{4} = 45$$

Ответ: 80; 60; 45.

$$6.25(1) q > 0; b_1 \cdot b_2 = 27; b_3 \cdot b_4 = \frac{1}{3}. \begin{cases} b_1 \cdot b_1 q = 27, \\ b_1 q^2 \cdot b_1 q^3 = \frac{1}{3}; \end{cases} \begin{cases} b_1^2 q = 27, \\ b_1^2 q^5 = \frac{1}{3}; \end{cases}$$

$$\frac{1}{q^4} = 81; q^4 = \frac{1}{81}; q^4 = \left(\frac{1}{3}\right)^4, q_1 = \frac{1}{3}; q_2 = -\frac{1}{3}. \text{ По условию } q > 0, \text{ сле-}$$

$$\text{довательно } q = \frac{1}{3}. \text{ Далее } b_1^2 q = 27; b_1^2 = 81; b_1 = 9; b_1 = -9.$$

Ответ: 9; 3; 1;  $\frac{1}{3}$  или -9; -3; -1;  $-\frac{1}{3}$ .



6.25(2)  $(b_n)$  – геометрическая прогрессия,

$$q < 0; \begin{cases} b_1 \cdot b_1 q = -\frac{1}{2}; \\ b_1 q^2 \cdot b_1 q^3 = -8; \end{cases} \begin{cases} b_1^2 q = -\frac{1}{2} \\ b_1^2 \cdot q^5 = -8 \end{cases} \quad (1) \quad (2) : (1)$$

$q^4 = 16$ ;  $q_1 = 2$ ;  $q_2 = -2$ ;  $q_1$  не удовлетворяет условию;  $q = -2$ ;

$$b_1^2 \cdot (-2) = -\frac{1}{2}; \quad b_1^2 = \frac{1}{4}; \quad b_1 = \pm \frac{1}{2}.$$

$$1) \quad b_1 = \frac{1}{2}; \quad q = -2: \quad \frac{1}{2}; -1; 2; -4. \quad 2) \quad b_1 = -\frac{1}{2}; \quad q = -2: \quad -\frac{1}{2}; 1; -2; 4$$

Ответ:  $-\frac{1}{2}; 1; -2; 4$  или  $\frac{1}{2}; -1; 2; -4$ .

6.26(1)  $(b_n)$  – геометрическая прогрессия,  $b_2 = 6$ ;  $b_4 = 24$

$$\begin{cases} b_1 q = 6, \\ b_1 q^3 = 24; \end{cases} \quad q^2 = 4; \quad q_1 = 2; \quad q_2 = -2. \quad \begin{cases} q = 2 \\ b_1 = 3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} q = -2 \\ b_1 = -3 \end{cases}$$

Имеем: 1) при  $q = 2$ ;  $b_1 = 3$ :

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}; \quad S_8 = \frac{3 \cdot (2^8 - 1)}{2 - 1} = 3 \cdot 255 = 765.$$

$$2) \text{ при } q = -2; \quad b_1 = -3: \quad S_8 = \frac{-3((-2)^8 - 1)}{-3} = 255.$$

Ответ: 765 или 255.

6.26(2)  $(b_n)$  – геометрическая прогрессия.

$$\begin{cases} b_3 = 54; \\ b_3 = 6; \end{cases} \begin{cases} b_1 q^2 = 54; \\ b_1 q^4 = 6; \end{cases} \quad \frac{1}{q^2} = 9; \quad q^2 = \frac{1}{9}; \quad q_1 = \frac{1}{3}; \quad q_2 = -\frac{1}{3}. \quad q = \frac{1}{3}; \quad b_1 =$$

$$= 486; \quad S_6 = \frac{486((\frac{1}{3})^6 - 1)}{\frac{1}{3} - 1} = \frac{486(\frac{1}{729} - 1)}{-\frac{2}{3}} = \frac{486 \cdot 3 \cdot 728}{2 \cdot 729} = \frac{243 \cdot 728}{243} = 728$$

$$3) \quad q = -\frac{1}{3}; \quad b_1 = 486. \quad S'_6 = \frac{486((\frac{1}{3})^6 - 1)}{-\frac{1}{3} - 1} =$$

$$= \frac{486 \cdot 728 \cdot 3}{729 \cdot 4} = \frac{486 \cdot 728}{243 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 728}{4} = \frac{728}{2} = 364.$$

Ответ: 728 или 364.

$$6.27(1) 1) S_4 = \frac{a_1 + a_4}{2} \cdot 4 = (a_1 + a_1 + 3d) \cdot 2 = (2a_1 + 3d) \cdot 2;$$

$$S'_4 = \frac{a_5 + a_8}{2} \cdot 4 = (a_1 + 4d + a_1 + 7d) \cdot 2 = (2a_1 + 11d) \cdot 2; S_4 + 32 = S'_4$$

$$2(2a_1 + 3d) + 32 = 2(2a_1 + 11d); 2a_1 + 3d + 16 = 2a_1 + 11d; 8d = 16; d = 2$$

$$2) S'_{10} - S_{10} = \frac{a_{11} + a_{20}}{2} \cdot 10 - \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = (a_1 + 10d + a_1 + 19d)5 - \\ - (a_1 + a_1 + 9d)5 = (2a_1 + 29d - 2a_1 - 9d)5 = 20d \cdot 5 = 20 \cdot 5 \cdot 2 = 200$$

**Ответ:** на 200.

$$6.27(2) S_5 - S'_5 = 200; \frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5 - \frac{a_6 + a_{10}}{2} \cdot 5 = 200; (2a_1 + 4d) \cdot 5 - \\ - (2a_1 + 14d) \cdot 5 = 400; 5(2a_1 + 4d - 2a_1 - 14d) = 400; -10d = 80; d = -8.$$

$$\text{II. } S_{10} - S'_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 - \frac{a_{11} + a_{20}}{2} \cdot 10 = (2a_1 + 9d) \cdot 5 - (2a_1 + 29d) \cdot 5 = \\ = 5(2a_1 + 9d - 2a_1 - 29d) = 5 \cdot (-20d) = 5 \cdot 20 \cdot 8 = 800.$$

**Ответ:** на 800.

**6.28(1)** 3, 8, 13, 18, 23 ...;  $d = 5$  арифметическая прогрессия, 4, 11, 18, ...;  $d = 7$  арифметическая прогрессия,  $a_1 = 18$  – первый совпадающий член этих прогрессий. Совпадающие члены данных прогрессий также составляют арифметическую прогрессию:  $a_1 = 18$ , ... Разность ее равна наименьшему общему кратному разностей данных прогрессий, т.е.  $d = 35$  и  $S_{20} = \frac{2 \cdot 18 + 35 \cdot 19}{2} \cdot 20 = 7010$ .

**Ответ:** 7010.

**6.28(2)** 3, 7, 11, 15, 19 ...;  $d = 4$  – арифметическая прогрессия, 1, 10, 19, ...;  $d = 9$  – арифметическая прогрессия,

$$a_1 = 19; d = 36 \text{ (см. № 6.28 (1)) и } S_{10} = \frac{2 \cdot 19 + 36 \cdot 9}{2} \cdot 10 = 1810.$$

**Ответ:** 1810.

**6.29(1)**  $(x+1) + (x+5) + (x+9) + \dots + (x+157) = 3200$ ;  $x+1$ ;  $x+5$ ; ...;  $x+157$  – арифметическая прогрессия, т.к.  $(x+5) - (x+1) = 4$  и  $(x+9) - (x+5) = 4$ . Далее:  $x+157 = (x+1) + 4 \cdot 39$ . Следовательно  $x+157$  – 40-й член этой прогрессии;  $d = 4$ . Левая часть уравнения – сумма первых 40 членов этой арифметической прогрессии.

$$S_{40} = \frac{a_1 + a_{40}}{2} \cdot 40; S_{40} = \frac{x+1 + x+157}{2} \cdot 40 = (2x+158) \cdot 20;$$

$$(2x+158) \cdot 20 = 3200; 2x+158 = 160; 2x = 2; x = 1.$$

**Ответ:** 1.

**6.29(2)**  $(x+248)+(x+243)+(x+238)+\dots+(x+3) = 6225$ ;  $x+248, x+243, \dots, x+3$  – арифметическая прогрессия,  $d = a_2 - a_1 = -5$ ;  $a_3 - a_2 = -5$ . Левая часть уравнения – сумма членов арифметической прогрессии, в которой  $a_1 = x + 248$ ;  $d = -5$ ;  $a_n = a_1 + d(n-1)$ ;  $x+3 = x+248-5(n-1)$ ;  $-5(n-1) = -245$ ;  $n = 50$ ;  $S_{50} = \frac{x+248+x+3}{2} \cdot 50 = (2x+251) \cdot 25$ ;  $(2x+251) \cdot 25 = 6225$ ;  $2x+251 = 249$ ;  $2x = -2$ ;  $x = -1$ .

**Ответ:**  $-1$ .

$$\mathbf{6.30(1)} \quad \frac{x}{(x+1)^2} + \frac{x-1}{(x+1)^2} + \frac{x-2}{(x+1)^2} + \dots + \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{19}{40}, \quad x \neq -1.$$

$$\frac{x-1}{(x+1)^2} - \frac{x}{(x+1)^2} = \frac{x-2}{(x+1)^2} - \frac{x-1}{(x+1)^2} = \frac{-1}{(x+1)^2}; \quad d = \frac{-1}{(x+1)^2}$$

Левая часть уравнения – сумма членов арифметической прогрессии.  $a_n = a_1 + d(n-1)$ :  $\frac{1}{(x+1)^2} = \frac{x}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+1)^2}(n-1)$ ,

т.к.  $x \neq -1$ , то  $1 = x - (n-1)$ ;  $x - n + 1 = 1$ ;  $n = x$ ;

$$S_n = \frac{\left(\frac{x}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^2}\right)x}{2}; \quad S_n = \frac{19}{40}; \quad \frac{\left(\frac{x}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^2}\right)x}{2} = \frac{19}{40};$$

$$\frac{x^2}{(x+1)^2} + \frac{x}{(x+1)^2} = \frac{19}{20}; \quad 20x^2 + 20x = 19(x+1)^2; \quad 20x^2 + 20x = 19x^2 + 38x + 19;$$

$$x^2 - 18x - 19 = 0; \quad x_1 = 19; \quad x_2 = -1.$$

**Ответ:**  $x = 19$ .

$$\mathbf{6.30(2)} \quad \frac{x-1}{x^2} + \frac{x-2}{x^2} + \frac{x-3}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^2} = \frac{7}{15}; \quad x \neq 0.$$

$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = -\frac{1}{x^2}$ . Левая часть уравнения – сумма членов арифметической прогрессии.

$$a_n = a_1 + d(n-1); \quad d = -\frac{1}{x^2}. \quad \frac{1}{x^2} = \frac{x-1}{x^2} - \frac{1}{x^2}(n-1); \quad 1 = x-1-n+1;$$

$$n = x-1; \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n; \quad \frac{\left(\frac{x-1}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right)(x-1)}{2} = \frac{7}{15}; \quad \frac{(x-1)^2}{x^2} + \frac{x-1}{x^2} = \frac{14}{15};$$

$$15((x-1)^2 + x-1) = 14x^2; \quad 15(x^2 - 2x + 1 + x - 1) = 14x^2; \quad 15(x^2 - x) = 14x^2;$$

$$15x^2 - 15x - 14x^2 = 0; \quad x^2 - 15x = 0; \quad x(x-15) = 0; \quad x_1 = 0; \quad x_2 = 15.$$

**Ответ:**  $15$ .

**6.31(1)** Составим разности:  $50^2 - 49^2 = 99 \cdot 1$ ;  $48^2 - 47^2 = 95 \cdot 1$ ; ...

Число слагаемых четное, поэтому последняя разность:  $2^2 - 1 = (2-1)(2+1) = 3 \cdot 1$ . Мы получили арифметическую прогрессию: 99; 95; ..., 3;  $d = -4$ ;  $a_1 = 99$ .  $a_n = a_1 + d(n-1)$ ;  $3 = 99 - 4(n-1)$ ;  $n-1 = 24$ ;  $n = 25$ ;

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}; S_{25} = \frac{(99+3)25}{2} = 51 \cdot 25 = 1275$$

**Ответ:** 1275.

**6.31(2)**  $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 99^2 - 100^2$ ;  $1^2 - 2^2 = -3$ ;  $3^2 - 4^2 = -7$ ; ...,  $99^2 - 100^2 = -199$ . Получили арифметическую прогрессию  $-3$ ;  $-7$ ; ...;

$-199$ ;  $d = -4$ .  $n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$ ;  $n = \frac{-199 + 3}{-4} + 1 = 50$ . Найдём сумму

$$S_{50} = \frac{-3 + (-199)}{2} \cdot 50 = -101 \cdot 50 = -5050.$$

**Ответ:**  $-5050$ .

**6.32(1)** Найдём сумму трехзначных чисел, кратных 6:

$a_1 = 102$ ;  $a_n = 996$ ;  $a_n = a_1 + d(n-1)$ ;  $996 = 102 + 6(n-1)$ ;

$$166 = 17 + n - 1; n = 150. S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n; S_{150} = \frac{102 + 996}{2} \cdot 150 = 82350.$$

Найдём сумму трехзначных чисел, кратных 30.

$a_1 = 120$ ;  $a_n = 990$ ;  $990 = 120 + 30(n-1)$ ;  $33 = 4 + n - 1$ ;  $n = 30$ .

$$S_{30} = \frac{120 + 990}{2} \cdot 30 = 16650. S_{150} - S_{30} = 82350 - 16650 = 65700.$$

**Ответ:** 65700.

**6.32(2)** Найдём сумму всех трехзначных чисел, кратных 10.

$a_1 = 100$ ;  $a_n = 990$ ;  $a_n = a_1 + d(n-1)$ ;  $990 = 100 + 10(n-1)$ ;  $890 = 10(n-1)$ ;  $n = 90$ .  $S_{90} = \frac{100 + 990}{2} \cdot 90 = 49050$ . Найдём сумму трехзнач-

ных чисел, кратных 30.  $S_{30} = 16650$  (см. № 6.32(1));  $49050 - 16650 = 32400$ .

**Ответ:** 32400.

**6.33(1)** 1) Найдём число трехзначных натуральных чисел, делящихся на 20.  $a_1 = 100$ ;  $a_n = 980$ ;  $a_n = a_1 + d(n-1)$ ;  $d = 20$ ;

$980 = 100 + (n-1) \cdot 20$ ;  $880 = 20(n-1)$ ;  $n = 45$

2) Найдём число трехзначных натуральных чисел, которые делятся только на 4.  $a_1 = 100$ ;  $a_n = 996$ ;  $996 = 100 + 4(n-1)$ ;  $896 = 4(n-1)$ ,  $n = 225$ .

3) Найдём число трехзначных натуральных чисел, которые делятся только на 5.  $a_1 = 100$ ;  $a_n = 995$ ;  $995 = 100 + 5(n-1)$ ;  $895 = 5(n-1)$ ;  $n = 180$ .

4)  $225 + 180 - 2 \cdot 45 = 315$

**Ответ:** 315.

6.33(2) 1) Найдем число трехзначных натуральных чисел, которые делятся на 30.

$$a_1 = 120; a_n = 990; d = 30; 990 = 120 + 30(n-1); 870 = 30(n-1); \\ 29 = n-1, n = 30.$$

2) Найдем число трехзначных натуральных чисел, которые делятся только на 5.

$$a_1 = 100; a_n = 995; 100 + 5(n-1) = 995; 5(n-1) = 895; n-1 = 179, \\ n = 180.$$

3) Найдем число трехзначных натуральных чисел, которые делятся только на 6.

$$a_1 = 102; a_n = 996; 102 + 6(n-1) = 996; 6(n-1) = 894; n = 150.$$

$$4) 180 + 150 - 2 \cdot 30 = 270$$

Ответ: 270.

6.34(1)  $a_n = 5n-2, n \in N$ .  $(a_n)$  – множество чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 3.  $a_1 = 3; a_n = 198; 5n-2 = 198;$

$$5n = 198+2; n = 40. S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}; S_{40} = \frac{3+198}{2} \cdot 40 = 4020$$

Ответ: 4020.

$$6.34(2) a_n = 3n-1, n \in N$$

$(a_n)$  – арифметическая прогрессия; множество чисел, которые при делении на 3 дают в остатке 2.  $a_1 = 2; a_n = 149; 3n-1 = 149;$

$$3n = 150; n = 50; S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n; S_{50} = \frac{2+149}{2} \cdot 50 = 3775$$

Ответ: 3775.

6.35(1)  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия;  $\frac{S_{10}}{10} = 20; S_{10} = 200;$

$$\frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = 200; a_1 + a_{10} = 40; 2a_1 + d \cdot 9 = 40; d \cdot 9 = 40 - 2a_1.$$

В этом равенстве справа – число четное, следовательно  $9 \cdot d$  – четное и меньше, чем 40.

$$1) 9d = 18; d = 2; a_1 = 11$$

$$2) 9d = 36; d = 4; a_1 = 2.$$

Ответ:  $a_1 = 11; d = 2$  или  $a_1 = 2; d = 4$ .

$$6.35(2) \frac{S_8}{8} = 23; S_8 = 184; \frac{a_1 + a_8}{2} \cdot 8 = 184; 2a_1 + d \cdot 7 = 46.$$

$d \cdot 7$  – четное.

$$1) 7d = 14; d = 2; a = 16; 2) 7d = 28; d = 4; a = 9; 3) 7d = 42; d = 6; a = 2.$$

Ответ:  $a_1 = 2; d = 6$  или  $a_1 = 9; d = 4$  или  $a_1 = 16; d = 2$ .

**6.36(1)**  $(b_n)$  – геометрическая прогрессия

$$\begin{cases} b_1 + b_3 = 51 \\ b_2 + b_6 = 102; \end{cases} \begin{cases} b_1 + b_1 q^2 = 51 \\ b_1 q + b_1 q^5 = 102; \end{cases} \begin{cases} b_1(1 + q^2) = 51 \\ b_1 q(1 + q^4) = 102; \end{cases} \begin{cases} q = 2, \\ b_1 = 3; \end{cases}$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}; \quad \frac{3 \cdot (2^n - 1)}{2 - 1} = 3069; \quad 3(2^n - 1) = 3069; \quad 2^n = 1024; \quad n = 10$$

**Ответ:**  $n = 10$ .

**6.36(2)**  $(b_n)$  – геометрическая прогрессия;

$$\begin{cases} b_4 - b_1 = 52 \\ b_5 - b_2 = 156 \end{cases} \begin{cases} b_1 q^3 - b_1 = 52 \\ b_1 q^4 - b_1 q = 156 \end{cases} \begin{cases} b_1(q^3 - 1) = 52 \\ b_1 q(q^3 - 1) = 156 \end{cases} \begin{cases} q = 3 \\ b_1 = 2 \end{cases};$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}; \quad \frac{2(3^n - 1)}{2} = 242; \quad 3^n - 1 = 242; \quad 3^n = 243; \quad n = 5.$$

**Ответ:** 5.

**6.37(1)**  $a_1; a_2; a_3$  – убывающая арифметическая прогрессия;

$$S_3 = \frac{a_1 + a_3}{2} \cdot 3 = 60; \quad \frac{2a_1 + 2d}{2} = 20; \quad a_1 + d = 20; \quad \begin{cases} a_2 = 20 \\ a_1 = 20 - d \end{cases}$$

1)  $a_1 - 10; 12; a_1 + 2d$  – геометрическая прогрессия.

$$\begin{cases} 12^2 = (a_1 - 10)(a_1 + 2d) \\ a_1 = 20 - d \end{cases} \quad \begin{cases} 144 = (a_1 - 10)(40 - a_1) \\ a_1 = 20 - d, \end{cases}$$

(поскольку  $a_1 + d = 20; d = 20 - a_1; 2d = 40 - 2a_1$ )

$$144 = 40a_1 - 400 - a_1^2 + 10a_1; \quad a_1^2 - 50a_1 + 544 = 0; \quad a_1 = 25 \pm \sqrt{625 - 544} =$$

$$= 25 \pm 9; \quad a_1 = 34; \quad a_1' = 16; \quad d_1 = -14; \quad d_2 = 4.$$

2) По условию арифметическая прогрессия убывающая, следовательно  $d = -14; a_1 = 34$ .

**Ответ:** 34; 20; 6.

**6.37(2)**  $a_1 < a_2 < a_3$  – возрастающая арифметическая прогрессия.

$$S_3 = 63; \quad \frac{a_1 + a_3}{2} \cdot 3 = 63; \quad 2a_1 + 2d = 42; \quad a_2 = 21.$$

2)  $a_1 + 10; 24; a_3$  – геометрическая прогрессия.

$$\begin{cases} 24^2 = (a_1 + 10)(a_1 + 2d), \\ d = 21 - a_1; \end{cases} \quad a_1 + 2d = a_1 + 2(21 - a_1) = 42 - a_1;$$

$$576 = (a_1 + 10)(42 - a_1), \quad 576 = 42a_1 + 420 - a_1^2 - 10a_1,$$

$a_1^2 - 32a_1 + 156 = 0$ ;  $a_1 = 16 \pm \sqrt{256 - 156} = 16 \pm 10$ ;  $a_1 = 26$ ;  $a'_1 = 6$ ;  
 $d_1 = -5$ ;  $d_2 = 15$ . Арифметическая прогрессия возрастает:  $d = 15$ ;  $a_1 = 6$ .  
 6; 21; 36 – искомые числа.

**Ответ:** 6; 21; 36.

**6.38(1)**  $a_1 < a_2 < a_3$  арифметическая прогрессия:  $a_2 - d$ ;  $a_2$ ;  $a_2 + d$ ;  $d \neq 0$ .  
 Тогда ее сумма  $3a_2 = 42$ ;  $a_2 = 14$ .

$(14-d)^2$ ;  $14^2$ ;  $(14+d)^2$  – геометрическая прогрессия; по свойству членов геометрической прогрессии  $a_n^2 = a_{n-1} \cdot a_{n+1}$ , следовательно

$$(14^2)^2 = ((14-d)(14+d))^2; 196 = 196 - d^2, \text{ но } 196 \neq 196 - d^2, \text{ т.к.}$$

$d \neq 0$ ;  $196 = d^2 - 196$ ;  $d^2 = 2 \cdot 196$ ;  $d_1 = 14\sqrt{2}$ ;  $d_2 = -14\sqrt{2}$ ,  $d_2$  не удовлетворяет условию задачи, т.к. прогрессия возрастает. Следовательно  $d = 14\sqrt{2}$ .

**Ответ:**  $14 - 14\sqrt{2}$ ; 14;  $14 + 14\sqrt{2}$ .

**6.38(2)**  $a_1 > a_2 > a_3$  – арифметическая прогрессия;  $a_1^2$ ;  $a_2^2$ ;  $a_3^2$  – геометрическая прогрессия.

Запишем данные числа в виде:  $a_2 - d$ ;  $a_2$ ;  $a_2 + d$ ;  $d \neq 0$ ; по условию  $S_3 = 36$ ;  $3a_2 = 36$ ;  $a_2 = 12$ ;  $(12-d)^2$ ;  $12^2$ ;  $(12+d)^2$  – геометрическая прогрессия;  $144^2 = ((12-d)(12+d))^2$ ;  $144 = 144 - d^2$  или  $144 = d^2 - 144$ ; но  $144 \neq 144 - d^2$ ,  $d \neq 0$ , поэтому  $144 = d^2 - 144$ ;  $d^2 = 2 \cdot 144$ ;  $d_1 = 12\sqrt{2}$  или  $d_2 = -12\sqrt{2}$ .  $d_1$  не удовлетворяет условию задачи, т.к. прогрессия убывает.

**Ответ:**  $12 + 12\sqrt{2}$ ; 12;  $12 - 12\sqrt{2}$ .

**6.39(1)**  $a$ ,  $aq$ ,  $aq^2$  – геометрическая прогрессия,  $a \neq 0$ ;  $a$ ,  $2aq$ ,  $aq^2$  – арифметическая прогрессия, поэтому  $\frac{a + aq^2}{2} = 2aq$ ;  $a + aq^2 = 4aq$ ;  
 $1 + q^2 - 4q = 0$ ,  $q = 2 \pm \sqrt{4 - 1}$ ;  $q = 2 \pm \sqrt{3}$ ; по условию  $|q| < 1$ , значит  $q = 2 - \sqrt{3}$ .

**Ответ:**  $q = 2 - \sqrt{3}$ .

**6.39(2)**  $a$ ,  $aq$ ,  $aq^2$  – геометрическая прогрессия,  $a > 0$ ;  $q > 1$ ;  $a$ ,  $aq$ ,  $\frac{aq^2}{2}$  – арифметическая прогрессия.  $a + \frac{aq^2}{2} = 2aq$ ;  $1 + \frac{q^2}{2} = 2q$ ;  $2 + q^2 - 4q = 0$ ;  $q^2 - 4q + 2 = 0$ ;  $q = 2 \pm \sqrt{2}$ . По условию  $q > 1$ , значит  $q = 2 + \sqrt{2}$ .

**Ответ:**  $2 + \sqrt{2}$ .

6.40(1)  $a; b; c$  – геометрическая прогрессия; следовательно  $b = aq; c = aq^2; a \neq 0$ .  $a+b, b+c, a+c$  – арифметическая прогрессия, следовательно  $2(b+c) = a+b+a+c$ . Далее:  $2(aq + aq^2) = 2a + aq + aq^2$ ;  $2(q+q^2) = 2+a+q^2$ ;  $2q+2q^2 = 2+a+q^2$ ,  $q^2+q-2 = 0$ ,  $q_1 = -2$ ;  $q_2 = 1$ ;  $q \neq 1$  (следует из определения геометрической прогрессии)

Ответ:  $q = -2$ .

6.40(2)  $a; b; c$  – геометрическая прогрессия;  $b = aq; c = aq^2; a \neq 0$ .  $a-b, b+c, b-c$  – арифметическая прогрессия;  $2(b+c) = a-b+b-c$ ;  $2(b+c) = a-c$ ;  $2(aq+aq^2) = a-aq^2$ ;  $2(q+q^2) = 1-q^2$ ;  $2q+2q^2-1+q^2 = 0$ ;  $3q^2+2q-1 = 0$ ;  $q = \frac{-1 \pm \sqrt{1+3}}{3} = \frac{-1 \pm 2}{3}$ ;  $q_1 = -1$ ;  $q_2 = \frac{1}{3}$ .  $q \neq -1$  (следует из определения геометрической прогрессии)

Ответ:  $\frac{1}{3}$ .

## 7. Текстовые задачи

7.1(1)  $x$  мин. – время движения Андрея,  $(x+4)$  мин. – время движения Николая.  $60(x+4) = 80x$ ;  $60x+240 = 80x$ ;  $20x = 240$ ;  $x = 12$ ;  
 $v = 80$  м/мин;  $x = 12$  мин;  $s = 960$  м.

Ответ: 960 м.

7.1(2)

	$v$ км/ч	$t$ ч	$s$ км
движение мотоцикла	60	$x+1$	$60(x+1)$
движение автомобиля	90	$x$	$90x$

$60(x+1) = 90x$ ;  $60x+60 = 90x$ ;  $30x = 60$ ;  $x = 2$ .  $s = 90 \cdot 2 = 180$  (км)

Ответ: 180 км.

7.2(1)

	$v$ км/ч	$t$ ч	$s$ км
движение автомобиля	$x$	2	$2x$
движение автобуса	$x-20$	$2\frac{1}{3}$	$\frac{7}{3}(x-20)$

$AB = 300$  км.  $2x + \frac{7}{3}(x-20) = 300$ ;  $3 \cdot 2x + 7x - 140 = 900$ ;

$13x = 1040$ ;  $x = 80$ ; 80 км/ч – скорость автомобиля.

Ответ: 80 км/ч.



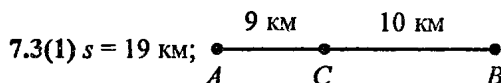
7.2(2)  $AB = 205$  км

	$v$ км/ч	$t$ ч	$s$ км
движение автобуса	$x$	$1\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}x$
движение мотоцикла	$x-20$	1	$x-20$

$$\frac{5}{4}x + x - 20 = 205; 5x + 4x - 80 = 820; 9x = 900; x = 100.$$

100 км/ч – скорость автобуса.

Ответ: 100 км/ч.



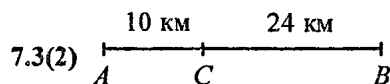
	$v$ км/ч	$s$ км	$t$ ч
движение пешехода, вышедшего из A	$x+1$	9	$\frac{9}{x+1} + \frac{1}{2}$
движение пешехода, вышедшего из B	$x$	10	$\frac{10}{x}$

Пешеходы вышли одновременно и встретились, следовательно

$$\frac{9}{x+1} + \frac{1}{2} = \frac{10}{x}; \frac{19+x}{2(x+1)} = \frac{10}{x}; 19x + x^2 = 20x + 20; x^2 - x - 20 = 0.$$

$$x_1 = 5; x_2 = -4$$

Ответ: 5 км/ч и 6 км/ч.



	$v$ км/ч	$s$ км	$t$ ч
движение мотоциклиста, выехавшего из A	$x+8$	10	$\frac{10}{x+8} + \frac{1}{2}$
движение мотоциклиста, выехавшего из B	$x$	24	$\frac{24}{x}$

$$\frac{10}{x+8} + \frac{1}{2} = \frac{24}{x}; \frac{28+x}{2(x+8)} = \frac{24}{x}; 28x + x^2 = 48x + 24 \cdot 16; x^2 - 20x -$$

$$384 = 0; x_{1,2} = 10 \pm \sqrt{100 + 384} = 10 \pm 22; x_1 = 32, x_2 < 0. x_1 + 8 = 40.$$

Ответ: 32 км/ч; 40 км/ч.

7.4(1) 2 км/ч – скорость течения реки; 8 км/ч – собственная скорость лодки; 10 км/ч – скорость лодки по течению; 6 км/ч – скорость лодки против течения. 2 ч – время движения лодки.

$x$  км – расстояние, на которое лодка может отплыть. Тогда:

$$\frac{x}{10} + \frac{x}{6} = 2; 3x + 5x = 60; 8x = 60; x = 7,5.$$

Ответ: 7,5 км.

7.4(2) 2 км/ч – скорость течения реки; 6 км/ч – собственная скорость лодки; 8 км/ч – скорость лодки по течению; 4 км/ч – скорость лодки против течения; 3 ч – время движения лодки.

$x$  км – расстояние, на которое лодка должна отплыть. Тогда:

$$\frac{x}{8} + \frac{x}{4} = 3; x + 2x = 24; x = 8.$$

Ответ: на 8 км.

7.5(1) 18 км/ч – собственная скорость лодки;

$s = 20$  км;  $x$  км/ч – скорость течения реки.

	$v$ км/ч	$s$ км	$t$ ч
движение по течению	$18+x$	20	$\frac{20}{18+x}$
движение против течения	$18-x$	20	$\frac{20}{18-x}$

$$1) \frac{20}{18+x} + \frac{20}{18-x} = +\frac{1}{4} = 2,5; \quad \frac{20}{18+x} + \frac{20}{18-x} = 2,25.$$

$$2) \frac{20 \cdot 18 - 20x + 20 \cdot 18 + 20x}{324 - x^2} = \frac{9}{4}; \quad \frac{40 \cdot 18}{324 - x^2} = \frac{9}{4}; \quad \frac{80}{324 - x^2} = \frac{1}{4};$$

$$324 - x^2 = 320; x^2 = 4; x_1 = -2; x_2 = 2.$$

2 км/ч – скорость течения реки

Ответ: 2 км/ч.

7.5(2)  $x$  км/ч – собственная скорость лодки; 2 км/ч – скорость

течения реки;  $4 - \frac{2}{5} = 3\frac{3}{5}$  ч =  $\frac{18}{5}$  ч – время движения лодки.

	$v$ км/ч	$s$ км	$t$ ч
движение по течению	$x+2$	21	$\frac{21}{x+2}$
движение против течения	$x-2$	21	$\frac{21}{x-2}$

$$\frac{21}{x+2} + \frac{21}{x-2} = \frac{18}{5}; x \neq \pm 2; \frac{21x-42+21x+42}{x^2-4} = \frac{18}{5};$$

$$5 \cdot 42x = 18(x^2-4); 210x = 18x^2-72; 3x^2-35x-12=0;$$

$$x = \frac{35 \pm \sqrt{1225+144}}{6} = \frac{35 \pm 37}{6}; x_1 = 12; x_2 = -\frac{1}{3}.$$

Ответ: 12 км/ч.

7.6(1)  $x$  км/ч – скорость течения реки

8 км/ч – собственная скорость лодки

	$v$ км/ч	$s$ км	$t$ ч
движение лодки по течению	$8+x$	15	$\frac{15}{8+x}$
движение лодки против течения	$8-x$	6	$\frac{6}{8-x}$
движение плота	$x$	5	$\frac{5}{x}$

$$\frac{15}{8+x} + \frac{6}{8-x} = \frac{5}{x}; x \neq 0; \pm 8; \frac{120-15x+48+6x}{64-x^2} = \frac{5}{x}; x(-9x+168)$$

$$= 5(64-x^2); -9x^2+168x = 320-5x^2; 4x^2-168x+320 = 0; x^2-42x+80 = 0;$$

$$x_1 = 40; x_2 = 2$$

Ответ: 2 км/ч.

7.6(2)  $x$  км/ч – скорость течения реки

15 км/ч – скорость катера в стоячей воде

	$v$ км/ч	$s$ км	$t$ ч
движение катера по течению	$15+x$	24	$\frac{24}{15+x}$
движение катера против течения	$15-x$	20	$\frac{20}{15-x}$
движение плота	$x$	9	$\frac{9}{x}$

$$\frac{24}{15+x} + \frac{20}{15-x} = \frac{9}{x}; x \neq 0; \pm 15; \frac{24(15-x)+20(15+x)}{225-x^2} = \frac{9}{x};$$

$$\frac{24 \cdot 15 - 24x + 20 \cdot 15 + 20x}{225-x^2} = \frac{9}{x}; (660-4x)x = 2025-9x^2;$$

$$660x-4x^2 = 2025-9x^2; 5x^2+660x-2025 = 0; x^2+132x-405 = 0;$$

$$x = -66 \pm \sqrt{4356+405} = -66 \pm 69. x_1 = 3; x_2 = -135; (v>0)$$

Ответ: 3 км/ч.

## 7.7(1)

	Сумма вклада в рублях	Годовой %	Вклад на конец года в рублях
1-й счет	$x$	8%	$x+0,08x = 1,08x$
2-й счет	$3000-x$	10%	$(3000-x)+0,1(3000-x) = 1,1(3000-x)$

$1,08x+1,1(3000-x) = 3260$ ;  $1,08x+3300-1,1x = 3260$ ;  $0,02x = 40$ ;  
 $x = 2000$ .

Ответ: 1000 р., 2000 р.

## 7.7(2)

	Было	Уменьшилось в %	Стало
ДТП в 1-м городе	$x$	10%	$x-0,1x$
ДТП во 2-м городе	$900-x$	30%	$(900-x)-0,3(900-x)$

$0,9x+0,7(900-x) = 740$ ;  $9x+7(900-x) = 7400$ ;  $9x-7x+6300 = 7400$ ;  
 $2x = 1100$ ;  $x = 550$

Ответ: 550; 350.

## 7.8(1)

	В прошлом году	Изменилось в %	Стало
Число заявлений, поданных на 1 ф-т	$x$	Уменьшилось на 20%	$x-0,2x = 0,8x$
Число заявлений, поданных на 2 ф-т	$1100-x$	Увеличилось на 30%	$(1100-x)+0,3(1100-x) = 1,3(1100-x)$

$0,8x+1,3(1100-x) = 1130$ ;  $8x+13(1100-x) = 11300$ ;  $8x+14300-13x = 11300$ ;  
 $5x = 3000$ ;  $x = 600$ .

Число заявлений, поданных в текущем году на 1 ф-т –  $600 \cdot 0,8 = 480$ ;  
на 2 ф-т – 650.

Ответ: 480; 650.

## 7.8(2)

	Было	Изменилось в %	Стало
Количество депутатов 1-й партии	$x$	Увеличилось на 15%	$x+0,15x = 1,15x$
Количество депутатов 2-й партии	$60-x$	Уменьшилось на 20%	$0,8(60-x)$

$$1,15x + 0,8(60 - x) = 55; 1,15x + 48 - 0,8x = 55; 0,35x = 7; x = 20.$$

В городской думе после выборов в 1-й партии –  $20 \cdot 1,15 = 23$  (чел); во 2-й партии – 32 чел.

**Ответ:** 23; 32.

**7.9(1)**  $x$  (м) сторона квадратного участка.

Тогда длина выделенного участка  $x+60$  (м), а ширина –  $x-48$  (м).

Площади прямоугольника и квадрата равны.

Имеем:

$$(x+60)(x-48) = x^2; x^2 + 60x - 48x - 2880 = x^2; 12x = 2880; x = 240.$$

**Ответ:** 240 м.

**7.9(2)**  $x$  (м) – сторона квадратного участка;  $x-18$  (м);  $x+27$  (м) – размеры площадки прямоугольной формы;  $(x-18)(x+27) = x^2; x^2 + 9x - 486 = x^2; 9x = 486; x = 54$ .

**Ответ:** 54 м.

**7.10(1)**  $a = x$  (м);  $b = x+5$  (м);  $S = ab; S = x(x+5);$

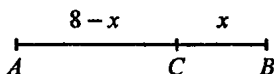
$$a_1 = x+5 \text{ (м); } b_1 = x+7 \text{ (м); } S_1 = (x+5)(x+7); (x+5)(x+7) - x(x+5) = 280; (x+5)(x+7-x) = 280; x+5 = 40; x+7 = 42; S_1 = 40 \cdot 42 = 1680.$$

**Ответ:**  $1680 \text{ м}^2$ .

**7.10(2)**  $a = x$  (м);  $b = x+25$  (м);  $a_1 = x+4$  (м);

$$b_1 = x+30 \text{ (м); } (x+4)(x+30) - x(x+25) = 300; x^2 + 34x + 120 - x^2 - 25x = 300; 9x = 180; x = 20; S_1 = 24 \cdot 50 = 1200$$

**Ответ:**  $1200 \text{ м}^2$ .

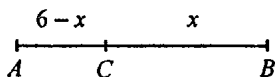


**7.11(1)**  $CB = x$  км;  $AC = (8-x)$  км

Лыжник, скорость которого на 4 км/ч больше, прошел путь  $(8+x)$  км (другой –  $(8-x)$  км) и опередил второго

на  $4 \cdot \frac{3}{4} = 3$  км. Следовательно,  $8+x > 8-x$  на 3 км;  $8+x - 8-x = 3; x = 1,5$ .

**Ответ:** На расстоянии 1,5 км от  $B$ .



**7.11(2)**  $AC = (6-x)$  км

$CB = x$  км.

Путь велосипедиста  $(6+x)$  км; путь пешехода –  $(6-x)$  км. Велосипедист опередил пешехода на  $10 \cdot \frac{6}{10} = 6$  (км).

Следовательно:  $6+x > 6-x$  на 6.

$$6+x - 6-x = 6; x = 3.$$

**Ответ:** на расстоянии 3 км от  $B$ .

## 7.12(1)

	$v$ км/ч	$t_1$ ч	$t_2$ ч
Движение 1 пешехода	$x$	2,5	$1\frac{2}{3}$
Движение 2 пешехода	$y$	2	$2\frac{2}{3}$

$$\begin{cases} 2,5x + 2y = 20 \\ \frac{5}{3}x + \frac{8}{3}y = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 4y = 40 \\ 5x + 8y = 60 \end{cases}$$

$$4y = 20; \quad y = 5; \quad x = 4.$$

**Ответ:** 4 км/ч; 5 км/ч.

## 7.12(2)

	$v$ (км/ч)	$t_1$ (ч)	$t_2$ (ч)
Движение 1 велосипедиста	$x$	1 ч 48 мин	36 мин
Движение 2 велосипедиста	$y$	48 мин	1 ч 36 мин

$$\begin{cases} 1\frac{4}{5}x + \frac{4}{5}y = 36 \\ \frac{3}{5}x + 1\frac{3}{5}y = 36 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{9}{5}x + \frac{4}{5}y = 36 \\ \frac{3}{5}x + \frac{8}{5}y = 36 \end{cases} \quad \begin{cases} 9x + 4y = 180 \\ 3x + 8y = 180 \end{cases} \quad \begin{matrix} -2 \\ \\ \end{matrix}$$

$$\begin{cases} -18x - 8y = -360 \\ 3x + 8y = 180 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 12 \\ y = 18 \end{cases}$$

**Ответ:** 12 км/ч; 18 км/ч.

**7.13(1)**  $x$  км – расстояние до железнодорожной станции

$$\frac{x}{15} - \frac{1}{2} = \frac{x}{40} + 2; \quad \frac{2x - 15}{30} = \frac{x + 80}{40};$$

$$80x - 15 \cdot 40 = 30x + 30 \cdot 80;$$

$$8x - 60 = 3x + 240; \quad 5x = 300; \quad x = 60.$$

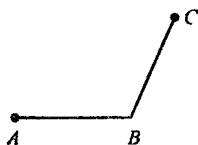
**Ответ:** 60 км.

**7.13(2)**  $x$  км – расстояние от дома до стадиона.

$$\frac{x}{5} - 1 = \frac{x}{10} + \frac{1}{2};$$

$$2x - 10 = x + 5; \quad x = 15.$$

**Ответ:** 15 км.



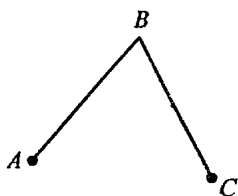
7.14(1) 12 км/ч – скорость на горизонтальном участке  
8 км/ч – скорость на подъеме; 15 км/ч – скорость на спуске.

$AB = x$  км;  $BC = y$  км.

$$\begin{cases} \frac{x}{12} + \frac{y}{8} = 1 \\ \frac{x}{12} + \frac{y}{15} = \frac{23}{30} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{y}{8} - \frac{y}{15} = 1 - \frac{23}{30} \\ \frac{x}{12} + \frac{y}{8} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{7y}{120} = \frac{7}{30} \\ \frac{x}{12} + \frac{y}{8} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 4 \\ x = 6 \end{cases}$$

Ответ: 10 км.

7.14(2)  $AB = x$  км;  $BC = y$  км; 3 км/ч – скорость пешехода в гору; 6 км/ч – скорость пешехода под гору.



$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = \frac{5}{3} \\ \frac{x}{6} + \frac{y}{3} = \frac{7}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y = 10 \\ x + 2y = 14 \end{cases} \quad -2$$

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ -2x - 4y = -28 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 6 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ответ: 8 км.

7.15(1)

	$v$ км/ч	$t$ ч
движение автобуса	$x$	$\frac{60}{x}$
движение автомобиля	$1,2x$	$\frac{60}{1,2x}$

$$\frac{60}{1,2x} + \frac{1}{20} + \frac{7}{60} = \frac{60}{x}; \quad \frac{60}{x} - \frac{50}{x} = \frac{1}{6}; \quad \frac{10}{x} = \frac{1}{6}; \quad x = 60; \quad 1,2x = 72;$$

$$v_1 = 60 \text{ км/ч}; \quad v_2 = 60 \cdot 1,2 = 72 \text{ км/ч}.$$

Ответ: 60 км/ч; 72 км/ч.

7.15(2)  $x$  км/ч – скорость 1-го автобуса;  $1,5x$  км/ч – скорость 2-го автобуса;  $\frac{80}{x}$  ч – время движения 1-го автобуса;  $\frac{80}{1,5x}$  ч – время

движения 2-го автобуса;  $\frac{80}{1,5x} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{80}{x}; \quad \frac{80}{x} = \frac{80}{1,5x} + \frac{1}{3};$

$$\frac{80}{x} = \frac{160}{3x} + \frac{1}{3}; \quad 240 = 160 + x; \quad x = 80. \quad 80 \text{ км/ч} = v_1, \quad v_2 = 80 \cdot 1,5 = 120 \text{ км/ч}.$$

Ответ: 80 км/ч; 120 км/ч.

7.16(1)  $x$  км/ч – скорость 1-го туриста;  $y$  км/ч – скорость 2-го туриста

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x+y)=5 \\ \frac{5}{x}-\frac{5}{y}=\frac{5}{12} \end{cases} \begin{cases} x+y=10 \\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{12} \end{cases} \begin{cases} x+y=10 \\ (y-x) \cdot 12 = xy \end{cases} \begin{cases} x+y=10 \\ 12y-12x=xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=10-x \\ 12(10-x)-12x=x(10-x) \end{cases} \begin{cases} y=10-x \\ x^2-34x+120=0 \end{cases} \quad x^2-34x+120=0$$

$x_1 = 30$ ;  $x_2 = 4$ .  $x_1$  не удовлетворяет условию задачи, т.к. турист идет;  $x = 4$ ,  $y = 6$ .

Ответ: 4 км/ч; 6 км/ч.

7.16(2)  $x$  км/ч – скорость 1-го велосипедиста

$y$  км/ч – скорость 2-го велосипедиста

$$\begin{cases} 1,5(x+y)=45 \\ \frac{45}{y}-\frac{45}{x}=2\frac{1}{4} \end{cases} \begin{cases} x+y=30 \\ \frac{5}{y}-\frac{5}{x}=\frac{1}{4} \end{cases} \begin{cases} x+y=30 \\ 20x-20y=xy \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=30-y \\ 20(30-y)-20y=y(30-y) \end{cases} \quad 600-20y-20y=30y-y^2; y^2-70y+600=0,$$

$y_1 = 60$ ;  $y_2 = 10$ ;  $y_1$  не удовлетворяет условию задачи, т.к.  $x > 0$ .

Ответ: 10 км/ч; 20 км/ч.

7.17(1) 1 ч = 60 мин;  $x$  мин. – время прохождения круга 1-м лыжником;  $(x+3)$  мин. – время 2-го лыжника; за час 1-й лыжник сделает  $\frac{60}{x}$  оборотов, а 2-й –  $\frac{60}{x+3}$  оборота.

$$\frac{60}{x}-\frac{60}{x+3}=1; \quad \frac{60x+180-60x}{x(x+3)}=1; \quad \frac{180}{x(x+3)}=1; \quad x^2+3x-180=0;$$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+720}}{2} = \frac{-3 \pm 27}{2}$ ;  $x_1 = -15$ ;  $x_2 = 12$ ;  $x_1$  не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: за 12 мин. и за 15 мин.

7.17(2)  $x$  с. – время прохождения круга 1-м картом;  $(x+10)$  с. – время 2-го карта;

$$\frac{60}{x}-\frac{60}{x+10}=1; \quad \frac{60x+600-60x}{x(x+10)}=1; \quad \frac{600}{x(x+10)}=1; \quad x^2+10x-600=0;$$

$x_1 = -30$ ;  $x_2 = 20$ .  $x_1$  не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: за 20 с. и за 30 с.



## 7.18(1)

	задач, решенных за 1 день	кол-во дней	кол-во решенных задач
по норме	12	$x$	$12x$
решал в действительности	20	$x-5$	$20(x-5)$

$$20(x-5)-12x=20; 20x-100-12x=20; 8x=120; x=15;$$

$20 \cdot 10 = 200$  задач решил Николай.

**Ответ:** 200 задач.

## 7.18(2)

	кол-во слов, выученных в 1 день	кол-во дней	кол-во выученных слов
норма	24	$x$	$24x$
в действительности	30	$x-2$	$30(x-2)$

$24x = 30(x-2)+18; 24x = 30x-60+18; 6x = 42; x = 7; 24 \cdot 7 = 168$  слов должна была выучить Ирина.

**Ответ:** 168 слов.

7.19(1)  $x$  халатов в день должны были шить в мастерской в течение  $y$  дней.

$$\begin{cases} xy = 60 \\ (x+2)(y-4) = 56 \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 60 \\ xy + 2y - 4x - 8 = 56 \end{cases} \quad \begin{cases} -4x + 2y = 4, \\ xy = 60; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 2x = 2 \\ xy = 60 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2 + 2x, \\ xy = 60; \end{cases}$$

$x(2+2x) = 60; x(1+x) = 30; x$  — целое положительное число, значит  $x = 5$ . В день в мастерской шили 7 халатов.

**Ответ:** 7 халатов.

7.19(2)  $x$  деталей в час должен был обрабатывать рабочий в течение  $y$  часов.

$$\begin{cases} xy = 80 \\ (x+2)(y-1) = 84 \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 80 \\ xy + 2y - 2 - x = 84 \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 80 \\ 2y - x = 6, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2y - 6 \\ y(2y - 6) = 80, \end{cases} \quad 2y^2 - 6y = 80; y^2 - 3y - 40 = 0; y_1 = 8; y_2 = -5$$

$y_2$  не удовлетворяет условию задачи;  $y = 8; x = 10; x + 2 = 12$ .

**Ответ:** 12 деталей.

7.20(1)  $x$  елей ежедневно должен был заготавливать лесхоз в течение  $y$  дней.

$$\begin{cases} xy = 216 \\ 3x + (x+2)(y-3-1) = 232; \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 216 \\ 3x + xy + 2y - 4x - 8 = 232 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 216 \\ -x + 2y + 216 = 240 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2y - 24 \\ y(2y - 24) = 216; \end{cases}$$

$$y^2 - 12y - 108 = 0; y = 6 \pm \sqrt{36 + 108} = 6 \pm 12; y_1 = 18; y_2 = -6;$$

$y_2$  не удовлетворяет условию задачи;  $y = 18; x = 12$ .

**Ответ:** 12 елей.

7.20(2)  $x$  автомобилей в час планировали собирать в течение  $y$  часов.

$$\begin{cases} xy = 160 \\ 2x + (x+3)(y-2-1) = 155 \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 160 \\ 2x + xy + 3y - 3x - 9 = 155 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 160 \\ 3y - x = 4; \end{cases} \quad y(3y - 4) = 160; 3y^2 - 4y - 160 = 0$$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 480}}{3} = \frac{2 \pm 22}{3};$$

$$y_1 = 8; y_2 < 0; x = 20$$

**Ответ:** 20 автомобилей.

7.21(1)

	Время работы в часах	Количество страниц, набираемых в час
1-й сотрудник	$x+1$	$y$
2-й сотрудник	$x$	$y+2$

$$\begin{cases} y(x+1) + x(y+2) = 65 \\ x(y+2) - y(x+1) = 5 \end{cases}; \quad \begin{cases} xy + y + xy + 2x = 65 \\ xy + 2x - xy - y = 5 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 2xy + y + 2x = 65 \\ y = 2x - 5 \end{cases}; \quad 2x(2x-5) + 2x - 5 + 2x = 65;$$

$$4x^2 - 10x + 2x - 5 + 2x = 65; 2x^2 - 3x - 35 = 0;$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 280}}{4} = \frac{3 \pm 17}{4}; x_1 = 5; x_2 < 0; y = 2 \cdot 5 - 5 = 5; y + 2 = 7.$$

**Ответ:** 5 стр.; 7 стр.

## 7.21(2)

	Количество изготовленных пирожных в час	Время работы в часах
Кондитер	$y+6$	$x$
Ученик	$y$	$x+1$

$$\begin{cases} x(y+6) + y(x+1) = 140 \\ x(y+6) - y(x+1) = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} xy + 6x + xy + y = 140 \\ xy + 6x - yx - y = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2xy + 6x + y = 140 \\ 6x - y = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x(6x-20) + 6x + 6x - 20 = 140 \\ y = 6x - 20 \end{cases},$$

$$x(6x-20) + 6x - 80 = 0, 6x^2 - 14x - 80 = 0, 3x^2 - 7x - 40 = 0,$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 480}}{6} = \frac{7 \pm 23}{6}, x_1 = 5; x_2 = -\frac{8}{3} < 0; x = 5; y = 6x - 20 = 10;$$

$$y + 6 = 16.$$

**Ответ:** 16 пирожных; 10 пирожных.

7.22(1) За  $x$  мин. можно сделать всю работу на 1-й машине, работая в отдельности, за  $(x+15)$  мин. — на 2-й.

$$\text{Примем объем работы за 1. } \frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{10}; 10(x+15+x) = x^2 + 15x; 20x + 150 = x^2 + 15x; x^2 - 5x - 150 = 0; x_1 = -10; x_2 = 15.$$

$x_1$  не удовлетворяет условию задачи.

**Ответ:** за 15 мин.; за 30 мин.

7.22(2) За  $x$  мин. можно сделать копию на 1 аппарате, работая в отдельности, за  $x+30$  мин. — на 2-м.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+30} = \frac{1}{20}; 20(2x+30) = x(x+30); 40x+600 = x^2+30x; x^2-10x-$$

$$600 = 0; x_1 = -20; x_2 = 30.$$

**Ответ:** за 30 мин. и за 1 час.

7.23(1) Фирма  $A$  может выполнить заказ за  $x$  дней, фирма  $B$  — за  $x+4$  дня. Объем работы примем за 1.

$$24\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4}\right) = 5; \frac{1}{x} + \frac{1}{x+4} = \frac{5}{24}; \frac{2x+4}{x^2+4x} = \frac{5}{24}; 24(2x+4) = 5(x^2+4x); 48x+96 = 5x^2+20x; 5x^2-28x-96 = 0;$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 + 480}}{5} = \frac{14 \pm 26}{5}$$

$$x_1 = 8; x_2 < 0; x = 8; x + 4 = 12.$$

**Ответ:** Фирма  $A$  — за 8 дней; фирма  $B$  — за 12 дней.

**7.23(2)** Один шланг наполняет бассейн за  $x$  мин.; другой за  $x+10$ . Объем бассейна примем за 1.

$$1) 8\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10}\right) = \frac{2}{3}; \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12}; \quad 12(2x+10) = x^2+10x;$$

$$24x+120 = x^2+10x; \quad x^2-14x-120 = 0; \quad x_1 = 20; \quad x_2 = -6 < 0.$$

**Ответ:** за 20 мин. и за 30 мин.

**7.24(1)**  $x+6$  дней потребовалось бы 1-му строителю,  $x$  дней потребовалось бы 2-му строителю.

Примем объем работы за 1. Тогда  $\frac{14}{x+6} + \frac{11}{x} = 1$ ;  $14x+11x+66 = x^2+6x$ ,  $x^2-19x-66 = 0$ ;  $x_1 = 22$ ;  $x_2 = -3 < 0$ ;  $x = 22$ ;  $x+6 = 28$ .

**Ответ:** за 28 дней и за 22 дня.

**7.24(2)**  $x$  дней потребуется 1-му мастеру на выполнение работы, работая отдельно,  $x+7$  дней – второму.  $\frac{15}{x} + \frac{8}{x+7} = 1$ ,  $15x+105+8x = x^2+7x$ ;  $x^2-16x-105 = 0$ ;  $x_1 = 21$ ;  $x_2 = -5 < 0$ ;  $x = 21$ ;  $x+7 = 28$ .

**Ответ:** за 28 дней и за 21 день.

**7.25(1)** За  $x$  ч. может очистить от снега 1-я машина, работая отдельно; за  $y$  – 2-я машина.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}; \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} 4(x+y) = xy \\ x+y = 18 \end{cases}; \quad \begin{cases} xy = 72 \\ x+y = 18, \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \end{cases}$$

**Ответ:** одна машина за 6 ч., другая – за 12 ч.

**7.25(2)** За  $x$  мин. и за  $y$  мин. можно распечатать рукопись на каждом принтере в отдельности.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} 12(x+y) = xy \\ x+y = 50 \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 600 \\ x+y = 50; \end{cases} \quad x = 20; y = 30$$

**Ответ:** На одном принтере за 20 мин.; на другом – за 30 мин.

**7.26(1)** 1-й автомат может упаковать дневную норму за  $x$  ч.; 2-й – за  $y$  ч. Примем объем работы за 1

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}; \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{5}; \end{cases} \quad \text{Пусть } \frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b, \text{ тогда}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a+b=\frac{1}{12} \\ 2a+3b=\frac{1}{5} \end{array} \right\} -2 ; \left\{ \begin{array}{l} -2a-2b=-\frac{1}{6} \\ 2a+3b=\frac{1}{5} \end{array} \right\} ; \left\{ \begin{array}{l} b=\frac{1}{30} \\ a=\frac{1}{20} \end{array} \right\} ; \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x}=\frac{1}{20} \\ \frac{1}{y}=\frac{1}{30} \end{array} \right\} ; \begin{cases} x=20 \\ y=30 \end{cases}$$

**Ответ:** 1-й автомат за 20 ч.; 2-й – за 30 ч.

**7.26(2)** За  $x$  ч. может набрать весь текст 1-й оператор, работая отдельно; за  $y$  ч – 2-й. Примем объем работы за 1.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8} \\ \frac{3}{x} + \frac{12}{y} = \frac{3}{4} \end{array} \right\} \quad \text{Пусть } \frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b, \text{ тогда } \left\{ \begin{array}{l} a+b=\frac{1}{8} \\ 3a+12b=\frac{3}{4} \end{array} \right\} -3 ;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -3a-3b=-\frac{3}{8} \\ 3a+12b=\frac{3}{4} \end{array} \right\} ; \left\{ \begin{array}{l} 9b=\frac{3}{8} \\ a=\frac{1}{8}-b \end{array} \right\} ; \left\{ \begin{array}{l} b=\frac{1}{24} \\ a=\frac{1}{12} \end{array} \right\} ; \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{y}=\frac{1}{24} \\ \frac{1}{x}=\frac{1}{12} \end{array} \right\} ; \begin{cases} y=24 \\ x=12 \end{cases}$$

**Ответ:** 1-й оператор за 12 ч., 2-й – за 24 ч.

**7.27(1)** За Андреева было отдано  $x$  голосов; за Васильева было отдано  $1,5x$  голосов; за Борисова было отдано  $4 \cdot 2,5x = 10x$  голосов. Победитель – Борисов.

Всего проголосовало  $x+1,5x+10x = 12,5x$  человек.

$$12,5x - 100\%; 10x - a\%; a = \frac{1000x}{12,5x} = 80\%$$

**Ответ:** 80%.

**7.27(2)** За Дмитриева было отдано  $x$  голосов; за Гаврилова –  $3x$  голосов; за Егорова –  $9(x+3x)=36x$  голосов. Всего проголосовало  $x+3x+36x = 40x$  человек.

$$40x - 100\%; 36x - a\%; a = \frac{3600x}{40x} = 90\% .$$

**Ответ:** 90%.

**7.28(1)** Немецкий язык изучают  $8k$  человек; французский язык изучают  $5k$  человек; английский язык –  $12k$  человек. Вся группа составляет 100%;  $12k + 8k + 5k = 25k$  (слушателей).  $25k - 100\%$ ;  $5k - x\%$ ;  $x = \frac{5k \cdot 100}{25k} = 20$  (%). Французский язык изучают 20% слушателей.

**Ответ:** 20% слушателей.

7.28(2)  $11k$  человек занимается самбо;  $6k$  человек занимается дзюдо;  $8k$  человек занимается карате.

100% количество всех учащихся;  $11k + 6k + 8k = 25k$  (учащихся);

$$25k - 100\%; 11k - x\%; x = \frac{11k \cdot 100}{25k} = 44(\%).$$

Ответ: 44% учащихся.

7.29(1)  $x$  кг — количество сена с влажностью 20%. Значит на  $x$  кг сена приходится  $0,2x$  кг воды и  $0,8x$  кг сухого вещества.  $0,8x$  кг составляют 40% от количества свежескошенной травы. Тогда  $0,8x$  кг —

$$40\%; 100\% \text{ свежескошенной травы} - \frac{0,8x \cdot 100}{40} = 2x; 2x = 1 \text{ (т);}$$

$x = 0,5$  (т).

Ответ: 500 кг.

7.29(2) В 1700 г. свежих грибов содержится 10% сухого вещества что составляет 170 г. Эта масса (170 г) составляет 85% массы высушенных грибов. Следовательно, вся масса высушенных грибов —

$$\frac{170}{85} \cdot 100 = 200 \text{ (г).}$$

Ответ: 200 г.

7.30(1) В сиропе содержится  $180:4 = 45$  (г) сахара; после добавления  $x$  г воды получится  $(180+x)$  г сиропа и в нем сахара  $0,2(180+x)$  г., следовательно  $(180+x)0,2 = 45$ ;  $36+0,2x = 45$ ;  $0,2x = 9$ ;  $x = 45$ .

Ответ: 45 г.

7.30(2) Пусть надо добавить  $x$  г сиропа, в нем будет содержаться  $0,25x$  г сахара. Масса полученного раствора составит  $(200+x)$  г, из которых сахара  $(200+x)0,05$  г. Далее:  $0,25x = (200+x) \cdot 0,05$ ,  $5x = 200+x$ ;  $4x = 200$ ;  $x = 50$ .

Ответ: 50 г.

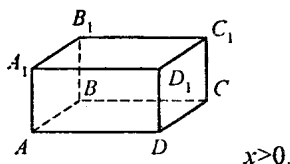
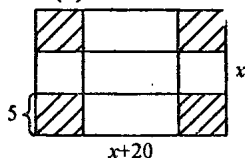
7.31(1) Было  $x$  г 75% раствора кислоты, в нем содержится  $0,75x$  (г) кислоты. В 30 г 15%-го раствора кислоты содержится  $30 \cdot 0,15 = 4,5$  (г) кислоты. В  $(30+x)$  г 50%-го раствора содержится  $0,5(30+x)$  г кислоты. Следовательно,  $0,75x + 4,5 = 0,5(x+30)$ ;  $1,5x + 9 = x + 30$ ;  $0,5x = 21$ ;  $x = 42$ .

Ответ: 42 г.

7.31(2) Было  $x$  г 15%-го раствора соли, в нем  $0,15x$  (г) — соли. В 50 г 60%-го раствора соли содержится  $50 \cdot 0,6 = 30$  (г соли). В  $(50+x)$  г раствора должно содержаться  $0,4(50+x)$  г соли, т.е.  $0,15x + 30 = 0,4(50+x)$ ;  $0,15x + 30 = 20 + 0,4x$ ;  $10 = 0,25x$ ;  $x = 40$ .

Ответ: 40 г.

## 7.32(1)

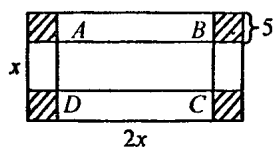


Размеры листа жести:  $x$  см и  $x+20$  см.

Размеры коробки:  $AD = x+20-10$  (см);  $AD = x+10$  (см);

$AB = x-10$  (см);  $AA_1 = H = 5$  (см);  $V = AD \cdot AB \cdot H$ ;  $5(x+10)(x-10) = 1500$ ;  
 $x^2 - 100 = 300$ ;  $x^2 = 400$ ;  $x_1 = 20$ ;  $x_2 = -20 < 0$ .

**Ответ:** 20 см; 40 см.



7.32(2)  $x > 0$ . Размеры листа картона:  $x$  см;  $2x$  см. Размеры коробки:  $AB = 2x-10$  (см),  $AD = x-10$  (см),  $H = 5$  (см).

$V = AB \cdot AD \cdot H$ ;  $5(2x-10)(x-10) = 5000$ ;

$2(x-5)(x-10) = 1000$ ;  $(x-5)(x-10) = 500$ ;

$x^2 - 5x - 10x + 50 - 500 = 0$ ;  $x^2 - 15x - 450 = 0$ ;  $x_1 = 30$ ;  $x_2 = -15 < 0$ .

**Ответ:** 30 см; 60 см.

7.33(1)  $v_1 > v_2$  на 200 м/мин, т.е. на  $200 \cdot 60 = 12000$  м/ч = 12 км/ч;

$10 \text{ с} = \frac{1}{360} \text{ ч}$ ;  $v_1 = x$  км/ч;  $v_2 = (x+12)$  км/ч.

$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+12} = \frac{1}{360}$ ;  $\frac{x+12-x}{x(x+12)} = \frac{1}{360}$ ;  $x(x+12) = 12 \cdot 360$ ;

$x^2 + 12x - 4320 = 0$ .

$x = -6 \pm \sqrt{36 + 4320} = -6 \pm 66$ ;  $x_1 = -72$ ;  $x_2 = 60$ .

$x_1$  не удовлетворяет условию задачи.

**Ответ:** 60 км/ч; 72 км/ч.

7.33(2)  $v_1 > v_2$  на 5 м/мин, т.е. на  $5 \cdot 60$  м/ч = 300 м/ч = 0,3 км/ч.

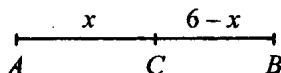
$50 \text{ с} = \frac{50}{3600} \text{ ч} = \frac{1}{72} \text{ ч}$ ;  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+0,3} = \frac{1}{72}$ ;  $\frac{x+0,3-x}{x(x+0,3)} = \frac{1}{72}$ ;

$x(x+0,3) = 0,3 \cdot 72$ ;  $x^2 + 0,3x - 21,6 = 0$ ;  $10x^2 + 3x - 216 = 0$ ;

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 8640}}{20} = \frac{-3 \pm 93}{20}$ ;  $x_1 = 4,5$ ;  $x_2 = -4,8 < 0$ .

**Ответ:** 4,5 км/ч; 4,8 км/ч.

## 7.34(1)



$B = 6$  км;  $AC = x$  км;  $CB = 6-x$  км;  $C$  - место встречи.

Движение после встречи.	$s$ км	$t$ ч	$v$ км/ч
Движение пешехода, шедшего из $A$ .	$6-x$	$24 \text{ мин.} = \frac{24}{60} \text{ ч.} = \frac{2}{5} \text{ ч.}$	$\frac{6-x}{\frac{2}{5}} = \frac{5(6-x)}{2}$
Движение пешехода, шедшего из $B$ .	$x$	$54 \text{ мин.} = \frac{54}{60} \text{ ч.} = \frac{9}{10} \text{ ч.}$	$\frac{x}{\frac{9}{10}} = \frac{10x}{9}$

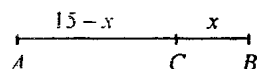
Время движения пешеходов до встречи одинаково

$$\frac{2x}{5(6-x)} = \frac{(6-x) \cdot 9}{10x}; 20x^2 = 45(6-x)^2; 4x^2 = 9(6-x)^2; (2x)^2 = (3(6-x))^2;$$

$$2x = 18-3x; 5x = 18; x = 3,6; 2x = 3x-18; x = 18; x < 6 \text{ по условию.}$$

Ответ: 3,6 км.

7.34(2)



Движение после встречи.	$s$ км	$t$ ч	$v$ км/ч
Движение велосипедиста, выехавшего из $A$ .	$x$	$20 \text{ мин.} = \frac{1}{3} \text{ ч.}$	$\frac{x}{\frac{1}{3}} = 3x$
Движение велосипедиста, выехавшего из $B$ .	$15-x$	$45 \text{ мин.} = \frac{3}{4} \text{ ч.}$	$\frac{15-x}{\frac{3}{4}} = \frac{4(15-x)}{3}$

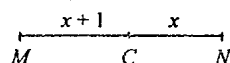
Время движения велосипедистов до встречи одинаково

$$\frac{15-x}{3x} = \frac{3x}{4(15-x)}; 9x^2 = 4(15-x)^2; (3x)^2 = (2(15-x))^2; 3x = 30-2x;$$

$$5x = 30; x = 6; 3x = 2x-30; x = -30 < 0.$$

Ответ: 6 км.

7.35(1) Опечатка в книге. Второй пешеход пришел в  $N$  (должно быть в  $M$ ).



$$CN = x \text{ км; } MC = x+1 \text{ км}$$



$$v_1 = \frac{x}{\frac{4}{5}} = \frac{5x}{4} \text{ км/ч (скорость пешехода, вышедшего из } M).$$

$$v_2 = \frac{x+1}{\frac{5}{4}} = \frac{4(x+1)}{5} \text{ км/ч (скорость пешехода, вышедшего из } N).$$

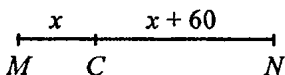
Так как пешеходы вышли одновременно, то время до встречи одинаково.  $\frac{4(x+1)}{5x} = \frac{5x}{4(x+1)}$ ;  $16(x+1)^2 = 25x^2$ ;  $4(x+1) = 5x$ ;  $4x+4 = 5x$ ;

$$x_1 = 4 \text{ или } 4(x+1) = -5x; 4x+4 = -5x; 4 = -9x; x_2 = -\frac{4}{9} < 0. \text{ Наконец:}$$

$$v_1 = 4 : \frac{4}{5} = 5 \text{ км/ч; } v_2 = (4+1) : \frac{5}{4} = \frac{5 \cdot 4}{5} = 4 \text{ км/ч.}$$

**Ответ:** 5 км/ч; 4 км/ч.

**7.35(2)**



$$MC = x \text{ км; } CN = x+60 \text{ км; } v_1 = (x+60) : \frac{5}{2} = \frac{2(x+60)}{5};$$

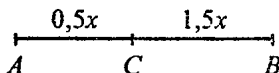
$$v_2 = x : \frac{2}{5} = \frac{5x}{2}. \text{ Время до встречи одинаково, следовательно}$$

$$\frac{5x}{2(x+60)} = \frac{(x+60) \cdot 2}{5x}; (5x)^2 = (2(x+60))^2; 5x = 2x+120; x = 40 \text{ или}$$

$$5x = -2x-120; x < 0; \text{ при } x=40: v_1 = \frac{2 \cdot 100}{5} = 40 \text{ км/ч; } v_2 = \frac{40 \cdot 5}{2} = 100 \text{ км/ч.}$$

**Ответ:** 40 км/ч; 100 км/ч.

**7.36(1)**



$$v_B = x \text{ км/ч; } BC = 1,5x \text{ км; } AC = 0,5x \text{ км}$$

$$v_T = \frac{0,5x}{1,5} = \frac{x}{3} \text{ км/ч; } t_T = 1,5x : \frac{x}{3} = 1,5 \cdot 3 = 4,5 \text{ (ч) — время, затра-$$

ченное туристом на прохождение пути  $CB$ ; на весь путь турист затратил  $1,5 + 4,5 = 6$  (ч).

**Ответ:** 6 ч.

$$7.36(2) v_a = x \text{ км/ч};$$

$$AC = \frac{2}{3}x \text{ км}; CB = \frac{x}{6} \text{ км}$$

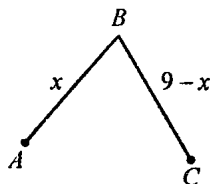
$$v_s = \frac{x}{6} : \frac{2}{3} = \frac{x}{4} \text{ км/ч};$$

$$t_s = \frac{2x}{3} : \frac{x}{4} = \frac{8}{3} \text{ ч.} = 2 \frac{2}{3} \text{ ч.} = 2 \text{ ч. } 40 \text{ мин.}$$

Ответ: 2 ч. 40 мин.

7.37(1)  $AB = x$  км;  $BC = (9-x)$  км. Скорость пешехода на подъеме  $y$  км/ч; скорость пешехода на спуске  $y+2$  км/ч.

$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{9-x}{y+2} = 1\frac{5}{6}; \\ \frac{9-x}{y} + \frac{x}{y+2} = 1\frac{11}{12}; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{xy+2x+9y-xy}{y(y+2)} = \frac{11}{6}; \\ \frac{(9-x)(y+2)+xy}{y(y+2)} = \frac{23}{12}; \end{cases}$$



$$\begin{cases} \frac{2x+9y}{y(y+2)} = \frac{11}{6}; \\ \frac{9y-xy+18-2x+xy}{y(y+2)} = \frac{23}{12}; \end{cases} \quad \begin{cases} 6(2x+9y) = 11y(y+2); \\ 12(9y+18-2x) = 23y(y+2); \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x+54y=11y^2+22y; \\ 108y+216-24x=23y^2+46y; \end{cases} \quad \begin{cases} 12x+32y-11y^2=0 \\ -24x+62y-23y^2+216=0 \end{cases} \quad \left| \cdot 2 \right|;$$

$$\begin{cases} 24x+64y-22y^2=0; \\ -24x+62y-23y^2+216=0; \end{cases} \quad 8) \quad \begin{cases} 126y-45y^2+216=0; \\ 14y-5y^2+24=0; \end{cases}$$

$$5y^2-14y-24=0; y = \frac{7 \pm \sqrt{49+120}}{5} = \frac{7 \pm 13}{5}; y_1=4; y_2<0$$

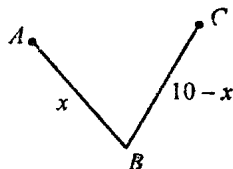
$$\frac{x}{4} + \frac{9-x}{6} = \frac{11}{6}; 3x+18-2x=22; x=4.$$

Ответ: длина подъема 4 км; скорость на подъеме 4 км/ч; скорость на спуске 6 км/ч.

7.37(2)

$$AB = x \text{ км}; BC = 10-x \text{ км}$$

Скорость туриста на подъеме  $y$  км/ч, скорость туриста на спуске  $y+3$  км/ч.



$$I. \begin{cases} \frac{x}{y+3} + \frac{10-x}{y} = 2\frac{2}{3}, \\ \frac{10-x}{y+3} + \frac{x}{y} = 2\frac{1}{3}, \end{cases} \begin{cases} \frac{xy+(y+3)(10-x)}{y(y+3)} = \frac{8}{3}, \\ \frac{x(y+3)+y(10-x)}{y(y+3)} = \frac{7}{3}; \end{cases}$$

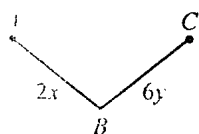
$$\begin{cases} \frac{xy+10y+30-xy-3x}{y(y+3)} = \frac{8}{3}; \\ \frac{xy+3x+10y-xy}{y(y+3)} = \frac{7}{3}; \end{cases} \begin{cases} 3(10y+30-3x) = 8(y^2+3y); \\ 3(3x+10y) = 7(y^2+3y); \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30y+90-9x = 8y^2+24y; \\ 9x+30y = 7y^2+21y; \end{cases} \begin{cases} -9x+6y-8y^2+90 = 0; \\ 9x+9y-7y^2 = 0; \end{cases}$$

$15y-15y^2+90 = 0; y^2-y-6 = 0; y_1 = 3; y_2 = -2 < 0; -2$  не удовлетворяет условию задачи;  $y = 3$ .

$$II. \frac{x}{6} + \frac{10-x}{3} = \frac{8}{3}; x+20-2x = 16; x = 4.$$

Ответ: длина спуска 4 км, скорость на подъеме 3 км/ч; скорость на спуске 6 км/ч.

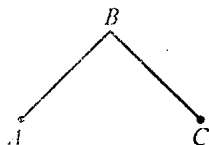


7.38(1)  $x$  км/ч — скорость автомобиля при движении с горы;  $y$  км/ч — скорость автомобиля в гору;  $2x$  км — путь с горы;  $6y$  км — путь в гору.

$$\frac{6y}{x} + \frac{2x}{y} = 13, \quad \frac{x}{y} = a; \quad 2a + \frac{6}{a} - 13 = 0;$$

$$2a^2 - 13a + 6 = 0; a = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 48}}{4} = \frac{13 \pm 11}{4}; a_1 = 6; a_2 = \frac{1}{2}.$$

Ответ: в 6 раз.



7.38(2)

$x$  км/ч — скорость автобуса в гору;  $y$  км/ч — скорость автобуса с горы.  $AB = 5x$  км;  $BC = 3y$  км

$$\frac{3y}{x} + \frac{5x}{y} = 16; \quad \frac{y}{x} = a; \quad 3a + \frac{5}{a} = 16;$$

$$3a^2 - 16a + 5 = 0; a = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 15}}{3} = \frac{8 \pm 7}{3}; a_1 = 5; a_2 = \frac{1}{3}.$$

Ответ: в 5 раз.

7.39(1)  $v_1 = 5 \text{ км/ч}$ ;  $v_2 = 4 \text{ км/ч}$ ;  $v_3 = x \text{ км/ч}$ ; 3-й турист догоняет 2-го туриста через  $y$  ч после своего выхода;

$$1) \begin{cases} xy = 4\left(y + \frac{1}{2}\right) \\ x(y+4) = 5(y+5) \end{cases}; 2) \begin{cases} xy = 4y + 2 \\ xy + 4x = 5y + 25 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} xy = 4y + 2 \\ xy = 5y - 4x + 25 \end{cases}; 4y + 2 = 5y - 4x + 25; 4x - y - 23 = 0; y = 4x - 23.$$

$$4) \begin{cases} y = 4x - 23 \\ x(4x - 23) = 4(4x - 23) + 2 \end{cases};$$

$$4x^2 - 23x = 16x - 92 + 2; 4x^2 - 39x + 90 = 0;$$

$$x = \frac{39 \pm \sqrt{1521 - 1440}}{8} = \frac{39 \pm 9}{8};$$

$x_1 = 6$ ;  $x_2 = 3,75 < 4$  – не удовлетворяет условию задачи.

**Ответ:** 6 км/ч.

7.39(2)  $v_1 = 50 \text{ км/ч}$ ;  $v_2 = 60 \text{ км/ч}$ ;  $v_3 = x \text{ км/ч}$

$y$  ч. – время, за которое 3-я машина догнала 1-ю.

$$\begin{cases} xy = 50(y+1) \\ x\left(y+1\frac{1}{3}\right) = 60\left(y+2\frac{1}{3}\right) \end{cases} (I); \begin{cases} xy = 50(y+1) \\ x\left(y+\frac{4}{3}\right) = 60\left(y+\frac{7}{3}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 50(y+1) \\ x(3y+4) = 60(3y+7) \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{60(3y+7)}{3y+4} \\ y \cdot \frac{60(3y+7)}{3y+4} = 50(y+1) \end{cases};$$

$$\frac{6y(3y+7)}{3y+4} = 5(y+1);$$

$$18y^2 + 42y = (3y+4)(5y+5);$$

$$18y^2 + 42y = 15y^2 + 15y + 20 + 20y; 3y^2 + 7y - 20 = 0;$$

$$y = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 240}}{6} = \frac{-7 \pm 17}{6};$$

$y_1 = -4$ ;  $y_2 = \frac{5}{3}$ ;  $y_1$  не удовлетворяет условию задачи.

При  $y = 1\frac{2}{3}$  уравнение (I) имеет вид:  $3x = 60 \cdot 4$ ;  $x = 80$ .

**Ответ:** 80 км/ч.

$$7.40(1) v_B = x \text{ км/ч};$$

$$v_T = x + \frac{1}{4}x = \frac{5}{4}x \text{ км/ч}; \quad v_M = \frac{5}{4}x + \frac{5}{4}x \cdot \frac{3}{5} = 2x \text{ км/ч}$$

Велосипедист прибыл в  $B$  через  $y+1$  (ч); турист через  $y$  (ч).

$$s_B = s_T; \quad \frac{5}{4}xy = x(y+1); \text{ следовательно, } \frac{5}{4}y = y+1; \quad \frac{1}{4}y = 1; y = 4$$

Турист прибыл в  $B$  через 4 часа, проделав путь  $s = \frac{5}{4}x \cdot 4 = 5x$  (км).

Тот же путь проделал мотоциклист за  $\frac{5x}{2x} = 2,5$  (ч).

Мотоциклист прибыл в  $B$  раньше на 0,5 часа, т.к. он выехал на 1 час позже туриста и в пути был 2,5 часа.  $4 - 3,5 = 0,5$  (ч)

**Ответ:** на 30 мин.

$$7.40(2) v_a = x \text{ км/ч};$$

$$v_T = \frac{3}{2}x \text{ км/ч}; \quad v_{aa} = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5}x = \frac{9x}{5} \text{ км/ч}$$

В пункт  $B$  трейлер прибыл через  $y$  часов; автобус – через  $y+1$  часов после выезда из  $A$ ;  $s_a = s_T$ ;  $x(y+1) = y \cdot \frac{3}{2}x$ ;  $y+1 = 1,5y$ ;  $0,5y = 1$ ;  $y = 2$ . Трейлер и автобус прибыли в  $B$  соответственно через 2 часа и 3 часа после выезда из  $A$ .

$$\text{Путь } AB \text{ равен: } v_T \cdot t_T = \frac{3}{2}x \cdot 2 = 3x \text{ (км); } t_{aa} = \frac{3x \cdot 5}{9x} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3} \text{ (ч).}$$

Легковой автомобиль выехал из  $A$  на 1 час позже трейлера, и на 2 часа позже автобуса, т.е. за 1 час до прибытия автобуса и трейлера в  $B$ , и пробыл в пути  $1\frac{2}{3}$  часа. Значит, он прибыл позже их на  $\frac{2}{3}$  часа.

**Ответ:** 40 мин.

7.41(1)  $v_1$  км/ч – скорость грузовика;  $v_2$  км/ч – скорость легкового автомобиля;  $t$  ч. – время, которое понадобится легковому автомобилю, чтобы догнать грузовик. Тогда  $v_2 t = (\frac{1}{2} + t)v_1$  или  $(v_2 - v_1)t = v_1 \cdot 0,5$  (1).  $s_1$  км – путь грузовика после первой встречи до второй встречи:  $s_1 = 30 - 6 = 24$  км.  $s_2$  км – путь легкового автомобиля после первой встречи до второй встречи:  $s_2 = 30 + 6 = 36$  км.

Пусть  $t_1$  – время движения автомобилей между первой и второй встречами; тогда  $v_2 = \frac{36}{t_1}$  км/ч,  $v_1 = \frac{24}{t_1}$  км/ч.

Подставим значения  $v_2$  и  $v_1$  в уравнение (I):

$$\left(\frac{36}{t_1} - \frac{24}{t_1}\right)t = \frac{24}{t_1} \cdot 0,5; \quad \frac{12t}{t_1} = \frac{12}{t_1}; \quad t = 1$$

Ответ: 1 час.

7.41(2)  $v_1$  км/ч – скорость 1-го маршрутного такси;  $v_2$  км/ч – скорость 2-го маршрутного такси  $v_2 > v_1 > 0$ .  $t$  ч. – время, которое понадобится 2-му маршрутному такси, чтобы догнать 1-е маршрутное такси.  $(v_2 - v_1)t = v_1 \cdot 0,2$  (I);  $s_2 = 35$  км;  $s_1 = 25$  км

$s_2$  км и  $s_1$  км – пути, пройденные каждым маршрутным такси между двумя встречами. Тогда:  $\frac{35}{v_2} = \frac{25}{v_1}$ ,  $v_2 = \frac{7}{5}v_1$ . Далее: из (I)

$$\text{имеем: } \frac{2}{5}v_1 \cdot t = v_1 \cdot \frac{1}{5}; \quad t = \frac{1}{5} : \frac{2}{5} = \frac{1}{2} \text{ ч.}$$

Ответ: 30 мин.

7.42(1) Примем путь  $AB$  за 1;  $v_{\text{плота}} = v_{\text{теч. реки}} = \frac{1}{12}$  км/ч;  $v_{\text{лодки по теч}}$

$$= v_{\text{в стояч. воде}} + v_{\text{теч. реки}} = \frac{1}{3} \text{ км/ч; } v_{\text{в стояч. воде}} = x \text{ км/ч; } \frac{1}{3} = x + \frac{1}{12},$$

$$x = \frac{1}{3} - \frac{1}{12}; \quad x = \frac{1}{4}; \quad \frac{1}{4} \text{ км/ч – скорость лодки в стоячей воде. Все рас-}$$

стояние  $AB$  моторная лодка преодолит за 1:  $\frac{1}{4} = 4$  (часа).

Ответ: 4 ч.

7.42(2) Примем путь  $AB$  за 1;  $v_{\text{плота}} = v_{\text{теч. реки}} = \frac{1}{6}$  (км/ч);  $x$  (км/ч) –

скорость лодки в стоячей воде;  $v_{\text{лодки против течения}} = \frac{1}{2}$  (км/ч);  $v_{\text{лодки про-}}$

$$\text{тив теч} = v_{\text{в стояч. воде}} - v_{\text{теч. реки}}; \quad \frac{1}{2} = x - \frac{1}{6}; \quad x = \frac{2}{3} \text{ (км/ч). Искомое время:}$$

$$1 : \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \text{ (ч). За 1,5 ч. моторная лодка преодолит путь } AB.$$

Ответ: 1,5 ч.

7.43(1) Примем расстояние  $AB$  за 1

$v_{\text{катера в стоячей воде}} > v_{\text{пл.}}$  в 4 раза:  $v_{\text{собств. катера}} = 4v_{\text{плота (течения)}}$

$v_{\text{катера по теч.}} > v_{\text{пл.}}$  в 5 раз:  $v_{\text{катера по теч.}} = 5v_{\text{плота (течения)}}$

$v_{\text{катера против теч.}} > v_{\text{пл.}}$  в 3 раза;  $v_{\text{катера против теч.}} = 3v_{\text{плота (течения)}}$

1) Плот движется навстречу катеру  $\frac{v_{пл}}{v_{кат}} = \frac{1}{3}$ . Следовательно,

плот к моменту встречи проплыл  $\frac{1}{4}$  пути, а катер  $\frac{3}{4}$  пути.

2) Плот и катер плывут по течению.  $\frac{v_{пл}}{v_{кат}} = \frac{1}{5}$ . Следовательно,

плот к моменту возвращения катера в пункт  $B$  проплыл  $\frac{1}{5}$  от  $\frac{3}{4}$  пути, т.е.  $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$ . Всего плот проплыл от  $A$  к  $B$

$$\frac{3}{20} + \frac{1}{4} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

**Ответ:**  $\frac{2}{5}$  пути.

**7.43(2)** Примем расстояние  $AB$  за 1.

$v_{б. \text{собств.}} > v_{пл.}$  в 3 раза;  $v_{б. \text{собств.}} = 3v_{плота \text{ (течения)}}$

$v_{б. \text{по теч.}} > v_{пл.}$  в 4 раза;  $v_{б. \text{по теч.}} = 4v_{плота \text{ (течения)}}$

$v_{б. \text{против теч.}} > v_{пл.}$  в 2 раза;  $v_{б. \text{против теч.}} = 2v_{плота \text{ (течения)}}$

1) Баржа движется против течения навстречу плоту  $\frac{v_{пл}}{v_{б.}} = \frac{1}{2}$

Плот проплыл  $\frac{1}{3}$  расстояния  $AB$ , баржа проплыла  $\frac{2}{3}$  расстояния  $AB$ .

2) Баржа и плот движутся в одном направлении  $\frac{v_{пл}}{v_{б.}} = \frac{1}{4}$

К моменту возвращения баржи в пункт  $A$  плот проплыл  $\frac{1}{4}$

расстояния от  $\frac{2}{3}$ , т.е.  $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$ . Всего плот проплыл  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ , и

ему останется проплыть  $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  расстояния от  $A$  до  $B$ .

**Ответ:**  $\frac{1}{2}$  пути.

**7.44(1)** 3 км/ч – скорость течения реки;  $x$  км/ч – собственная скорость катера;  $v_{по \text{ теч.}} = 3+x$  км/ч,  $v_{против \text{ теч.}} = x-3$  км/ч

Примем путь от  $A$  до  $B$  за 1.

$$s_{кат} = 2s_{по \text{ теч.}} + s_{против \text{ теч.}}$$

$$\frac{2}{x+3} + \frac{1}{x-3} = \frac{1}{3}; \quad \frac{2x-6+x+3}{x^2-9} = \frac{1}{3}; \quad \frac{3x-3}{x^2-9} = \frac{1}{3}; \quad 9x-9 = x^2-9;$$

$$9x-x^2=0; x(9-x)=0; x_1=0; x_2=9.$$

$x_1$  не удовлетворяет условию задачи.

**Ответ:** 9 км/ч.

**7.44(2)** 2 км/ч – скорость течения реки;  $x$  км/ч – собственная скорость теплохода;  $v_{\text{по теч.}} = x+2$  км/ч;  $v_{\text{против теч.}} = x-2$  км/ч.

Примем расстояние от  $A$  до  $B$  за 1.  $S_{\text{тепл.}} = 3S_{\text{по теч.}} + 2S_{\text{против теч.}}$

$$\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x-2} = \frac{1}{2}; \quad \frac{3x-6+2x+4}{x^2-4} = \frac{1}{2}; \quad \frac{5x-2}{x^2-4} = \frac{1}{2}; \quad 10x-4 = x^2-4;$$

$$10x-x^2=0; x(10-x)=0; x_1=0; x_2=10.$$

**Ответ:** 10 км/ч.

**7.45(1)**  $x$  ч. – время движения на велосипеде;  $y$  ч. – время движения на лодке;  $z$  ч. – время движения пешком.

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{4} = 2 \\ \frac{x}{3} + \frac{2y}{3} + \frac{z}{2} = 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} 4x+2y+3z=24 & (1) \\ 2x+4y+3z=18 & (2) \end{cases}; \quad (1)+(2):$$

$$6x+6y+6z=42; x+y+z=7$$

**Ответ:** 7 ч.

**7.45(2)**  $x$  ч. – время, затраченное на выполнение домашнего задания по математике;  $y$  ч. – время, затраченное на выполнение домашнего задания по физике;  $z$  ч. – время, затраченное на выполнение домашнего задания по русскому языку

$$\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2.5} = 2, & \left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{2z}{5} = 2 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1 \end{array} \right. \begin{array}{l} 10; \\ 12; \end{array} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1, & \left\{ \begin{array}{l} 2x+5y+4z=20 \quad (1); \\ 6x+3y+4z=12 \quad (2); \end{array} \right. \end{cases}$$

$$(1)+(2): 8x+8y+8z=32, x+y+z=4.$$

**Ответ:** 4 ч.

**7.46(1)**  $z$  – количество рабочих дней.

	Зарплата в 1 день	Рабочие дни	
Иванов	$x$	$z-1$	$z-5$
Петров	$y$	$z-5$	$z-1$

$$1) \begin{cases} x(z-1) = 7200 & (1) \\ y(z-5) = 8000 \\ y(z-1) - x(z-5) = 3600 \end{cases} \quad \text{Пусть } z-1 = a; z-5 = b.$$



$$\begin{cases} ax = 7200 \\ by = 8000 \\ ay - bx = 3600 \end{cases}; \begin{cases} a = \frac{7200}{x} \\ b = \frac{8000}{y} \\ ay - bx = 3600 \end{cases}, \frac{7200y}{x} - \frac{8000x}{y} = 3600;$$

$$\frac{18y}{x} - \frac{20x}{y} = 9; \frac{y}{x} = k; 18k - \frac{20}{k} - 9 = 0; 18k^2 - 9k - 20 = 0;$$

$$k = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 1440}}{36} = \frac{9 \pm 39}{36}; k_1 = \frac{4}{3}; k_2 = -\frac{5}{6}; k_2 \text{ не удовлетворяет}$$

условиям задачи.  $\frac{y}{x} = \frac{4}{3}; x = \frac{3y}{4}.$

$$2) \begin{cases} xz - x = 7200 \\ yz - 5y = 8000 \\ yz - y - xz + 5x = 3600 \end{cases}; \begin{cases} xz = 7200 + x \\ yz = 8000 + 5y \\ 8000 + 5y - y - 7200 - x + 5x - 3600 = 0 \end{cases};$$

из последнего уравнения системы получаем:  $4x + 4y = 2800$  и

далее:  $\begin{cases} x + y = 700 \\ x = \frac{3y}{4} \end{cases}; \begin{cases} \frac{3y}{4} + y = 700 \\ x = \frac{3y}{4} \end{cases}; \frac{7y}{4} = 700; y = 400; x = 300;$

$z = 25$  (найдено из уравнения (I)); Иванов заработал  $300 \cdot 25 = 7500$  (р.)  
Петров заработал  $400 \cdot 25 = 10000$  (р.)

**Ответ:** 7500 р.; 10000 р.

**7.46(2)**  $z$  – количество рабочих дней.

	Заработок в 1 день	Рабочие дни	
Мастер	$x$	$z-1$	$z+1$
Ученик	$y$	$z+1$	$z-1$

$$\begin{cases} x(z-1) = y(z+1) \text{ (I)} \\ x(z+1) = 3600 \text{ (II)} \\ y(z-1) = 1600 \text{ (III)} \end{cases} \text{ . Обозначим } z-1 = a; z+1 = b.$$

$$\begin{cases} ax = by \\ xb = 3600 \\ ya = 1600 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3600}{b} \\ y = \frac{1600}{a} \\ \frac{3600a}{b} = \frac{1600b}{a} \end{cases}; \frac{36a}{b} = \frac{16b}{a}; 9a^2 = 4b^2; 3a = 2b;$$

$3a = -2b$  не может быть;  $3(z-1) = 2(z+1)$ ;  $3z-3 = 2z+2$ ;  $z = 5$ .

в)  $x = 600$ ;  $y = 400$ ; найдены из уравнения (I) и (II). Мастер заработал  $600 \cdot 5 = 3000$  р.; ученик заработал  $400 \cdot 5 = 2000$  р.

**Ответ:** 2000 р.; 3000 р.

7.47(1) За 1 ч. 1-я мельница может смолотить  $\frac{38}{6} = \frac{19}{3}$  ц. пшеницы;

2-я —  $\frac{32}{5}$  ц.; 3-я — 5 ц.  $133 \text{ т} = 1330 \text{ центнеров}$ ;  $\frac{19}{3}t + \frac{32}{5}t + 5t = 1330$ ;

$t$  — время помола;  $t(95+96+75) = 1330 \cdot 15$ ;  $266t = 1330 \cdot 15$ ;  $2t = 150$ ;  $t = 75$ .

$75 \cdot \frac{19}{3} = 475$  (ц.);  $75 \cdot 6,4 = 480$  (ц.);  $75 \cdot 5 = 375$  (ц.)

**Ответ:** 475 ц.; 480 ц.; 375 ц.

7.47(2) За 1 час Маша печатает 10 стр., Таня — 8 стр.,

Оля — 9 стр.

Пусть  $t$  — время печатания, тогда  $(10 + 8 + 9)t = 54$ ;

$t = \frac{54}{27} = 2$  (ч).

За 2 часа Маша напечатает 20 стр., Таня — 16 стр., Оля — 18 стр.

**Ответ:** 20 стр.; 16 стр.; 18 стр.

7.48(1) Каждая из бригад, работая отдельно, может разгрузить вагон за  $x$  ч.;  $y$  ч.;  $z$  ч. и  $u$  ч. Примем объем работы за 1.

$$\begin{cases} \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{u} = \frac{1}{4} & (1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} + \frac{1}{u} = \frac{1}{3} & (2) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} & (3) \end{cases} \quad \begin{cases} (2) - (1) \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}; \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}; \end{cases}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6}; \quad \frac{2}{x} = \frac{1}{4}; \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{8};$$

2)  $\frac{1}{x} + \left( \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{u} \right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$  — такую часть работы могут вы-

полнить за один час все четыре бригады, работая вместе. Всю работу они выполнят за  $1 \cdot \frac{3}{8} = \frac{8}{3}$  часов.

**Ответ:** 2 ч. 40 мин.

7.48(2) Каждый из насосов, работая отдельно, может откачать воду за  $x$  мин.,  $y$  мин.,  $z$  мин. и  $u$  мин. Примем объем работы за 1.

$$1) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{10} & (1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} + \frac{1}{u} = \frac{1}{12} & (2) \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{u} = \frac{1}{15} & (3) \end{cases} \quad (1) - (2)$$

$$2) \begin{cases} \frac{1}{y} - \frac{1}{u} = \frac{1}{10} - \frac{1}{12} = \frac{1}{60} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{u} = \frac{1}{15}; \end{cases}$$

$\frac{2}{y} = \frac{1}{12}; \frac{1}{y} = \frac{1}{24}; (\frac{1}{x} + \frac{1}{z} + \frac{1}{u}) + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$  ( $\frac{1}{8}$  всего объема воды откачают в минуту четыре насоса, работая вместе).

Чтобы откачать всю воду, насосам понадобится  $1 : \frac{1}{8} = 8$  минут.

Ответ: 8 мин.

7.49(1)  $m$  кг – масса свежих яблок. В  $m$  кг содержится 0,8  $m$  воды и 0,2  $m$  сухого вещества, составляющего 80% массы сушеных яблок. Вся масса сушеных яблок составляет  $0,2 m : 0,8 = \frac{1}{4} m$  (кг).

Таким образом, из  $m$  кг свежих яблок получается  $\frac{m}{4}$  кг сушеных, что составляет 25% первоначальной массы. Усушка составляет  $m - \frac{m}{4} = \frac{3}{4} m$ , т.е. 75%.

Ответ: 75%.

7.49(2)  $m$  кг – свежих абрикосов; 0,4 $m$  (кг) – сушеных абрикосов; из 0,4 $m$  (кг) вода составляет 25%, т.е.  $0,4m : 4 = 0,1m$  (кг); а сухое вещество составляет 0,3  $m$  кг, т.е. 0,3 массы свежих абрикосов или  $0,3 \cdot 100\% = 30\%$ . Значит свежие абрикосы содержат 70% воды.

Ответ: 70%.

7.50(1) 1)  $x\%$  – концентрация 1-го раствора. В 2-х кг. раствора содержится  $2 \cdot 0,01x = 0,02x$  (кг) кислоты.  $y\%$  – концентрация 2-го раствора. В 6 кг. раствора содержится  $6 \cdot 0,01y = 0,06y$  (кг) кислоты.

В 8 кг раствора содержится  $8 \cdot 0,36 = 2,88$  кг кислоты.

$$0,02x + 0,06y = 2,88; 2x + 6y = 288; x + 3y = 144;$$

$$2) 0,01x + 0,01y = 2 \cdot 0,32; x + y = 64.$$

$$\begin{cases} x + 3y = 144 \\ x + y = 64 \end{cases}; \begin{cases} 2y = 80 \\ x = 64 - y \end{cases}, x = 24; y = 40$$

Ответ: 24% и 40%.

7.50(2)  $x\%$  – концентрация 1-го сиропа;  $y\%$  – концентрация 2-го сиропа.  $\begin{cases} 0,01 \cdot 5x + 0,01 \cdot 7y = 12 \cdot 0,35 \\ 0,01x + 0,01y = 0,36 \cdot 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 7y = 420 \\ x + y = 72 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \\ -5 \end{array} \right.$

$$\begin{cases} 5x + 7y = 420 \\ -5x - 5y = -360 \end{cases} \quad \begin{cases} 2y = 60 \\ x = 72 - y \end{cases} \quad \begin{cases} x = 42 \\ y = 30 \end{cases}$$

Ответ: 42% и 30%.

7.51(1)  $x$  г – масса 1-го раствора;  $0,2x$  – масса кислоты;  $y$  г – масса 2-го раствора;  $0,5y$  – масса кислоты.  $0,2x + 0,5y = 0,3(x+y)$ ;  $0,2x + 0,5y = 0,3x + 0,3y$ ;  $0,1x = 0,2y$ ;  $x = 2y$ ;  $\frac{x}{y} = 2$ ;  $x:y = 2:1$

Ответ: 2:1.

7.51(2)  $x$  кг – масса 1-го сплава;  $0,7x$  – масса меди;  $y$  кг – масса 2-го сплава;  $0,4x$  – масса меди.  $0,7x + 0,4y = 0,5(x+y)$ ;  $0,7x + 0,4y = 0,5x + 0,5y$ ;  $0,2x = 0,1y$ ;  $2x = y$ ;  $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$ ;  $x:y = 1:2$ .

Ответ: 1:2.

7.52(1)  $x$  (р.) – закупочная цена;  $\frac{3}{2}x$  (р.) – цена кружки в магазине;  $\frac{3}{2}x - \frac{2}{5}\left(\frac{3}{2}x\right) = \frac{3}{2}x - \frac{3}{5}x = \frac{9}{10}x$  (р.) – предновогодняя цена;  $x - \frac{9}{10}x = \frac{1}{10}x$  (р.).  $0,1x$  (р.) составляет 10% от  $x$ .

Ответ: Предновогодняя; на 10%.

7.52(2)  $x$  (р.) – закупочная цена футболки;  $x + 0,4x = 1,4x$  (р.) – цена футболки в магазине;  $1,4x - 0,7x = 0,7x$  (р.) – цена после снижения.  $x - 0,7x = 0,3x$  (р.) – составляет 30% от  $x$ .

Ответ: цена в конце года; на 30%.

7.53(1)  $x$  (р.) – первоначальная цена 1 картины;  $y$  (р.) – первоначальная цена 2 картины;  $\frac{6}{5}x$  (р.) – цена продажи 1 картины;  $\frac{3}{2}y$  (р.) – цена продажи 2 картины;

$$\frac{13}{10}(x+y) = \frac{6}{5}x + \frac{3}{2}y; \frac{13}{10}x - \frac{6}{5}x = \frac{3}{2}y - \frac{13}{10}y; \frac{1}{10}x = \frac{1}{5}y; 5x = 10y; x = 2y.$$

Ответ: Первоначальная стоимость 1-й картины в 2 раза больше, чем 2-й.

7.53(2)  $x$  (р.) – первоначальная стоимость питания;  $y$  (р.) – первоначальная стоимость проживания;  $(x+y)$  р. – первоначальная цена путевки.  $\frac{3}{2}x$  (р.) – цена питания после подорожания;  $\frac{5}{4}y$  (р.) – цена

проживания после подорожания;  $\left(\frac{3}{2}x + \frac{5}{4}y\right)$  – стоимость путевки

после подорожания.  $140\% = \frac{140}{100} = \frac{7}{5}$ ;  $\frac{7}{5}(x+y) = \frac{3}{2}x + \frac{5}{4}y$ ;

$$\frac{3}{2}x - \frac{7}{5}x = \frac{7}{5}y - \frac{5}{4}y; \frac{x}{10} = \frac{3y}{20}; x = \frac{3}{2}y.$$

Ответ: За питание платили в 1,5 раза больше, чем за проживание.

7.54(1)  $x > 0$ .  $x$  (р.) – цена апельсинов до снижения;  $0,7x$  (р.) – новая цена;  $2,8x$  (р.) – цена 2,8 кг по цене  $x$  р. за килограмм;  $2,8x : 0,7x = 4$  (кг).

Ответ: 4 кг.

7.54(2)  $x$  (р.) – первоначальная цена 1 кг фруктов;  $1,15x$  (р.) – новая цена 1 кг фруктов.  $\frac{230}{x} - \frac{230}{1,15x} = 3$ ;  $\frac{230}{x} - \frac{200}{x} = 3$ ;  $\frac{30}{x} = 3$ ;  $x = 10$ . 10 р.

– первоначальная цена; 11,5 р. – новая цена; цена возросла на 1,5 р.

Ответ: 1,5 р.

7.55(1) 2000 р. – первоначальная цена товара; 20 р. – 1% от 2000 р.;  $20a$  р. –  $a\%$  от 2000 р.;  $(2000 - 20a)$  р. – цена после 1-го снижения на  $a\%$ .  $(2000 - 20a) - \frac{2000 - 20a}{100}a = 1805$  – цена после второго снижения на  $a\%$ .  $(2000 - 20a) - (20 - 0,2a)a = 1805$ ;  $2000 - 20a - 20a + 0,2a^2 = 1805$ ;  $a^2 - 200a + 975 = 0$ ;  $a = 100 \pm \sqrt{10000 - 975} = 100 \pm 95$ ;  $a_1 = 195$ ;  $a_2 = 5$ ;  $a_1$  не подходит по смыслу задания.

Ответ: 5%.

7.55(2) 6000 р. – первоначальная цена; 60 р. – 1% от 6000 р.;  $60a$  р. –  $a\%$  от 6000 р.;  $(6000 + 60a)$  р. – цена после 1-го повышения на  $a\%$ ;  $(6000 + 60a) + \frac{6000 + 60a}{100}a = 6615$  – цена после 2-го

повышения на  $a\%$ .  $6000 + 60a + (60 + 0,6a)a = 6615$ ;  $6000 + 60a + 60a + 0,6a^2 = 6615$ ;  $0,6a^2 + 120a - 615 = 0$ ;  $6a^2 + 1200a - 6150 = 0$ ;  $a^2 + 200a - 1025 = 0$ ;  $a = -100 \pm \sqrt{10000 + 1025} = -100 \pm 105$ ;  $x_1 = 5$ ;  $x_2 = -205$ ;  $x_2$  не удовлетворяет условию задания.

Ответ: 5%.

## 7.56(1)

Число учеников	Было вчера	Стало сегодня
Присутствовало на уроке	$8x$	$8x-2$
Отсутствовало на уроке	$x$	$x+2$

Всего учеников в классе –  $9x$ .  $x+2$  составляет  $\frac{1}{5}$  часть от  $8x-2$

$8x-2 = 5(x+2)$ ;  $8x-2 = 5x+10$ ;  $3x = 12$ ;  $x = 4$ . В классе было 36 человек.

**Ответ:** 36.

## 7.56(2)

Число учеников	Было вчера	Стало сегодня
Присутствовало на уроке	$4x$	$4x+3$
Отсутствовало на уроке	$x$	$x-3$

$4x+3 = 9(x-3)$ ;  $4x+3 = 9x-27$ ;  $5x = 30$ ;  $x = 6$ .

Всего в классе было  $5x$  учеников.

**Ответ:** 30 человек.

7.57(1) Количество избирателей примем за 1. Тогда: 0,6 избирателей решили за кого голосовать;  $0,6 \cdot 0,55 = 0,33$  будут голосовать за А; т.е. 33% всех избирателей будут голосовать за А. За А должно проголосовать 50% всех избирателей, т.е. еще 17% от всего количества избирателей. Не решили за кого голосовать 0,4 избирателей. Следовательно,  $x$  избирателей из 0,4 оставшихся должны составить 0,17 от всего количества избирателей, т.е.  $x \cdot 0,4 = 0,17$ ;  $x = 0,17 : 0,4 = 0,425$ ;  $0,425 \cdot 100\% = 42,5\%$

**Ответ:** 42,5%.

7.57(2) Количество учащихся в 9-х классах примем за 1; 0,75 учащихся решили, какие экзамены будут сдавать:  $0,6 \cdot 0,75 = 0,45$  будут сдавать геометрию. Следовательно, 45% всех учащихся будут сдавать геометрию. Геометрию должны сдавать 50%, т.е. еще 5% всех учащихся. Не решили какой экзамен сдавать 0,25 учащихся. Следовательно,  $x$  учащихся из 0,25 неопределившихся должны составить 0,05 от количества всех девятиклассников, т.е.  $x \cdot 0,25 = 0,05$ ;  $x = 0,2$  или  $0,2 \cdot 100\% = 20\%$ .

**Ответ:** 20%.

7.58(1) 1)  $x$  р. – деньги Антона;  $y$  р. – деньги Бориса;  $z$  р. – деньги Виктора.

$$2) \begin{cases} \frac{4}{5}x + y + z = \frac{9}{10}(x + y + z) \\ x + y + \frac{4}{5}z = \frac{23}{25}(x + y + z) \end{cases} \begin{cases} -\frac{x}{10} + \frac{y}{10} + \frac{z}{10} = 0 \\ \frac{2}{25}x + \frac{2}{25}y - \frac{3}{25}z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x+y+z=0 \\ 2x+2y-3z=0 \end{cases} \Bigg| 3 \begin{cases} -3x+3y+3z=0 \\ 2x+2y-3z=0 \end{cases} \begin{cases} -x+5y=0 \\ -x+y+z=0 \end{cases} \quad x=5y$$

$$\begin{cases} -2x+2y+2z=0 \\ 2x+2y-3z=0 \end{cases} \begin{cases} z=4y \\ -x+y+z=0 \end{cases}$$

3) Пусть  $y = a\%$ ;  $x = 5a\%$ ;  $z = 4a\%$

$x+y+z = 100\%$ ;  $5a+4a+a = 100$ ;  $10a = 100$ ;  $a = 10$ .

**Ответ:** Антон внес 50%; Борис внес 10%; Виктор – 40%.

7.58(2) 1)  $x$  р. – плата за коммунальные услуги;  $y$  р. – плата за телефон;  $z$  р. – плата за электричество.

$$2) \begin{cases} \frac{3}{2}x+y+z = \frac{27}{20}(x+y+z) \\ x+y+\frac{3}{2}z = \frac{11}{10}(x+y+z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30x+20y+20z = 27x+27y+27z \\ 10x+10y+15z = 11x+11y+11z \end{cases} \quad \begin{cases} 3x-7y-7z=0 \\ x+y-4z=0 \end{cases} \Bigg| -3$$

$$\begin{cases} 3x-7y-7z=0 \\ -3x-3y+12z=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -10y+5z=0 \\ x+y-4z=0 \end{cases} \quad z=2y|7$$

$$\begin{cases} 3x-7y-7z=0 \\ 7x+7y-28z=0 \end{cases} \quad \begin{cases} 10x-35z=0 \\ x+y-4z=0 \end{cases} \quad x=3,5z$$

Обозначим:  $y = a\%$ ;  $x = 7a\%$ ;  $z = 2a\%$ ;  $x+y+z = 100\%$

$a+2a+7a = 100$ ;  $a = 10$ ;  $y = 10\%$ ;  $x = 70\%$ ;  $z = 20\%$ .

**Ответ:** коммунальные услуги – 70%; телефон – 10%; электричество – 20%.

## Приложение. Примеры экзаменационной работы

### Работа № 1

#### Вариант 1

1.  $100\% - 82\% = 18\%$ .

**Ответ:** 18%.

2. А.  $\frac{9}{20} + \frac{1}{3} = \frac{47}{60} < 1$ ; Б.  $\frac{27}{50} + \frac{2}{3} = \frac{81+100}{150} = \frac{181}{150} > 1$ ;

В.  $\frac{4}{18} + \frac{6}{18} + \frac{3}{18} = \frac{13}{18} < 1$ ; Г.  $0,84 < 1$ .

**Ответ:** Б.

3.  $a < b$ ;  $a < 0$ ;  $b > 0$ . А.  $a+b < 0$ ; Б.  $2a < 0$ ; В.  $2b > 0$ .

**Ответ:** В.

4.  $\frac{1}{9}\sqrt{36} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ .

**Ответ:**  $\frac{2}{3}$

5.  $t \text{ мин} = 60t \text{ с}$ ; за  $60t$  принтер распечатает  $\frac{60t}{6} = 10t$  (стр.)

Ответ: Б.

$$6. \frac{m-n}{m+n} - \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2} = \frac{(m-n)^2 - m^2 - n^2}{m^2-n^2} = \frac{m^2 - 2mn + n^2 - m^2 - n^2}{m^2-n^2} = -\frac{2mn}{m^2-n^2}.$$

Ответ:  $-\frac{2mn}{m^2-n^2}$ .

$$7. (27 \cdot 3^{-4})^2 = (3^3 \cdot 3^{-4})^2 = 3^{-2} = \frac{1}{9}.$$

Ответ: А.

$$8. 3\sqrt{3} - \sqrt{12} + \sqrt{2} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}.$$

Ответ:  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ .

$$9. \frac{x}{3} + \frac{x-1}{2} = 4; 2x+3x-3 = 24; 5x = 27; x = 5,4.$$

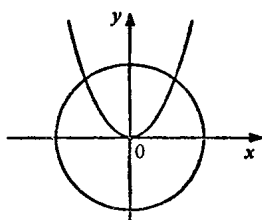
Ответ: Г

10.

А.  $2x^2-3x+1=0$     Б.  $2x^2+4x-1=0$     В.  $3x^2+4x+1=0$     Г.  $3x^2-2x+1=0$   
 $D=9-8>0$      $D=16-8>0$      $D=16-12>0$      $D=4-12<0$

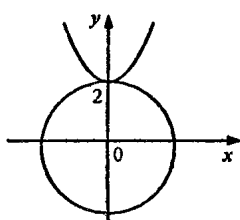
Ответ: Г.

11. 1)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x^2 \end{cases}$     2)  $x^2 + y^2 = 4; y = x^2 + 2$     3)  $x^2 + y^2 = 4; y = x^2 + 3$



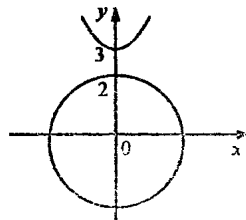
2 решения.

Ответ: 1)  $\rightarrow$  в)



1 решение.

2)  $\rightarrow$  б)



Нет решений.

3)  $\rightarrow$  а).

$$12. 9x-3>10x-2; -x>1; x<-1; -4,9<-1; -1,7<-1; -1,1<-1; -0,7>-1.$$

Ответ: Г.

$$13. a > b \text{ и } b \leq c, \text{ значит } b < a \text{ и } b \leq c.$$

Ответ: Г

$$14. (a_n) - \text{арифметическая прогрессия. } a_1 = 10, d = 1$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2}; S_{15} = \frac{20 + 14}{2} \cdot 15 = 255.$$

Ответ: А.

15.  $f(0) = 2$  на всех графиках,  $f(x)$  возрастает на промежутке  $(-\infty; 1]$  на А.

Ответ: А.



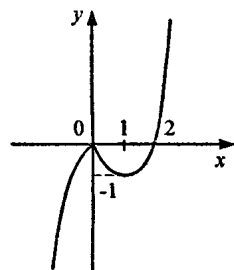
16. 10 р. – первоначальная цена, 12 р. – цена в конце месяца.  
Цена выросла на 2 р. 2 р. составляют  $\frac{1}{5}$  часть от 10 р., т.е. 20%.

Ответ: В.

$$1. 3a^2 - 4a + 1 = 3(a-1)\left(a - \frac{1}{3}\right) = (a-1)(3a-1); a = \frac{2 \pm \sqrt{4-3}}{3};$$

$$a_1 = 1; a_2 = \frac{1}{3}; \frac{3a^2 - 4a + 1}{1 - 3a + b - 3ab} = \frac{(a-1)(3a-1)}{(1+b)(1-3a)} = -\frac{a-1}{1+b} = \frac{1-a}{1+b}$$

Ответ:  $\frac{1-a}{1+b}$ .



$$2. y = \begin{cases} x^2 - 2x, & \text{если } x \geq 0 \\ 2x - x^2, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-8	-3	0	-1	0	3

Ответ:  $f(x) < 0$  при  $x < 0$ ;  $0 < x < 2$ .

3. Примем объем всей работы за 1. На 1-й машине можно сделать копию за  $x$  мин, на 2-й – за  $x+15$  мин.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{10}$ ;  
 $x \neq -15; 0; 10(x+15) + 10x = x(x+15); 20x + 150 = x^2 + 15x; x^2 - 5x - 150 = 0$   
 $x_1 = 15; x_2 = -10 < 0; x = 15; x + 15 = 30$ .

Ответ: На 1-й – за 15 мин, на 2-й – за 30 мин.

4. Точки  $A(3; 15), B(9; 5), C(24; m)$  лежат на одной прямой

$$\begin{cases} 3k + b = 15 \\ 9k + b = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3k - b = -15 \\ 9k + b = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6k = -10 \\ b = 15 - 3k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k = -\frac{5}{3} \\ b = 20 \end{cases}. \text{ Уравнение}$$

прямой  $AB$ :  $y = -\frac{5}{3}x + 20$ .  $C$  лежит на прямой  $AB$ , следовательно

$$m = -\frac{5}{3} \cdot 24 + 20 = -40 + 20 = -20.$$

Ответ:  $m = -20$ .

5.  $x^2 - 4x + (2-k)(2+k) = 0$ ; ветви этой параболы направлены вверх;  
 $D > 0: 16 - 4(4 - k^2) > 0; 4 - 4 + k^2 > 0, k$  – любое число;  $k \neq 0$ .

0 находится между корнями уравнения, если  $f(0) < 0$

$$4 - k^2 < 0; k^2 > 4; k < -2; k > 2.$$

Ответ: при  $k < -2; k > 2$ .

## Вариант 2

1.  $100\% - 76\% = 24\%$ .

Ответ: 24%.

2.  $\frac{1}{3} + \frac{47}{100} = \frac{100+141}{300} = \frac{241}{300}$ ;  $\frac{241}{300} < 1$ . Проверка показывает, что

суммы Б, В, Г больше 1.

Ответ: А.

3.  $2m < 0$ ;  $2n > 0$ ;  $n - m > 0$ .

Ответ: А.

4.  $\frac{\sqrt{18}}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{9}}{6} = \frac{1}{2}$ .

Ответ:  $\frac{1}{2}$ .

5.  $t \text{ мин} = 60ts$ . За  $60ts$  принтер напечатает  $\frac{60t}{4} = 15t$  (стр.)

Ответ: Г.

6.  $\frac{a^2+9}{a^2-9} - \frac{a+3}{a-3} = \frac{a^2+9-(a+3)^2}{a^2-9} = \frac{a^2+9-a^2-6a-9}{a^2-9} = -\frac{6a}{a^2-9}$

Ответ:  $-\frac{6a}{a^2-9}$ .

7.  $16 \cdot (2^{-3})^2 = 2^4 \cdot 2^{-6} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$ .

Ответ: Б.

8.  $\sqrt{50} - 4\sqrt{2} - \sqrt{5} = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - \sqrt{5} = \sqrt{2} - \sqrt{5}$ . Ответ:  $\sqrt{2} - \sqrt{5}$ .

9.  $\frac{x+9}{3} - \frac{x}{5} = 1$ ;  $5x+45-3x = 15$ ;  $2x = -30$ ;  $x = -15$ .

Ответ: Г.

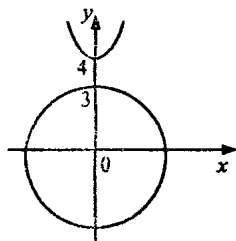
10. А.  $3x^2+5x-2$ ;  $D = 25 + 24 > 0$ ; Б.  $3x^2-10x+6 = 0$ ;  $D = 100-72 > 0$ ; В.  $2x^2+4x+5 = 0$ ;  $D = 16-40 < 0$ .

Ответ: В.

11. 1)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = x^2 + 4 \end{cases}$

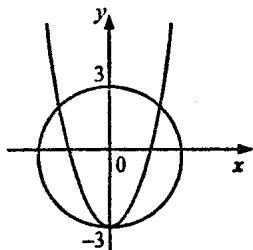
2)  $x^2 + y^2 = 9, y = x^2 - 3$ .

3)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = x^2 + 2 \end{cases}$



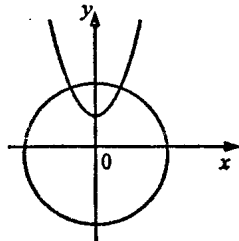
Нет решений.

Ответ: 1)  $\rightarrow$  а)



3 решения.

2)  $\rightarrow$  г)



2 решения.

3)  $\rightarrow$  в).

12.  $6x-15>8x-11$ ;  $-2x>4$ ;  $x<-2$ ;  $-1,8 > -2$ ;  $-2,6 < -2$ ;  $-3,7 < -2$ ;  $-8,9 < -2$ . Ответ: А.

13.  $a \geq b$ ;  $c < b$ ;  $a \geq b$ ;  $b > c$  значит  $a \geq b > c$ ,  $a > c$ . Ответ: А.

14.  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия.  $a_1 = 30$ ;  $d = -1$ ;  $n = 12$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n; S_{12} = \frac{60-11}{2} \cdot 12 = 49 \cdot 6 = 294. \quad \text{Ответ: Б.}$$

15.  $f(x)$  убывает при  $-\infty < x \leq 2$  только на рис. В. Ответ: В.

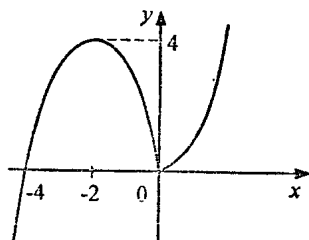
16. 8 р. – цена акций в начале месяца, 6 р. – цена акций в конце месяца. Цена снизилась на 2 р. 2 р. от 8 р. составляют  $\frac{1}{4}$  часть, т.е. 25%.

Ответ: Б.

$$1. \frac{2-5m-2n+5mn}{5m^2+3m-2} = \frac{2(1-n)-5m(1-n)}{5(m+1)(m-0,4)} = \frac{(1-n)(2-5m)}{(m+1)(5m-2)} =$$

$$= -\frac{1-n}{m+1} = \frac{n-1}{m+1}. \text{ а) } 5m^2+3m-2 = 5(m+1)(m-0,4) = (m+1)(5m-2)$$

$$m = \frac{-3 \pm \sqrt{9+40}}{10} = \frac{-3 \pm 7}{10} \quad m_1 = -1; m_2 = 0,4. \quad \text{Ответ: } \frac{n-1}{m+1}.$$



$$2. y = \begin{cases} -x^2 - 4x, & \text{если } x \leq 0 \\ x^2 + 4x, & \text{если } x > 0 \end{cases}$$

$x$	-5	-4	-2	0	1	2
$y$	-5	0	4	0	5	12

Ответ:  $f(x) > 0$  при  $-4 < x < 0$ ;  $x > 0$ .

3. Примем объем работы за 1. На 1-м аппарате можно эту работу сделать за  $x$  мин; на 2-м – за  $x+30$  мин.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+30} = \frac{1}{20}$ ;  $x \neq -30$ ;  $0$ .

$$20(x+30)+20x = x(x+30); 20x+600+20x = x^2+30x;$$

$$x^2-10x-600 = 0; x_1 = 30; x_2 = -20 < 0.$$

Ответ: на 1 – за 30 мин, на 2 – за 60 мин.

4. Точки  $A(\alpha; -36)$ ,  $B(12; -4)$ ,  $C(-3; -14)$  лежат на 1 прямой.

а) Составим уравнение прямой  $BC$

$$\begin{cases} 12k + b = -4 \\ -3k + b = -14 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -4 - 12k \\ k = \frac{2}{3} \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} b = -12 \\ k = \frac{2}{3} \end{cases}, y = \frac{2}{3}x - 12$$

б)  $A$  принадлежит прямой  $BC$ :  $\frac{2}{3}a - 12 = -36$ ;  $\frac{2}{3}a = -24$ ;  $a = -36$ .

Ответ:  $a = -36$ .

5.  $x^2 + 3x + (k-4)(1-k) = 0$ ;  $D > 0$ ;  $9 - 4(5k - 4 - k^2) > 0$ ;  $9 - 20k + 16 + 4k^2 > 0$ ;  $(2k - 5)^2 > 0$ ;  $k$  – любое число,  $k \neq 2,5$ .

0 находится между корнями уравнения, если  $f(0) < 0$  (ветви параболы направлены вверх):  $f(0) = (k-4)(1-k) = k-4-k^2+4k = -k^2+5k-4$   
 $-k^2+5k-4 < 0$ ;  $k^2-5k+4 > 0$ ;  $k < 1$ ;  $k > 4$ .  
Ответ:  $k < 1$ ;  $k > 4$ .

## Работа № 2

### Вариант I

1.  $\sqrt{81} < \sqrt{91} < \sqrt{100}$ ;  $9 < \sqrt{91} < 10$ .

Ответ: В.

2.  $\frac{1}{4}$  составляет 25%.

Ответ: А.

3.  $a$  нечетное; значит  $2a$  – четное;  $a + 2$  нечетное;  $a - 1$  четное;  $a^2 + 1$  четное.

Ответ: Б.

4.  $n \cdot a + m \cdot x = c$ ;  $x = \frac{c - n \cdot a}{m}$ .

Ответ: Г.

5. 1)  $\rightarrow$  г)      2)  $\rightarrow$  в)      3)  $\rightarrow$  б)      4)  $\rightarrow$  а)

6.  $\frac{p^2 - 2p}{p^2 - 4p + 4} = \frac{p(p-2)}{(p-2)^2} = \frac{p}{p-2}$ .

Ответ:  $\frac{p}{p-2}$

7.  $(c^6 \cdot c^{-3})^{-1} = (c^3)^{-1} = c^{-3}$ ;  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27$ .

Ответ: А.

8.  $(x-2)(x-3) = x^2 - 5x + 6$ ;

А.  $x^2 - 5x + 6$ ;

В.  $5x - 6 - x^2$ ;

Б.  $5x - x^2 - 6$ ;

Г.  $-(x^2 - 5x + 6)$ .

Ответ: А.

9.  $x^2 + 2x - 3 = 0$ ;  $x_1 = -3$ ;  $x_2 = 1$  (по т. Виета). Ответ:  $x_1 = -3$ ;  $x_2 = 1$

10.  $\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 - y = 4 \end{cases}$ . Система имеет 2 решения (координаты 2-х точек пересечения графиков).

Ответ:  $(-3; 5)$ ;  $(2; 0)$ .

11. Внук пропалывает  $x$  грядок за 1 ч; бабушка  $x - 2$  грядки;

внук работал  $\frac{14}{x}$  ч; бабушка  $\frac{15}{x-2}$  ч; вместе они работали 5 ч.

$$\frac{14}{x} + \frac{15}{x-2} = 5.$$

Ответ: В

$$12. \begin{cases} 2x+4 \geq 0 \\ 15-3x \leq 0 \end{cases} \begin{cases} 2x \geq -4 \\ -3x \leq -15 \end{cases} \begin{cases} x \geq -2 \\ x \geq 5 \end{cases}.$$

Ответ: Б.

$$13. 0 < a < 1; \frac{1}{a} > 1. \text{ Значит } a < \frac{1}{a}.$$

Ответ: Б.

$$14. \text{ А. } a_1 = 2; a_2 = 7; d = 5$$

$$\text{Б. } a_1 = 8; a_2 = 13; d = 5$$

$$\text{В. } a_1 = -2; a_2 = 1; d = 3$$

Ответ: В.

15.  $f(0) = 2$  верно;  $f(-2) < 0$  верно; В – верно; нулями функции являются числа  $-1, 5; 3, 5$ .

Ответ: Г.

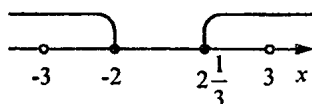
16.  $t_A = 4$  ч;  $s_A = 200$  км;  $v_A = 50$  км/ч;  $t_{\text{Авт}} = 5$  ч;  $s_A = 200$  км;  $v_{\text{Авт}} = 40$  км/ч.  $v_A > v_{\text{Авт}}$  на 10 км/ч.

Ответ: на 10 км/ч.

$$1. \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y-2x}{5} = \frac{4}{3} \\ \frac{y}{2} + \frac{5}{6} = \frac{x+y}{3} \end{cases} \begin{cases} 5x-3y+6x=20 \\ 3y+5=2x+2y \end{cases} \begin{cases} 11x-3y=20 \\ 2x-y=5 \end{cases} \begin{vmatrix} 11x-3y=20 \\ 2x-y=5 \end{vmatrix} -3$$

$$\begin{cases} 11x-3y=20 \\ -6x+3y=-15 \end{cases} \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}.$$

Ответ: (1; -3).



$$2. \begin{cases} 3x^2 - x - 14 \geq 0 \\ x^2 - 9 \neq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$1) 3x^2 - x - 14 \geq 0; 3x^2 - x - 14 = 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+168}}{6} = \frac{1 \pm 13}{6}; x_1 = -2; x_2 = \frac{7}{3}; x \leq -2; x \geq \frac{7}{3} \text{ (решение}$$

неравенства (1))

$$\text{Ответ: } x \leq -2 (x \neq -3); x \geq 2 \frac{1}{3} (x \neq 3).$$

3.  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия

$$a_1 = 3; a_n = 198; a_n = a_1 + d(n-1); 3+3(n-1) = 198; 1+n-1 = 66;$$

$$n = 66. S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n; S_{66} = \frac{3+198}{2} \cdot 66 = 201 \cdot 33 = 6633$$

Ответ: 6633.

$$4. \begin{cases} 3x+2y=c \\ y=\frac{6}{x} \end{cases}; x > 0; y > 0. 3x + \frac{12}{x} - c = 0; 3x^2 - cx + 12 = 0 \quad (I)$$

Уравнение (I) имеет единственное решение, если  $D = 0$ .

$$D = c^2 - 144; c^2 - 144 = 0; c_1 = -12; c_2 = 12.$$

$$1) \begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ y = \frac{6}{x} \end{cases}; 3x + \frac{12}{x} - 12 = 0; 3x^2 - 12x + 12 = 0; x^2 - 4x + 4 = 0, \\ (x-2)^2 = 0; x = 2; y = 3.$$

$$2) \begin{cases} 3x + 2y = -12 \\ y = \frac{6}{x} \end{cases} \begin{cases} 3x + \frac{12}{x} + 12 = 0 \\ y = \frac{6}{x} \end{cases} \begin{cases} 3x^2 + 12x + 12 = 0 \\ y = \frac{6}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 4 = 0 \\ y = \frac{6}{x} \end{cases} \quad x = -2; y = -3. \text{ По условию } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Ответ: (2; 3).

5. 1-я бригада, работая отдельно, может разгрузить вагон за  $x$  ч; 2-я — за  $y$ ; 3-я — за  $z$  час; 4-я — за  $u$  час. Объем всей работы примем за 1

$$\begin{cases} \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{u} = \frac{1}{4} & (1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} + \frac{1}{u} = \frac{1}{3} & (2) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} & (3) \end{cases} \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}; \end{cases} \begin{cases} \frac{2}{x} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6}; \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{6} - \frac{1}{x}; \end{cases} \begin{cases} \frac{2}{x} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{6} - \frac{1}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 8 \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{6} - \frac{1}{8} \end{cases} \begin{cases} x = 8 \\ y = 24 \end{cases}; \underbrace{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{u}}_{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}.$$

Четыре бригады, работая вместе, за 1 час разгрузят  $\frac{3}{8}$  вагона; чтобы разгрузить весь вагон им потребуется  $\frac{1}{\frac{3}{8}} = \frac{8}{3}$  (ч). Ответ:  $2\frac{2}{3}$  ч.

### Вариант 2

1.  $\sqrt{64} < \sqrt{73} < \sqrt{81}$ ;  $8 < \sqrt{73} < 9$ .

Ответ: Б

2.  $\frac{1}{5}$  составляет 20%.

Ответ: А.

3.  $a$  — нечетное;  $3a$  — нечетное;  $a - 2$  нечетное;  $2a + 1$  нечетное,  $a^2 + 1$  четное.

Ответ: Г

4. За  $n$  коробок конфет заплатили  $n \cdot a$  р. Далее,  $n \cdot a - c$  стоят  $m$  пачек печенья;  $\frac{n \cdot a - c}{m}$  р. стоит одна пачка печенья. **Ответ:** Г.

5. 1)  $(x+2)(x-2)$  имеет смысл, если  $x$  – любое число.

2)  $\frac{1}{(x+2)(x-2)}$  не имеет смысла при  $x = \pm 2$  (0 в знаменателе дроби);

3)  $\frac{x+2}{x-2}$  и  $\frac{x-2}{x+2}$  не имеют смысла при  $x = 2$  и  $x = -2$

соответственно.

**Ответ:** 1)  $\rightarrow$  г) 2)  $\rightarrow$  в) 3)  $\rightarrow$  б) 4)  $\rightarrow$  а).

$$6. \frac{t^2 + 2t}{t^2 + 4t + 4} = \frac{t(t+2)}{(t+2)^2} = \frac{t}{t+2}. \quad \text{Ответ: } \frac{t}{t+2}.$$

$$7. (a^{-2}a^5)^{-1} = (a^3)^{-1} = a^{-3}; \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} = (-2^{-1})^{-3} = -2^3 = -8$$

**Ответ:** Б.

$$8. (x-4)(1-2x) = (4-x)(2x-1).$$

**Ответ:** Б.

$$9. x^2 + x - 2 = 0; x_1 = -2; x_2 = 1.$$

**Ответ:**  $x = 1; x = -2$ .

$$10. \begin{cases} x+y=-2 \\ y-x^2=-4 \end{cases}. \text{Решение системы – координаты точек пересечения графиков этих функций.}$$

**Ответ:**  $(-2; 0); (1; -3)$ .

11.  $x$  слов читает за 1 мин младшая сестра;  $2x$  – старшая сестра; младшая сестра прочитала рассказ за  $\frac{320}{x}$  мин, а старшая – за

$$\frac{320}{2x} \text{ мин. Значит, } \frac{320}{x} - \frac{320}{2x} = 4.$$

**Ответ:** А.

$$12. \begin{cases} 2x+4 \leq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \begin{cases} 2x \leq -4 \\ -x \geq -1 \end{cases} \begin{cases} x \leq -2 \\ x \leq 1 \end{cases}; x \leq -2$$

**Ответ:** А.

$$13. -1 < a < 0; \frac{1}{a} < a.$$

**Ответ:** А.

$$14. \text{А. } a_1 = -8, a_2 = -13; d = -5$$

$$\text{В. } a_1 = -8, a_2 = -11; d = -3$$

$$\text{Б. } a_1 = 8, a_2 = 13; d = 5$$

$$\text{Г. } a_1 = 8, a_2 = 11; d = 3$$

**Ответ:** Б.

$$15. f(0) = -0,5 \text{ верно.}$$

$$\text{Б. } f(-2) > 0 \text{ верно.}$$

В. Функция возрастает на промежутке  $(-\infty; 2]$ . Неверно.

Г. Нулями функции являются числа  $-0,5; 3$ . Верно.

**Ответ: В.**

16.  $t_A = 4$  ч;  $s_A = 240$  км;  $v_A = 60$  км/ч;  $t_{ABT} = 6$  ч;  $s_{ABT} = 240$  км;  $v_{ABT} = 40$  км/ч.  $v_A > v_{ABT}$  на 20 км/ч. **Ответ: на 20 км/ч.**

$$1. \begin{cases} \frac{3x}{4} - \frac{y-3x}{2} = -6 \\ \frac{y-x}{3} - \frac{1}{6} = \frac{y}{2} \end{cases} \begin{cases} 3x-2y+6x=-24 \\ 2y-2x-1=3y \end{cases} \begin{cases} 9x-2y=-24 \\ -2x-y=1 \end{cases} \quad -2$$

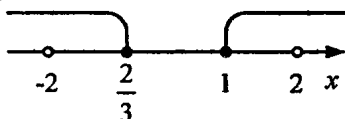
$$\begin{cases} 9x-2y=-24 \\ 4x+2y=-2 \end{cases} \begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$$

**Ответ:  $(-2; 3)$ .**

2.  $\sqrt{\frac{3x^2-5x+2}{x^2-4}}$ . Область определения выражения:

$$\begin{cases} 3x^2-5x+2 \geq 0 \\ x^2-4 \neq 0 \end{cases} \quad (1); \quad 3x^2-5x+2=0; \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{6} = \frac{5 \pm 1}{6},$$

$$x_1 = 1; \quad x_2 = \frac{2}{3}; \quad x \leq \frac{2}{3}; \quad x \geq 1 \quad (\text{решение неравенства (1)})$$



**Ответ:  $x \leq \frac{2}{3} (x \neq -2); x \geq 1 (x \neq 2)$ .**

3.  $(a_n)$  – арифметическая прогрессия

$$a_1 = 6; d = 6; a_n = 246; 246 = 6 + 6(n-1); 41 = 1 + n - 1; n = 41;$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n; \quad S_{41} = \frac{12 + 6 \cdot 40}{2} \cdot 41 = 5166$$

**Ответ: 5166.**

$$4. \begin{cases} 2x+3y=c \\ y=\frac{6}{x} \end{cases}; \quad 2x + \frac{18}{x} - c = 0; \quad 2x^2 - cx + 18 = 0 \quad (I)$$

Уравнение (I) имеет единственное решение, если  $D = 0$ .

$$D = c^2 - 8 \cdot 18 = c^2 - 144; \quad c_1 = 12; \quad c_2 = -12$$

$$\begin{cases} 2x+3y=-12 \\ y=\frac{6}{x} \end{cases},$$



$$\text{а) } 2x + \frac{18}{x} + 12 = 0; 2x^2 + 12x + 18 = 0; x^2 + 6x + 9 = 0; (x+3)^2 = 0$$

$$x = -3; y = -2$$

$$\text{б) Решениями } x, y \text{ системы } \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ y = \frac{6}{x} \end{cases} \text{ будут положительные}$$

числа  $x = 3; y = 2$ .

**Ответ:**  $(-3; -2)$ .

5. За  $x$  мин. можно откачать воду 1-м насосом; за  $y$  мин. — 2-м насосом; за  $z$  мин. — 3-м; за 4 мин. — 4-м.

Примем объем работы за 1, производительности насосов в минуту —  $\frac{1}{x}; \frac{1}{y}; \frac{1}{z}; \frac{1}{4}$ . Тогда

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{10} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} + \frac{1}{u} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{u} = \frac{1}{15} \end{cases} \begin{cases} \frac{1}{y} - \frac{1}{u} = \frac{1}{10} - \frac{1}{12} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{u} = \frac{1}{15} \end{cases}$$

$$1) \frac{2}{y} = \frac{1}{60} + \frac{1}{15}; \frac{2}{y} = \frac{1}{12}; \frac{1}{y} = \frac{1}{24}$$

$$2) \frac{1}{x} + \frac{1}{z} + \frac{1}{u} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{1}{8}$$

Четыре насоса за 1 минуту, работая вместе, откачают  $\frac{1}{8}$  часть воды, чтобы опустошить резервуар им понадобится  $1: \frac{1}{8} = 8$  минут.

**Ответ:** за 8 минут.